



Многопрофильная инженерная олимпиада
«Звезда»
по естественным наукам
Заключительный этап
2017–2018 уч. год

Задания, ответы и критерии оценивания

7 класс

Вариант II математика

1. Андрей, Борис и Валентин участвовали в забеге на 1 км. (Считаем, что каждый из них бежал с постоянной скоростью). Андрей на финише был впереди Бориса на 100 м. А Борис на финише был впереди Валентина на 60 м. Какое расстояние было между Андреем и Валентином в тот момент, когда финишировал Андрей?

Ответ: 154 м.

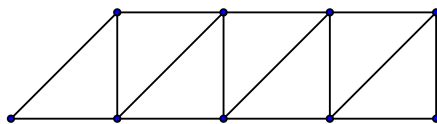
Решение. Пусть скорости Андрея, Бориса и Валентина соответственно a , b и c м/с. Из условия следует, что $b = 0,9a$, $c = 0,94b$. Отсюда $c = 0,9 \cdot 0,94a = 0,846a$. Значит, когда Андрей пробежит 1000 м, Валентин преодолет 846 м. Отставание составит 154 м.

Оценивание. За верное решение 12 б.

2. Знайка знает, что любой треугольник можно разрезать на 4 равных треугольника. А существует ли четырёхугольник, который можно разрезать на 7 равных треугольников?

Ответ: Да.

Решение. Один из возможных вариантов — на рис.



Оценивание. За верное решение 12 б.

3. В клетках квадрата 3×3 расположены числа $0, 1, 2, \dots, 8$. Известно, что любые два последовательных числа расположены в соседних (по стороне) клетках. Какое число может стоять в центральной клетке, если сумма чисел в угловых клетках равна 18?

Ответ: 2.

Решение. Покрасим клетки в шахматном порядке: пусть угловые и центральная клетки — чёрные, а остальные белые. Из условия следует, что в клетках разного цвета числа разной чётности. Поскольку чёрных клеток пять, а белых четыре, получаем, что в

чёрных клетках чётные числа. Их общая сумма $0+2+4+6+8 = 20$. Значит, в центральной клетке стоит число $2 = 20 - 18$.

Оценивание. За верное решение 12 б. Если приведён пример расстановки чисел, удовлетворяющей условию задачи, но не доказана единственность ответа, 6 б.

4. На окружности отметили 60 красных точек, и одну синюю. Рассматриваются всевозможные многоугольники с вершинами в отмеченных точках. Каких многоугольников больше, и на сколько: с синей вершиной, или без нее?

Ответ: С синей вершиной многоугольников на 1770 больше, чем многоугольников без синей вершины.

Решение. Назовём многоугольники с синей вершиной синими, а без синей вершины — красными. Возьмём произвольный красный многоугольник. Добавление к нему синей вершины даёт ровно один синий многоугольник. Таким образом может быть получен любой синий многоугольник, в котором не менее четырёх вершин. Значит, разность числа синих многоугольников и числа красных многоугольников равна количеству синих треугольников. Последних же столько, сколько есть способов выбрать две красные точки (две красные вершины синего треугольника), т. е. $\frac{60 \cdot 59}{2} = 1770$.

Оценивание. За верное решение 14 б.



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

Заключительный этап
2017-2018 уч. год

Задания, ответы и критерии оценивания

7 класс
Вариант 2

физика

5. Человек идет параллельно железнодорожным путям с постоянной скоростью. Мимо него также с постоянной скоростью проезжает поезд. Человек заметил, что в зависимости от направления движения поезда, он проносится мимо, или за $t_1 = 2$ мин, или за $t_2 = 4$ мин. Определите, сколько времени человек бы шел по поезду от одного его конца до другого.

(15 баллов)

Ответ: 8 мин

Решение. Когда поезд и человек движутся навстречу друг другу, то

$$l = (v_n + v_c) \cdot t_1 \quad (3 \text{ балла}), \text{ где } l - \text{длина поезда, } v_n - \text{его скорость, } v_c - \text{скорость}$$

человека. Если направления движения поезда и человека совпадают, то

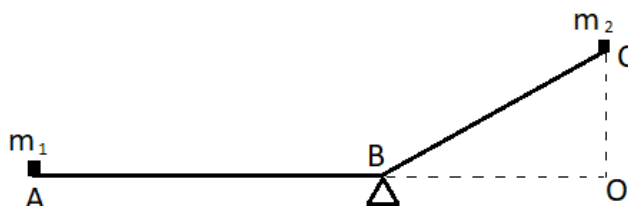
$$l = (v_n - v_c) \cdot t_2 \quad (3 \text{ балла}). \text{ В ситуации, когда человек идет по поезду: } l = v_c \cdot t_3 \quad (3$$

балла). Решая данную систему уравнений, получаем окончательный ответ:

$$t_3 = \frac{2t_1t_2}{t_2 - t_1} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 4}{4 - 2} = 8 \text{ минут (6 баллов).}$$

6. Изогнутый тонкий однородный стержень ABC , с расположенными на его концах маленькими грузами m_1 и $m_2 = 20$ кг, находится в равновесии относительно опоры, подведенной к точке B . Масса единицы длины стержня $\lambda = 3$ кг. Известно, что $AB = 7$ м, $BC = 5$ м, $BO = 4$ м, $OC = 3$ м. Найдите m_1 .

(10 баллов)



Ответ: 5,2 кг

Решение. Стержень состоит из двух кусков с массами $m_1 = \lambda \cdot AB = 3 \cdot 7 = 21 \text{ кг}$ (2 балла)

и $m_2 = \lambda \cdot BC = 3 \cdot 5 = 15 \text{ кг}$ (2 балла). Условие равновесия в данной ситуации:

$m_1 \cdot AB + m_1 \cdot \frac{1}{2} AB = m_2 \cdot BO + m_1 \cdot \frac{1}{2} BO$ (3 балла). В результате, получаем:

$$m_1 = \frac{m_2 \cdot BO + m_1 \cdot \frac{1}{2} BO - m_1 \cdot \frac{1}{2} AB}{AB} = \frac{20 \cdot 4 + 15 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 - 21 \cdot \frac{1}{2} \cdot 7}{7} \approx 5,2 \text{ кг} \text{ (3 балла).}$$

7. На концах вертикально расположенной однородной пружины закреплены два маленьких груза. Сверху находится груз массой m_1 , снизу – m_2 . Человек взялся за середину пружины и удерживает её вертикально в воздухе. При этом верхняя половина пружины оказалась деформированной на $x_1 = 8 \text{ см}$, а нижняя на $x_2 = 15 \text{ см}$. После этого он перевернул пружину, поменяв грузы местами. Затем поставил её на горизонтальную поверхность и отпустил. Определите величину деформации пружины в этом случае. Размером ладони человека по сравнению с длиной пружины пренебречь.

(15 баллов)

Ответ: 30 см

Решение. Если жёсткость пружины k , то жёсткость половины пружины $2k$ (4 балла). Для ситуации, когда пружину держит человек: $m_2 g = 2kx_2$ (4 балла).

Для ситуации, когда пружина стоит на поверхности: $m_2 g = kx$ (4 балла). Получаем, что $x = 2x_2 = 30 \text{ см}$ (3 балла).

8. Куб состоит из восьми одинаковых кубиков меньшего размера. Три маленьких кубика заменили на такие же по размеру, но с большей в три раза плотностью. Определите отношение конечной и начальной плотностей большого куба. **(10 баллов)**

Ответ: 1,75

Решение. Связь массы и объема: $m = \rho V$ (2 балла), то есть новые кубики, при том

же объеме, в три раза тяжелей. Начальная плотность: $\rho_{нач} = \frac{8m_0}{8V_0}$

(3 балла). Конечная плотность: $\rho_{кон} = \frac{5m_0 + 3m_1}{8V_0} = \frac{5m_0 + 3 \cdot 3m_0}{8V_0} = \frac{14m_0}{8V_0}$ (3 балла).

Окончательный результат: $\frac{\rho_{кон}}{\rho_{нач}} = \frac{14}{8} = 1,75$ (2 балла).