



Многопрофильная инженерная олимпиада
«Звезда»
по естественным наукам
Заключительный этап
2017–2018 уч. год

Задания, ответы и критерии оценивания

6 класс

Вариант I математика

1. *Палиндромом* называется число, которое читается одинаково слева направо и справа налево. Например, числа 353 и 4884 — палиндромы. Известно, что трёхзначное число x — палиндром. К нему прибавили 32 и получили четырёхзначное число, также являющееся палиндромом. Найдите x .

Ответ: 969.

Решение. Поскольку $x + 32$ — четырёхзначное число, выполняется неравенство $x + 32 \geq 1000$, откуда $x \geq 968$. Из того, что x — трёхзначный палиндром, получаем, что это число начинается и заканчивается цифрой 9, а его средняя цифра не меньше 6. Перебирая четыре возможных варианта, находим единственный ответ.

Оценивание. Если ответ найден, но не доказана его единственность, 6 баллов. За полное решение 12 баллов.

2. Встретились Антон, Боря, Вася и Гриша. Известно, что каждый из них либо из племени *рыцарей* (которые всегда говорят правду), либо из племени *лжецов* (которые всегда лгут). Антон сказал, что он и Гриша — из разных племён. Боря и Вася назвали друг друга лжецами. А Гриша утверждал, что среди них четверых не меньше двух рыцарей. Сколько же их на самом деле?

Ответ: Один рыцарь.

Решение. Если бы Боря и Вася были из одного племени, то они назвали бы друг друга рыцарями. Этого не случилось. Значит, среди них один рыцарь и один лжец. Если бы Антон был прав, то рыцарей было бы ровно два. В этом случае Гриша тоже правдив — противоречие с тем, что он с Антоном из разных племён. Значит, Антон — лжец, Гриша оказывается его соплеменником, т. е. тоже лжецом.

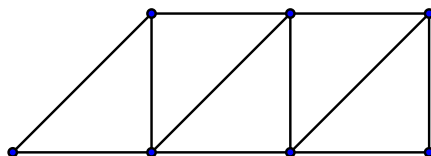
Оценивание. За полное решение 12 баллов. Если указано верное распределение по племенам (Антон и Гриша — лжецы, а среди Бори и Васи один рыцарь и один лжец) и отмечено, что при этом каждый высказывается в соответствии со своим статусом, но не доказано, что нет других решений, 6 баллов. Если приведён только

один из двух возможных вариантов распределения по племенам, то 3 б.

3. Знайка знает, что любой треугольник можно разрезать на 4 равных треугольника. А существует ли четырёхугольник, который можно разрезать на 5 равных треугольников?

Ответ: Да.

Решение. Один из возможных вариантов — на рис.



Оценивание. За правильный пример 13 баллов.

4. В клетках квадрата 3×3 расположены числа $1, 2, 3, \dots, 9$. Известно, что любые два последовательных числа расположены в соседних (по стороне) клетках. Какое число может стоять в центральной клетке, если сумма чисел в угловых клетках равна 18?

Ответ: 7.

Решение. Покрасим клетки в шахматном порядке: пусть угловые и центральная клетки — чёрные, а остальные белые. Из условия следует, что в клетках разного цвета числа разной чётности. Поскольку чёрных клеток пять, а белых четыре, получаем, что в чёрных клетках нечётные числа. Их общая сумма $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$. Значит, в центральной клетке стоит число $7 = 25 - 18$.

Оценивание. За верное решение 13 б. Если приведён пример расстановки чисел, удовлетворяющей условию задачи, но не доказана единственность ответа, 6 б.



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

Заключительный этап
2017-2018 уч. год

Задания, ответы и критерии оценивания

6 класс
Вариант 1

физика

5. Два автомобиля едут по двум взаимно перпендикулярным дорогам к одному перекрестку с постоянными скоростями. В начальный момент времени первый автомобиль находился на расстоянии $s_1 = 500$ м от перекрестка, а для второго аналогичное расстояние составляло $s_2 = 700$ м. Скорость первого автомобиля $v_1 = 36$ км/ч. В тот момент времени, когда первый автомобиль доехал до точки пересечения дорог, расстояние между автомобилями составляло $s = 100$ м. Определите скорость второго автомобиля. (15 баллов)

Ответ: 12 м/с или 16 м/с

Решение.

Время движения первого автомобиля до перекрестка $t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{500}{10} = 50$ с. (3 балла)

Возможны два варианта. Второй автомобиль уже проехал перекресток или еще не доехал до него. Следовательно, пройденное им расстояние:

$l_1 = s_2 - s = 700 - 100 = 600$ м (3 балла) или $l_2 = s_2 + s = 700 + 100 = 800$ м. (3 балла)

В результате, скорость второго автомобиля: $v_2 = \frac{l_1}{t_1} = \frac{600}{50} = 12$ м/с (3 балла)

или $v_2 = \frac{l_2}{t_1} = \frac{800}{50} = 16$ м/с (3 балла).

6. Аквариум в форме прямоугольного параллелепипеда имеет размеры: длина – 1,5 м, ширина – 400 мм, высота – 80 см. Его заполняют водой со скоростью 2 литра/минуту. Через сколько секунд после начала заполнения аквариум окажется заполненным полностью? (10 баллов)

Ответ: 14400 с

Решение. Объем аквариума $V = 1,5 \cdot 0,4 \cdot 0,8 = 0,48$ м³. (3 балла)

Скорость заполнения $v = \frac{0,002 \text{ м}^3}{60 \text{ с}}$ (3 балла). Аквариум полностью заполнится

через время $t = \frac{V}{v} = \frac{0,48 \cdot 60}{0,002} = 14400 \text{ с}$ (4 балла).

7. Два человека идут навстречу друг другу из пунктов A и B со скоростями $v_1 = 6 \text{ м/с}$ и $v_2 = 4 \text{ м/с}$. В момент встречи один из них развернулся и пошел в обратном направлении, а второй не изменил направления своего движения. Развернувшийся человек, придя в исходную точку своего путешествия, стал ждать второго. Дождлся через $t_2 = 10 \text{ мин}$. Определите, сколько времени t_1 прошло от начала путешествия до встречи. (15 баллов)

Ответ: 20 мин

Решение. Пусть S – расстояние между пунктами A и B . Получаем $S = v_1 t_1 + v_2 t_1$ (5 баллов). Кроме того, то же самое расстояние можно расписать следующим образом: $S = v_2 t_1 + v_2 t_1 + v_2 t_2$ (5 баллов). В результате получаем $t_1 = \frac{v_2 t_2}{v_1 - v_2} = \frac{4 \cdot 10}{6 - 4} = 20 \text{ мин}$ (5 баллов).

8. Улитка ползет от одного дерева до другого. За половину дня она проползла $l_1 = 4 \text{ м}$. Поняла, что ей всё это надоело, и повернула обратно. Проползла $l_2 = 3 \text{ м}$. Устала. Заснула. На следующий день все повторилось. И так каждый день. Расстояние между деревьями $s = 40 \text{ м}$. На какой день своего путешествия улитка доберется до дерева? (10 баллов)

Ответ: на 37 день

Решение. За сутки улитка продвигается в сторону другого дерева на:

$\Delta l = l_1 - l_2 = 1 \text{ м}$ (3 балла). На расстоянии $l_1 = 4 \text{ м}$ (т.е. одного перехода) от своей цели она окажется через 36 дней путешествия (4 балла). Следовательно, цель будет достигнута на 37 день путешествия (3 балла).