



Задания, ответы и критерии оценивания

Полет к Марсу

Ракетная техника – это наиболее эффективный инструмент исследования Солнечной системы. С помощью ракет возможна высадка на планеты и непосредственное их изучение.

На сегодняшний день наиболее доступной планетой для исследований является Марс. Для этого необходимо решить целый комплекс задач. Первая задача – выбор даты полета. Эта проблема связана с тем, что Земля и Марс движутся вокруг Солнца по эллиптическим траекториям. Поэтому расстояние между планетами переменное. Минимальное расстояние составляет 54,6 млн. км и наблюдается через каждые 15 -17 лет. Такое явление называется Великим противостоянием. Среднее расстояние между Землей и Марсом 225 млн.км. Второе – необходимо разработать схему полета, третье и самое важное – разработать и построить ракетный комплекс, который может включать: ракету для вывода комплекса на земную орбиту, корабль в котором находится экипаж и оборудование, транспортный модуль, обеспечивающий перелет, и взлетно - посадочный комплекс. Транспортный модуль – это большая ракета с возможностью многократного включения двигателей позволяющей осуществлять маневрирование.

Какие этапы может включать полет?

1. Вывод корабля на околоземную орбиту.
2. Старт с орбиты и переход в межпланетный полет.
3. Вывод транспортного модуля на околомарсианскую орбиту.
4. Отделение и посадка взлетно-посадочного комплекса на поверхность Марса.
5. После окончания работ, вывод взлетно-посадочного комплекса на околомарсианскую орбиту.
6. Стыковка комплекса с транспортным модулем.
7. Старт к Земле и выход на околоземную орбиту.
8. Посадка на Землю.

Предлагаемые задания позволят сформировать представление о возможном полете человека на Марс.

Задача №1 (5б за правильный ответ, 20б за правильный ответ с решением)

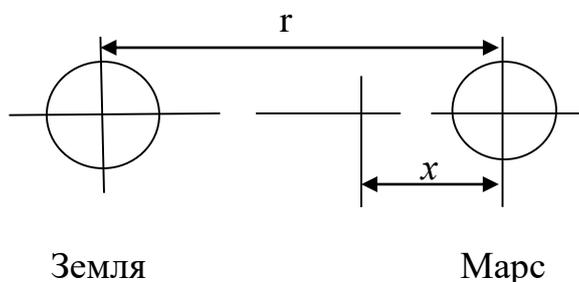
Определить положение точки Лагранжа (точки на прямой, соединяющей центры Земли и Марса, в которой гравитация Земли уравновешивается гравитацией Марса). Расстояние между планетами во время Великого противостояния $r = 54,6$ млн.км. Масса Земли $M_3 = 6 \cdot 10^{24}$ кг, масса Марса $M_M = 6,4 \cdot 10^{23}$ кг.

Решение

1. Переведем исходные данные в задаче в систему СИ

$$r = 54,6 \text{ млн.км} = 54,6 \cdot 10^9 \text{ м.}$$

2. На тело любой массы m действует гравитация со стороны Земли F_3 и со стороны Марса F_M .



$$F_3 = G \frac{M_3 \cdot m}{(r-x)^2}; \quad F_M = G \frac{M_M \cdot m}{x^2};$$

$$F_3 = F_M; \quad G \frac{M_3 \cdot m}{(r-x)^2} = G \frac{M_M \cdot m}{x^2};$$

или

$$\frac{M_3}{(r-x)^2} = \frac{M_M}{x^2}.$$

Извлечем квадратный корень из правой и левой частей уравнения

$$\frac{\sqrt{M_3}}{r-x} = \frac{\sqrt{M_M}}{x}, \text{ отсюда } x = \frac{r\sqrt{M_M}}{\sqrt{M_3} + \sqrt{M_M}};$$

$$x = \frac{54,6 \cdot 10^9 \sqrt{6,4 \cdot 10^{23}}}{\sqrt{6 \cdot 10^{24}} + \sqrt{6,4 \cdot 10^{23}}} = 13,44 \cdot 10^9 \text{ м.}$$

Ответ: $x = 13,44 \cdot 10^9$ м

Задача №2 (5б за правильный ответ, 20б за правильный ответ с решением)

Определить ускорение свободного падения на поверхность Марса. Радиус планеты $R = 3430$ км, масса $M = 6,4 \cdot 10^{23}$ кг. Гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг².

Решение

1. Переведем исходные данные в задаче в систему СИ

$$R = 3430 \text{ км} = 3,43 \cdot 10^6 \text{ м.}$$

2. На тело, находящееся на поверхности планеты действует сила тяжести:

$$mg = G \frac{Mm}{R^2};$$

$$g = \frac{GM}{R^2};$$

$$g = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,4 \cdot 10^{23}}{(3,43 \cdot 10^6)^2} = 3,63 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $g = 3,63 \text{ м/с}^2$

Задача №3 (5б за правильный ответ, 20б за правильный ответ с решением)

Космический корабль, имеющий скорость $v = 10$ км/с, попадает в неподвижное облако микрометеоров. В 1 м^3 пространства находится 1 микрометеор. Масса каждого микрометеора $m_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ кг. На сколько должна вырасти сила тяги двигателя, чтобы скорость корабля не изменилась? Лобовое сечение корабля 49 м^2 . Удар микрометеоров об обшивку корабля считать неупругим.

Решение

1. Переведем исходные данные в задаче в систему СИ

$$v = 10 \text{ км/с} = 10^4 \text{ м/с.}$$

2. Масса увлекаемых частиц в единицу времени:

$$m = m_0 n S v.$$

3. Соударения неупругие, поэтому импульс сообщаемый увлекаемой массе в единицу времени

$$P = m_0 n S v^2.$$

4. Сила, действующая на корабль, равна изменению импульса системы в единицу времени:

$$\Delta F = m_0 n S v^2;$$

$$\Delta F = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 1 \cdot 49 \cdot (10^4)^2 = 98 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

Ответ: $\Delta F = 98 \cdot 10^3 \text{ Н}$

Задача №4 (5б за правильный ответ, 20б за правильный ответ с решением)

Спутник Марса поднимают на высоту $h = 3430$ км и запускают его по круговой орбите на той же высоте. Определите отношение работы на поднятие (A_1) и на запуск (A_2) спутника. Радиус Марса $R_M = 3430$ км.

Решение

1. Переведем исходные данные в задаче в систему СИ

$$h = 3430 \text{ км} = 3,43 \cdot 10^6 \text{ м};$$

$$R_M = 3430 \text{ км} = 3,43 \cdot 10^6.$$

2. $R = R_M + h$.

3. Работа A_1 равна изменению потенциальной энергии спутника

$$A_1 = G \frac{mM}{R_M} - G \frac{mM}{R_M + h} = \frac{GmMh}{R_M(R_M + h)};$$

$$A_2 = \frac{mv^2}{2}; \quad \frac{mv^2}{R} = G \frac{mM}{R^2};$$

$$A_2 = \frac{GmM}{2R} = \frac{GmM}{2(R_M + h)};$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{h \cdot 2(R_M + h)}{R_M(R_M + h)} = \frac{2h}{R_M} = 2.$$

Ответ: $\frac{A_1}{A_2} = 2$

Задача №5 (5б за правильный ответ, 20б за правильный ответ с решением)

Определить время полета от Земли до Марса ракеты, двигающейся со скоростью $v = 12$ км/с. Минимальное расстояние между планетами $S = 54,6$ млн.км. Считать, что движение ракеты происходит по прямой, соединяющей планеты.

Решение

1. Переведем исходные данные в задаче в систему СИ

$$S = 54,6 \text{ млн. км} = 54,6 \cdot 10^9 \text{ м}; \quad v = 12 \text{ км/с} = 12 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

2. Время полета

$$t = \frac{S}{v};$$

$$t = \frac{54,6 \cdot 10^9}{12 \cdot 10^3} = 4,55 \cdot 10^6 \text{ с}.$$

Ответ; $t = 4,55 \cdot 10^6 \text{ с}.$



Задания, ответы и критерии оценивания

Полет на Марс

Ракетная техника – это наиболее эффективный инструмент исследования Солнечной системы. С помощью ракет возможна высадка на планеты и непосредственное их изучение.

На сегодняшний день наиболее доступной планетой для исследований является Марс. Для этого необходимо решить целый комплекс задач. Первая задача – выбор даты полета. Эта проблема связана с тем, что Земля и Марс движутся вокруг Солнца по эллиптическим траекториям. Поэтому расстояние между планетами переменное. Минимальное расстояние составляет 54,6 млн. км и наблюдается через каждые 15 -17 лет. Такое явление называется Великим противостоянием. Среднее расстояние между Землей и Марсом 225 млн.км. Второе – необходимо разработать схему полета, третье и самое важное – разработать и построить ракетный комплекс, который может включать: ракету для вывода комплекса на земную орбиту, корабль в котором находится экипаж и оборудование, транспортный модуль, обеспечивающий перелет, и взлетно - посадочный комплекс. Транспортный модуль – это большая ракета с возможностью многократного включения двигателей позволяющей осуществлять маневрирование.

Какие этапы может включать полет?

1. Вывод корабля на околоземную орбиту.
2. Старт с орбиты и переход в межпланетный полет.
3. Вывод транспортного модуля на околомарсианскую орбиту.
4. Отделение и посадка взлетно-посадочного комплекса на поверхность Марса.
5. После окончания работ, вывод взлетно-посадочного комплекса на околомарсианскую орбиту.
6. Стыковка комплекса с транспортным модулем.
7. Старт к Земле и выход на околоземную орбиту.
8. Посадка на Землю.

Предлагаемые задания позволят сформировать представление о возможном полете человека на Марс.

Задача №1 (5б за правильный ответ, 20б за правильный ответ с решением)

Рассчитать силу притяжения между Землей и Марсом, (масса Земли $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг, масса Марса $m = 6,4 \cdot 10^{23}$ кг) когда расстояние r между центрами планет минимально (Великое противостояние). Принять расстояние $r = 54,6$ млн.км. Гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$

Решение

1. Переведем исходные данные в задаче в систему СИ
 $r = 54,6$ млн.км = $54,6 \cdot 10^9$ м.
2. Закон Всемирного тяготения

$$F = G \frac{Mm}{r^2},$$
$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 6,4 \cdot 10^{23}}{(54,6 \cdot 10^9)^2} = 8,59 \cdot 10^{16} \text{Н}.$$

Ответ: $F = 8,59 \cdot 10^{16} \text{Н}$

Задача №2 (5б за правильный ответ, 20б за правильный ответ с решением)

Вычислить первую космическую скорость для Марса (Скорость летательного аппарата, при которой он становится спутником планеты). Радиус планеты $R = 3430$ км. Ускорение свободного падения на поверхности Марса $g = 3,70$ м/с²

Решение

1. На тело, движущееся по круговой орбите вокруг планеты, действуют:
– сила тяжести

$$F_T = mg;$$

и

– центробежная сила

$$F_{цб} = m \frac{v^2}{R};$$

силы уравновешены, т.е. $|F_T| = |F_{цб}|$.

$$mg = m \frac{v^2}{R},$$

отсюда $v = \sqrt{gR}$;

$$v = \sqrt{3,7 \cdot 3,43 \cdot 10^6} = 3,56 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

Ответ: $v = 3,56 \cdot 10^3$ м/с.

Задача №3 (5б за правильный ответ, 20б за правильный ответ с решением)

Топливо в камеру сгорания ракетного двигателя вытесняется из топливного бака гелием, который находится в баллоне объемом $V = 100$ л под давлением $P = 10^7$ Па при температуре $T_1 = 27^\circ\text{C}$. После того, как из баллона взят 1 кг гелия ($m = 1$ кг), его температура понизилась до 17°C . Определить давление гелия, оставшегося в баллоне. Масса киломоля гелия $\mu = 4$ кг.

Решение

1. Переведем температуру из $^\circ\text{C}$ в Кельвины

$$T_1 = 27^\circ\text{C} = 300\text{K}; \quad T_2 = 17^\circ\text{C} = 290\text{K};$$

2. Для решения задачи воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона.

Начальное состояние:

$$P_1 V = \frac{m_1}{\mu} RT_1 \quad (1)$$

Конечное состояние

$$P_2 V = \frac{m_2}{\mu} RT_2 \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) выражаем массы газа

$$m_1 = \frac{\mu P_1 V}{RT_1};$$

$$m_2 = \frac{\mu P_2 V}{RT_2};$$

$$m = m_1 - m_2 = \frac{\mu P_1 V}{RT_1} - \frac{\mu P_2 V}{RT_2}.$$

Искомое давление P_2 определим

$$P_2 = \frac{T_2}{T_1} P_1 - \frac{m}{\mu} \frac{RT_2}{V};$$

$$P_2 = \frac{290}{300} \cdot 10^7 - \frac{10^{-2}}{4} \frac{8,31 \cdot 10^3}{10^{-2}} 290 = 3,68 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

Ответ: $3,68 \cdot 10^6$ Па

Задача №4 (56 за правильный ответ, 206 за правильный ответ с решением)

Зонд для исследования атмосферы Марса на высоте 3000 м разделился на два объекта, имеющие массы $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 2$ кг, которые продолжают лететь по вертикали, первый – вниз, второй – вверх. Найти скорости объектов v_1 и v_2 через время $\tau = 2$ с. после разделения зонда, если их полная энергия непосредственно после разделения $E = 247$ кДж. Ускорение свободного падения $g = 3,7$ м/с².

Решение

1. Полная энергия после разделения:

$$E = (m_1 + m_2) g h + \frac{m_1 v_{10}^2}{2} + \frac{m_2 v_{20}^2}{2},$$

где v_{10} и v_{20} – скорости объектов после разделения зонда.

2. Из закона сохранения импульса следует:

$$m_1 \cdot v_{10} + m_2 \cdot v_{20} = 0,$$

из приведенных уравнений следует:

$$v_{10} = -\sqrt{2 \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{E - (m_1 + m_2) g h}{m_1 + m_2}}; \quad v_{20} = \sqrt{2 \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{E - (m_1 + m_2) g h}{m_1 + m_2}}$$

Знак « $-$ » указывает направление скорости.

$$v_{10} = -\sqrt{2 \frac{2}{3} \cdot \frac{247 \cdot 10^3 - (3+2) \cdot 3,7 \cdot 3 \cdot 10^3}{3+1}} = 252,6 \text{ м/с;}$$

$$v_{20} = \sqrt{2 \frac{3}{2} \cdot \frac{247 \cdot 10^3 - (3+2) \cdot 3,7 \cdot 3 \cdot 10^3}{3+1}} = 378,9 \text{ м/с.}$$

$$v_1 = v_{10} - g\tau ;$$
$$v_2 = v_{20} - g\tau ;$$

$$v_1 = 252,6 - 3,7 \cdot 2 = 254,2 \text{ м/с.}$$
$$v_2 = 378,9 - 3,7 \cdot 2 = 371,5 \text{ м/с.}$$

Ответ 1: $v_1 = 254,2 \text{ м/с}$

Ответ 2: $v_2 = 371,5 \text{ м/с}$

Задача №5 (56 за правильный ответ, 206 за правильный ответ с решением)

Какую работу A нужно совершить, чтобы вывести спутник $m = 500 \text{ кг}$ на круговую орбиту вблизи поверхности Марса? Радиус Марса $R = 3430 \text{ км}$. Ускорение свободного падения $g = 3,7 \text{ м/с}^2$.

Решение

1. Переведем исходные данные в задаче в систему СИ $R = 3430 \text{ км} = 3,43 \cdot 10^6 \text{ м}$.
2. Для того, чтобы вывести спутник на орбиту, ему необходимо сообщить энергию, которая будет равна совершенной работе.

$$A = \frac{mv^2}{2}.$$

3. Скорость тела, находящегося на круговой орбите определится из уравнения:

$$mg = m \frac{v^2}{R}$$

4. Тело находится в равновесии под действием силы тяжести и центробежной силы.

$$v^2 = g R, \text{ тогда } A = \frac{mgR}{2}.$$

$$A = \frac{500 \cdot 3,7 \cdot 3,43 \cdot 10^6}{2} = 3,17 \cdot 10^9 \text{ Дж}$$

Ответ: $A = 3,17 \cdot 10^9 \text{ Дж}$



Задания, ответы и критерии оценивания

Полет на Марс

Ракетная техника – это наиболее эффективный инструмент исследования Солнечной системы. С помощью ракет возможна высадка на планеты и непосредственное их изучение.

На сегодняшний день наиболее доступной планетой для исследований является Марс. Для этого необходимо решить целый комплекс задач. Первая задача – выбор даты полета. Эта проблема связана с тем, что Земля и Марс двигаются вокруг Солнца по эллиптическим траекториям. Поэтому расстояние между планетами переменное. Минимальное расстояние составляет 54,6 млн. км и наблюдается через каждые 15 - 17 лет. Такое явление называется Великим противостоянием. Среднее расстояние между Землей и Марсом 225 млн.км. Второе – необходимо разработать схему полета, третье и самое важное – разработать и построить ракетный комплекс, который может включать: ракету для вывода комплекса на земную орбиту, корабль в котором находится экипаж и оборудование, транспортный модуль, обеспечивающий перелет, и взлетно - посадочный комплекс. Транспортный модуль – это большая ракета с возможностью многократного включения двигателей позволяющей осуществлять маневрирование.

Какие этапы может включать полет?

1. Вывод корабля на околоземную орбиту.
2. Старт с орбиты и переход в межпланетный полет.
3. Вывод транспортного модуля на околомарсианскую орбиту.
4. Отделение и посадка взлетно-посадочного комплекса на поверхность Марса.
5. После окончания работ, вывод взлетно-посадочного комплекса на околомарсианскую орбиту.
6. Стыковка комплекса с транспортным модулем.
7. Старт к Земле и выход на околоземную орбиту.
8. Посадка на Землю.

Предлагаемые задания позволят сформировать представление о возможном полете человека на Марс.

Задача № 1 (20 баллов)

Определить среднюю скорость движения ракеты $v_{\text{ср}}$ на участке Земля – Марс, если первую треть пути ракета двигалась со скоростью $v_1 = 15$ км/сек, а оставшуюся часть пути со скоростью $v_2 = 12,2$ км/сек. Расстояние от Земли до Марса принять 54,6 млн. км.

Решение

Средняя скорость

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t},$$

где t – время, за которое пройден весь путь.

$$t = t_1 + t_2,$$

$$t_1 = \frac{S_1}{v_1}, \quad t_2 = \frac{S_2}{v_2},$$

$$S_1 = \frac{1}{3} S, \quad S_2 = \frac{2}{3} S.$$

Отсюда средняя скорость

$$v_{\text{ср}} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2}; \quad v_{\text{ср}} = \frac{1}{\frac{1}{3v_1} + \frac{2}{3v_2}} = \frac{1}{\frac{1}{3 \cdot 15} + \frac{2}{3 \cdot 12,2}} = 12,99 \text{ км/с}.$$

Ответ: $v_{\text{ср}} = 12,99 \text{ км/с}$

Задача № 2 (20 баллов)

Определить среднюю скорость движения планеты Марс вокруг Солнца, считая траекторию Марса окружностью радиусом $R = 2,25 \cdot 10^8 \text{ км}$. Марсианский год равен 700 земным суткам. Принять $\pi = 3,14$.

Решение

1. Переведем исходные данные в задаче в систему СИ

Радиус траектории $R = 2,25 \cdot 10^8 \text{ км} = 2,25 \cdot 10^{11} \text{ м}$.

Время $t = 700 \text{ суток} = 6,02 \cdot 10^7 \text{ с}$.

2. Средняя скорость равна

$$v_{\text{ср}} = \frac{2\pi R}{t} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 2,25 \cdot 10^{11}}{6,02 \cdot 10^7} = 2,35 \cdot 10^4.$$

Ответ: $v_{\text{ср}} = 2,35 \cdot 10^4 \text{ м/с}$

Задача № 3 (20 баллов)

Определить линейную скорость движения точки, находящейся на экваторе Марса. Радиус планеты $R = 3430$ км. Марсианские сутки $T = 1477,5$ минут. Принять $\pi = 3,14$.

Решение

Переведем исходные данные в задаче в систему СИ

Радиус планеты $R = 3430$ км $= 3,43 \cdot 10^6$ м.

Марсианские сутки $T = 1477,5$ мин $= 8,865 \cdot 10^4$ с.

Линейная скорость равна

$$v = \frac{S}{T} = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 3,43 \cdot 10^6}{8,865 \cdot 10^4} = 2,43 \cdot 10^2 \text{ м/с.}$$

Ответ: $v = 2,43 \cdot 10^2$ м/с.

Задача № 4 (20 баллов)

Определить среднюю плотность вещества планеты Марс. Радиус планеты $R = 3430$ км; масса $m = 6,3 \cdot 10^{23}$ кг. Принять $\pi = 3,14$.

Объем шара считается по формуле $V = \frac{4}{3} \pi R^3$, где R — радиус шара.

Решение

1. Переведем исходные данные в задаче в систему СИ

Радиус планеты $R = 3430$ км $= 3,43 \cdot 10^6$ м.

2. Плотность вещества

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3 \cdot 6,3 \cdot 10^{23}}{4 \cdot 3,14 \cdot (3,43 \cdot 10^6)^3} = 3,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

Ответ: $\rho = 3,7 \cdot 10^3$ кг/м³

Задача № 5 (20 баллов)

Найти угловую и линейную скорости спутника Марса, вращающегося по круговой орбите с периодом $T = 88$ мин. НВ расстоянии 220 км от поверхности планеты. Радиус Марса $R = 3430$ км. Принять $\pi = 3,14$.

Ответ: $v = 4,34 \cdot 10^3$ м/с; $w = 1,19 \cdot 10^{-3}$ Рад/с.

Решение

1. Переведем исходные данные в задаче в систему СИ

$T = 88$ мин. $= 5280$ с.;

$h = 220$ км $= 2,2 \cdot 10^5$ м;

$R = 3430$ км $= 3,43 \cdot 10^6$ м.

2. Линейная скорость спутника

$$v = \frac{2\pi r}{T},$$

$$r = R + h = 3,65 \cdot 10^6 \text{ м}$$

Тогда

$$v = \frac{2\pi(R+h)}{T}$$

$$v = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 3,65 \cdot 10^6}{5280} = 4,34 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

3. Угловая скорость спутника

$$w = \frac{2\pi}{T}$$

$$w = \frac{2 \cdot 3,14}{5280} = 1,19 \cdot 10^{-3} \text{ Рад/с}$$