



Многопрофильная инженерная олимпиада
«Звезда»
по естественным наукам
Заключительный этап
2017–2018 уч. год

Задания, ответы и критерии оценивания

6 класс

Вариант II **математика**

1. *Палиндромом* называется число, которое читается одинаково слева направо и справа налево. Например, числа 333 и 4884 — палиндромы. Известно, что трёхзначное число x — палиндром. К нему прибавили 22 и получили четырёхзначное число, также являющееся палиндромом. Найдите x .

Ответ: 979.

Решение. Поскольку $x + 22$ — четырёхзначное число, выполняется неравенство $x + 22 \geq 1000$, откуда $x \geq 978$. Из того, что x — трёхзначный палиндром, получаем, что это число начинается и заканчивается цифрой 9, а его средняя цифра не меньше 7. Перебирая четыре возможных варианта, находим единственный ответ.

Оценивание. Если ответ найден, но не доказана его единственность, 6 баллов. За полное решение 12 баллов.

2. Встретились Антон, Боря, Вася и Гриша. Известно, что каждый из них либо из племени *рыцарей* (которые всегда говорят правду), либо из племени *лжецов* (которые всегда лгут). Антон сказал, что он и Гриша — из одного племени. Боря и Вася называли друг друга рыцарями. А Гриша утверждал, что среди них четверых не больше двух рыцарей. Из какого племени Боря?

Ответ: Боря — лжец.

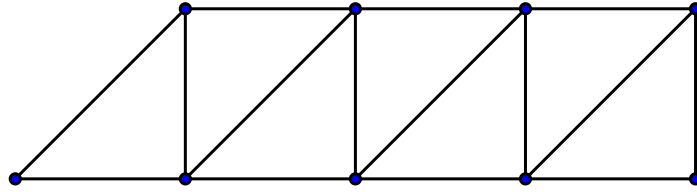
Решение. Кем бы ни был Антон, из его высказывания следует, что Гриша — рыцарь. Утверждения Бори и Васи означают, что они из одного племени. Поскольку Гриша правдив, Боря и Вася не могут быть рыцарями. Значит, они — лжецы.

Оценивание. За полное решение 12 баллов. Если приведён только один из двух возможных вариантов распределения по племенам, то 3 б.

3. Знайка знает, что любой треугольник можно разрезать на 4 равных треугольника. А существует ли четырёхугольник, который можно разрезать на 7 равных треугольников?

Ответ: Да.

Решение. Один из возможных вариантов — на рис.



Оценивание. За правильный пример 13 баллов.

4. В клетках квадрата 3×3 расположены числа $0, 1, 2, \dots, 8$. Известно, что любые два последовательных числа расположены в соседних (по стороне) клетках. Какое число может стоять в центральной клетке, если сумма чисел в угловых клетках равна 18?

Ответ: 2.

Решение. Покрасим клетки в шахматном порядке: пусть угловые и центральная клетки — чёрные, а остальные белые. Из условия следует, что в клетках разного цвета числа разной чётности. Поскольку чёрных клеток пять, а белых четыре, получаем, что в чёрных клетках чётные числа. Их общая сумма $0+2+4+6+8 = 20$. Значит, в центральной клетке стоит число $2 = 20 - 18$.

Оценивание. За верное решение 13 б. Если приведён пример расстановки чисел, удовлетворяющей условию задачи, но не доказана единственность ответа, 6 б.



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

Заключительный этап
2017-2018 уч. год

Задания, ответы и критерии оценивания

6 класс
Вариант 2

физика

5. Два автомобиля едут по двум взаимно перпендикулярным дорогам к одному перекрестку с постоянными скоростями. В начальный момент времени первый автомобиль находился на расстоянии $s_1=1600\text{ м}$ от перекрестка, а для второго аналогичное расстояние составляло $s_2=800\text{ м}$. Скорость первого автомобиля $v_1=72\text{ км/ч}$. В тот момент времени, когда первый автомобиль доехал до точки пересечения дорог, расстояние между автомобилями составляло $s=200\text{ м}$. Определите скорость второго автомобиля. (15 баллов)

Ответ: 7,5 м/с или 12,5 м/с

Решение.

Время движения первого автомобиля до перекрестка $t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{1600}{20} = 80\text{ с}$ (3 балла).

Возможны два варианта. Второй автомобиль уже проехал перекресток или еще не доехал до него. Следовательно, пройденное им расстояние:

$l_1 = s_2 - s = 800 - 200 = 600\text{ м}$ (3 балла) или $l_2 = s_2 + s = 800 + 200 = 1000\text{ м}$ (3 балла).

В результате, скорость второго автомобиля $v_2 = \frac{l_1}{t_1} = \frac{600}{80} = 7,5\text{ м/с}$ (3 балла)

или $v_2 = \frac{l_2}{t_1} = \frac{1000}{80} = 12,5\text{ м/с}$ (3 балла).

6. Аквариум в форме прямоугольного параллелепипеда имеет размеры: длина – 2 м, ширина – 600 мм, высота – 60 см. Его заполняют водой со скоростью 3 литра/минуту. Через сколько секунд после начала заполнения аквариум окажется заполненным полностью? (10 баллов)

Ответ: 14400 с

Решение. Объем аквариума: $V = 2 \cdot 0,6 \cdot 0,6 = 0,72 \text{ м}^3$ (3 балла). Скорость заполнения:

$$v = \frac{0,003 \text{ м}^3}{60 \text{ с}} \text{ (3 балла). Аквариум полностью заполнится через:}$$

$$t = \frac{V}{v} = \frac{0,72 \cdot 60}{0,003} = 14400 \text{ с (4 балла).}$$

7. Два человека идут навстречу друг другу из пунктов A и B со скоростями $v_1 = 6 \text{ м/с}$ и $v_2 = 4 \text{ м/с}$. В момент встречи один из них развернулся и пошел в обратном направлении, а другой не изменил направления своего движения. Человек, который не менял своего направления движения, пришел в конечную точку своего путешествия на $t_2 = 10 \text{ мин}$ раньше развернувшегося человека. Определите, сколько времени t_1 прошло от начала путешествия до встречи. **(15 баллов)**

Ответ: 30 мин

Решение. Расстояние от пункта B до места встречи $S = v_2 t_1$ (5 баллов). Кроме того, то же самое расстояние можно расписать следующим образом: $S = v_1(t_1 - t_2)$

(5 баллов). В результате получаем: $t_1 = \frac{v_1 t_2}{v_1 - v_2} = \frac{6 \cdot 10}{6 - 4} = 30 \text{ мин}$ (5 баллов).

8. Улитка ползет от одного дерева до другого. За половину дня она проползла $l_1 = 5 \text{ м}$. Поняла, что ей всё это надоело, и повернула обратно. Проползла $l_2 = 4 \text{ м}$. Устала. Заснула. На следующий день все повторилось. И так каждый день. Расстояние между деревьями $s = 30 \text{ м}$. На какой день своего путешествия улитка доберется до дерева? **(10 баллов)**

Ответ: на 26 день

Решение. За сутки улитка продвигается в сторону другого дерева на:

$\Delta l = l_1 - l_2 = 1 \text{ м}$ (3 балла). На расстоянии $l_1 = 5 \text{ м}$ (т.е. одного перехода) от своей цели она окажется через 25 дней путешествия (4 балла). Следовательно, цель будет достигнута на 26 день путешествия. (3 балла)