



1. (17 баллов) Решите уравнение  $12x = \sqrt{36 + x^2}(6 + x - \sqrt{36 + x^2})$ .

**Ответ:**  $-6; 0$ .

**Решение.** Преобразуем уравнение к виду  $x^2 + 12x + 36 = \sqrt{36 + x^2}(6 + x)$ .

После выделения полного квадрата и разложения на множители получаем

уравнение  $(x + 6)(x + 6 - \sqrt{36 + x^2}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 6 = 0, \\ x + 6 = \sqrt{36 + x^2}. \end{cases}$  Решая

полученные уравнения, находим:  $x = -6, x = 0$ .

2. (16 баллов) Из посёлка Мирный выехал грузовик со скоростью 40 км/ч. Одновременно с ним из города Тихий в том же направлении, что и грузовик, выехал легковой автомобиль. В первый час пути автомобиль прошёл 50 км, а в каждый следующий час проходил на 5 км больше, чем в предыдущий. Через сколько часов легковой автомобиль догонит грузовой, если расстояние между посёлком и городом равно 135 км?

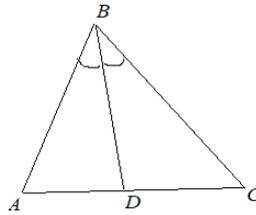
**Ответ:** 6.

**Решение.** В первый час пути скорость преследования легковым автомобилем грузовика составила  $50 - 40 = 10$  км/ч. В каждый следующий час скорость преследования увеличивается на 5 км/ч. Таким образом, скорости преследования образуют арифметическую прогрессию 10, 15, 20... км/ч. Найдём количество  $n$  часов до встречи автомобилей. Сумма полученной прогрессии равна суммарному расстоянию, которое проедет легковой автомобиль до встречи с грузовиком  $\frac{20 + 5(n-1)}{2} \cdot n = 135$ . После преобразования получаем уравнение  $n^2 + 3n - 54 = 0$ , корни которого 6,  $-9$ .

3. (17 баллов) В треугольнике  $ABC$   $AB=4$ ,  $BC=6$ , угол  $ABC$  равен  $30^\circ$ ,  $BD$  – биссектриса треугольника  $ABC$ . Найдите площадь треугольника  $ABD$ .

**Ответ:** 2,4.

**Решение.** По свойству биссектрисы  $AD:DC=4:6=2:3$ . Следовательно,  $AD = \frac{2}{5} \cdot AC$ . Площадь  $S_{ABD} = \frac{2}{5} S_{ABC}$ , так как треугольники  $ABC$  и  $ABD$  имеют общую высоту.



В итоге получаем  $S_{ABD} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin \angle B = \frac{1}{5} \cdot 4 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 2,4$  кв. ед.

**4. (15 баллов)** Два нагревателя подключают поочерёдно к одному и тому же источнику постоянного тока. От первого нагревателя вода в кастрюле закипела через  $t_1=120$  с. От второго нагревателя та же самая вода, взятая при той же начальной температуре, закипела через  $t_2=180$  с. За какое время закипела бы эта вода, если нагреватели подключить параллельно друг другу? Рассеянием тепла в окружающее пространство пренебречь.

**Ответ:** 72 с.

**Решение.** Количество тепла, необходимое для нагрева в первом случае  $Q = I^2 R_1 t_1$ . Количество тепла, необходимое для нагрева во втором случае  $Q = I^2 R_2 t_2$ . Количество тепла, необходимое для нагрева в случае параллельного соединения  $Q = I^2 \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} t$ . В результате получаем

$$t = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{120 \cdot 180}{120 + 180} = 72 \text{ с.}$$

**5. (20 баллов)** Автомобиль тормозит до полной остановки. Известно, что скорость на середине пути была равна 40 км/ч. Определите его начальную скорость.

**Ответ:** 56,6 км/ч.

**Решение.** Уравнения движения для каждой из половин тормозного пути  $\frac{s}{2} = \frac{v_0^2 - v^2}{2a}$ , и  $\frac{s}{2} = \frac{v^2 - 0^2}{2a}$ . Получаем  $v_0 = \sqrt{2}v = 56,6$  км/ч.

**6. (15 баллов)** Три материальные точки массами  $m_1=100$  г,  $m_2=200$  г и  $m_3=400$  г расположены последовательно на одной прямой. Расстояние между точками 1 и 2 равно 50 см. Расстояние между точками 2 и 3 равно 200 см. Определите, на каком расстоянии от точки 1 располагается центр масс этой системы из трёх точек.

**Ответ:** 1,57 м.

**Решение.** По определению центра масс  $x_{\text{центра}} = \frac{m_1 \cdot 0 + m_2 \cdot 0,5 + m_3 \cdot 2,5}{m_1 + m_2 + m_3} = 1,57$  м.



Задания, ответы и критерии оценивания

1. (17 баллов) Решите уравнение  $10x = \sqrt{25 + x^2}(5 + x - \sqrt{25 + x^2})$ .

Ответ:  $-5; 0$ .

Решение. Преобразуем уравнение к виду  $x^2 + 10x + 25 = \sqrt{25 + x^2}(5 + x)$ .

После выделения полного квадрата и разложения на множители получаем

уравнение  $(x + 5)(x + 5 - \sqrt{25 + x^2}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 5 = 0, \\ x + 5 = \sqrt{25 + x^2}. \end{cases}$  Решая

полученные уравнения, находим:  $x = -5, x = 0$ .

2. (16 баллов) Из посёлка Мирный выехал грузовик со скоростью 40 км/ч. Одновременно с ним из города Тихий в том же направлении, что и грузовик, выехал легковой автомобиль. В первый час пути автомобиль прошёл 50 км, а в каждый следующий час проходил на 5 км больше, чем в предыдущий. Через сколько часов легковой автомобиль догонит грузовой, если расстояние между посёлком и городом равно 175 км?

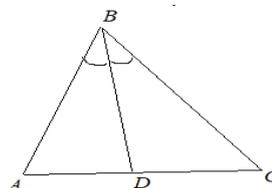
Ответ: 7.

Решение. В первый час пути скорость преследования легковым автомобилем грузовика составила  $50 - 40 = 10$  км/ч. В каждый следующий час скорость преследования увеличивается на 5 км/ч. Таким образом, скорости преследования образуют арифметическую прогрессию 10, 15, 20... км/ч. Найдём количество  $n$  часов до встречи автомобилей. Сумма полученной прогрессии равна суммарному расстоянию, которое проедет легковой автомобиль до встречи с грузовиком  $\frac{20 + 5(n-1)}{2} \cdot n = 175$ . После преобразования получаем уравнение  $n^2 + 3n - 70 = 0$ , корни которого 7, -10.

3. (17 баллов) В треугольнике  $ABC$   $AB=6$ ,  $BC=9$ , угол  $ABC$  равен  $30^\circ$ ,  $BD$  – биссектриса треугольника  $ABC$ . Найдите площадь треугольника  $ABD$ .

Ответ: 5,4.

Решение. По свойству биссектрисы  $AD:DC=6:9=2:3$ . Следовательно,  $AD = \frac{2}{5} \cdot AC$ . Площадь  $S_{ABD} = \frac{2}{5} S_{ABC}$ , так как треугольники  $ABC$  и  $ABD$  имеют общую высоту.



В итоге получаем  $S_{ABD} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin \angle B = \frac{1}{5} \cdot 6 \cdot 9 \cdot \frac{1}{2} = 5,4$  кв. ед.

**4. (15 баллов)** Два нагревателя подключают поочерёдно к одному и тому же источнику постоянного тока. От первого нагревателя вода в кастрюле закипела через  $t_1=3$  мин. От второго нагревателя та же самая вода, взятая при той же начальной температуре, закипела через  $t_2=6$  мин. За какое время закипела бы эта вода, если нагреватели подключить параллельно друг другу? Рассеянием тепла в окружающее пространство пренебречь.

**Ответ:** 2 мин.

**Решение.** Количество тепла, необходимое для нагрева в первом случае  $Q = I^2 R_1 t_1$ . Количество тепла, необходимое для нагрева во втором случае  $Q = I^2 R_2 t_2$ . Количество тепла, необходимое для нагрева в случае параллельного соединения  $Q = I^2 \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} t$ . В результате получаем:

$$t = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2 \text{ мин.}$$

**5. (20 баллов)** Автомобиль тормозит до полной остановки. Известно, что скорость на середине пути была равна 100 км/ч. Определите его начальную скорость.

**Ответ:** 141,1 км/ч.

**Решение.** Уравнения движения для каждой из половин тормозного пути:

$$\frac{s}{2} = \frac{v_0^2 - v^2}{2a}, \text{ и } \frac{s}{2} = \frac{v^2 - 0^2}{2a}. \text{ Получаем } v_0 = \sqrt{2}v = 141,4 \text{ км/ч.}$$

**6. (15 баллов)** Три материальные точки массами  $m_1=2$  кг,  $m_2=3$  кг и  $m_3=4$  кг расположены последовательно на одной прямой. Расстояние между точками 1 и 2 равно 25 см. Расстояние между точками 2 и 3 равно 75 см. Определите, на каком расстоянии от точки 1 располагается центр масс этой системы из трёх точек.

**Ответ:** 52,8 см.

**Решение.** По определению центра масс  $x_{\text{центра}} = \frac{m_1 \cdot 0 + m_2 \cdot 25 + m_3 \cdot 100}{m_1 + m_2 + m_3} = 52,8$  см.