



# Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда» «Приборостроение»

11 класс

Заключительный этап

2024-2025

## Задания, ответы и критерии оценивания

### **ЗАДАЧА 1 (10 баллов)**

Рулеткой измерили длину двух секций забора. Результат измерения длины первой секции составил  $L_1 = 100$  см, второй –  $L_2 = 200$  см. Затем той же рулеткой измерили общую длину двух секции, результат составил  $L_{12} = 290$  см. Определите поправку, которую нужно внести в результаты измерений и найдите источник погрешности измерений.

#### **Решение:**

Предположим, что все результаты измерений содержат аддитивную погрешность  $\Delta$ . Тогда истинное значение длины первой секции забора составит:

$$X_1 = L_{12} - L_2 = 290 \text{ см} - 200 \text{ см} = 90 \text{ см.}$$

Аналогично, истинное значение длины второй секции забора составит:

$$X_2 = L_{12} - L_1 = 290 \text{ см} - 100 \text{ см} = 190 \text{ см.}$$

Тогда, истинное значение общей длины двух секций составит:

$$X_{12} = X_1 + X_2 = 90 \text{ см} + 190 \text{ см} = 280 \text{ см.}$$

Таким образом, все три результата измерений превосходят истинные значения на одну и ту же величину погрешности  $\Delta = 10$  см, тогда величина поправки с учетом обратного знака составит:

$$C = -\Delta = -10 \text{ см.}$$

Поскольку погрешность носит аддитивный характер, то можно предположить, что источником погрешности является рулетка: например, полотно ленты обломилось на кончике рулетки, поэтому шкала рулетки начинается не с 0 см, а с 10 см.

### **ЗАДАЧА 2 (20 баллов)**

Для определения коэффициентов номинальной статической характеристики платинового термопреобразователя (термометра) сопротивления провели эксперимент по его нагреванию в термостате от  $50^\circ\text{C}$  до  $800^\circ\text{C}$ .

Термометр сопротивления – это средство измерений температуры, состоящее из одного или нескольких термочувствительных элементов сопротивления и внутренних соединительных проводов, помещенных в герметичный защитный корпус, внешних клемм или выводов, предназначенных для подключения к измерительному прибору.

Чувствительный элемент первичного преобразователя выполнен из металлической проволоки бифилярной намотки или пленки, нанесенной на диэлектрическую подложку

(рис. 1). Чувствительный элемент имеет выводы для крепления соединительных проводов и известную зависимость электрического сопротивления от температуры. Принцип работы термометра сопротивления основан на изменении электрического сопротивления термочувствительного элемента от температуры.

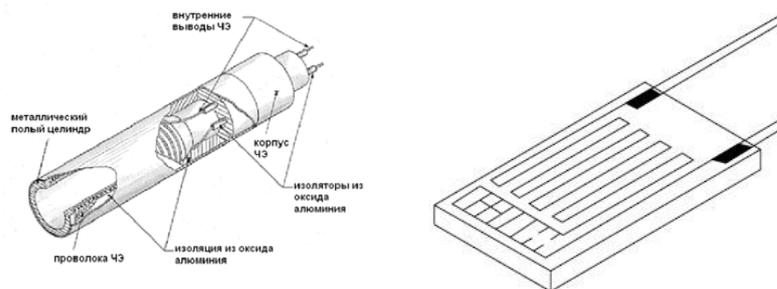


Рис. 1. Виды конструкций термометра сопротивления

В ходе измерительного эксперимента при подаче постоянного электрического тока номиналом 1 мА измерялось падение напряжения на чувствительном элементе термопреобразователя. В результате получили зависимость, приведенную на рис. 2.

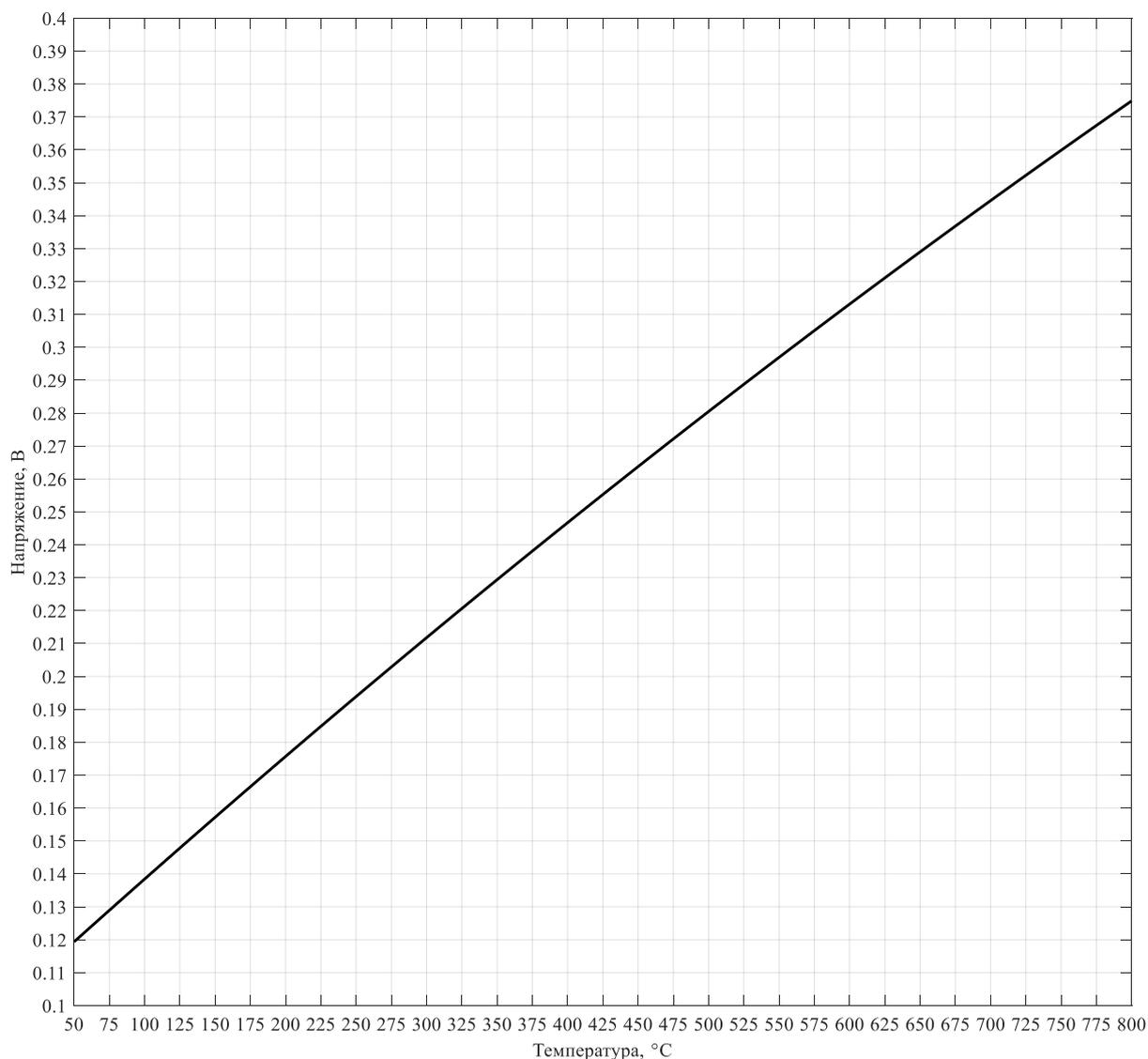


Рис. 2. Зависимость выходного напряжения термометра от температуры

Номинальная статическая характеристика медного термометра сопротивления в диапазоне измеряемых температур (0...850) °С по ГОСТ 6651–2009 описывается уравнением:

$$R_t = R_0(1 + At + Bt^2),$$

где  $R_t$  – сопротивление термометра при температуре  $t$ , °С;  $R_0$  – сопротивление термометра при температуре 0°С;  $A$  и  $B$  – температурные коэффициенты сопротивления.

По полученной экспериментальной зависимости выходного напряжения термометра сопротивления от температуры определить коэффициенты  $R_0$ ,  $A$  и  $B$ , указать их единицы измерения.

### Решение:

Номинальная статическая характеристика медного термометра сопротивления в диапазоне измеряемых температур (0...200) °С представляет собой квадратичную зависимость, поэтому для определения ее параметров необходимо составить систему из трех уравнений.

По графику на рис. 2 найдем значения абсцисс и ординат трех точек диапазона: удобно найти значение напряжения при температуре  $t_1=50$  °С,  $t_2=500$  °С и  $t_3=750$  °С, где  $U_1=0,12$  В,  $U_2=0,28$  В и  $U_3=0,36$  В, соответственно (рис. 3).

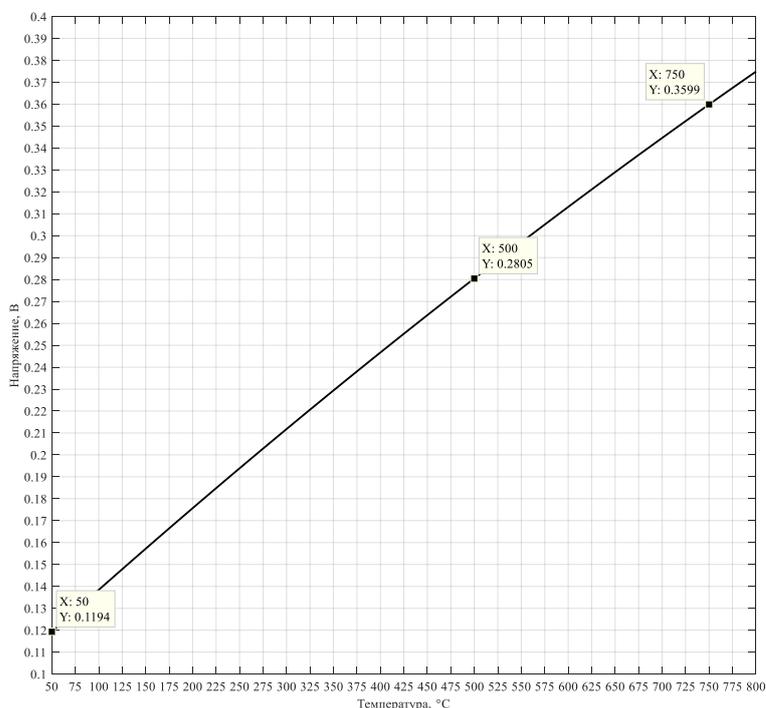


Рис. 3

По закону Ома имеем

$$R_1 = U_1 / I,$$

$$R_2 = U_2 / I,$$

$$R_3 = U_3 / I,$$

где  $I = 1$  мА – сила измерительного тока. Тогда

$$R_1 = 120 \text{ [Ом]} \text{ при } t_1 = 50 \text{ °С}$$

$$R_2 = 280 \text{ [Ом]} \text{ при } t_2 = 500 \text{ °С}$$

$$R_3 = 360 \text{ [Ом]} \text{ при } t_3 = 750 \text{ °С}$$

Составим систему уравнений на основе номинальной статической характеристики платинового термометра сопротивления:

$$R_1 = R_0(1 + At_1 + Bt_1^2)$$

$$R_2 = R_0(1 + At_2 + Bt_2^2)$$

$$R_3 = R_0(1 + At_3 + Bt_3^2)$$

в которой неизвестными являются  $R_0$  – сопротивление термометра при температуре  $0^\circ\text{C}$ ,  $A$  и  $B$  – температурные коэффициенты сопротивления.

Из решения системы:

$$120 = R_0(1 + A \cdot 50 + B \cdot 50^2)$$

$$280 = R_0(1 + A \cdot 500 + B \cdot 500^2)$$

$$360 = R_0(1 + A \cdot 750 + B \cdot 750^2)$$

следует

$$R_0 = 101 \text{ [Ом]}$$

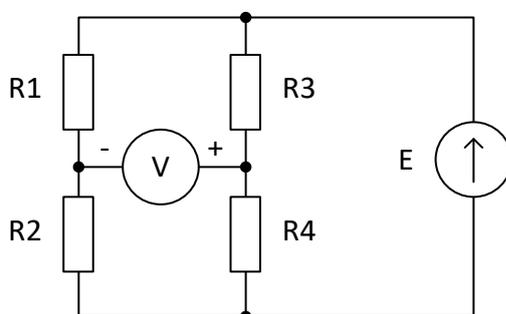
$$A \approx 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ [}^\circ\text{C}^{-1}\text{]}$$

$$B \approx -5,1 \cdot 10^{-7} \text{ [}^\circ\text{C}^{-2}\text{]}$$

**Ответ:**  $R_0 = 101 \text{ [Ом]}$ ,  $A \approx 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ [}^\circ\text{C}^{-1}\text{]}$ ,  $B \approx -5,1 \cdot 10^{-7} \text{ [}^\circ\text{C}^{-2}\text{]}$ .

### **ЗАДАЧА 3 (30 баллов)**

Источник ЭДС  $E = 14 \text{ [В]}$  подключен к цепи постоянного тока. Определить показания идеального вольтметра (в соответствии с полярностью подключения), если сопротивления резисторов  $R_1 = 1 \text{ [Ом]}$ ,  $R_2 = 6 \text{ [Ом]}$ ,  $R_3 = 4 \text{ [Ом]}$ ,  $R_4 = 3 \text{ [Ом]}$ .



**Решение:**

Источник ЭДС подключен к двум параллельным веткам резисторов с эквивалентными сопротивлениями последовательного соединения  $R_1 + R_2 = 1 \text{ [Ом]} + 6 \text{ [Ом]} = 7 \text{ [Ом]}$  и  $R_3 + R_4 = 3 \text{ [Ом]} + 4 \text{ [Ом]} = 7 \text{ [Ом]}$ . По закону Ома, протекающие токи в обеих ветвях равны  $2 \text{ [А]}$ . Потенциал отрицательного зажима вольтметра составляет  $2 \text{ [А]} \cdot 6 \text{ [Ом]} = 12 \text{ [В]}$ . Потенциал положительного зажима вольтметра составляет  $2 \text{ [А]} \cdot 3 \text{ [Ом]} = 6 \text{ [В]}$ . Разность положительного и отрицательного потенциалов на зажимах вольтметра составляет  $-6 \text{ [В]}$ .

Ответ:  $-6$  [В].

**Примечание:** При правильном определении модуля показаний и неправильном определении направления рекомендуется засчитать 70-80% баллов решения задачи.

#### **ЗАДАЧА 4 (40 баллов)**

##### **Проектная навигационная задача (на основе механики относительного движения в поле тяготения Земли)**

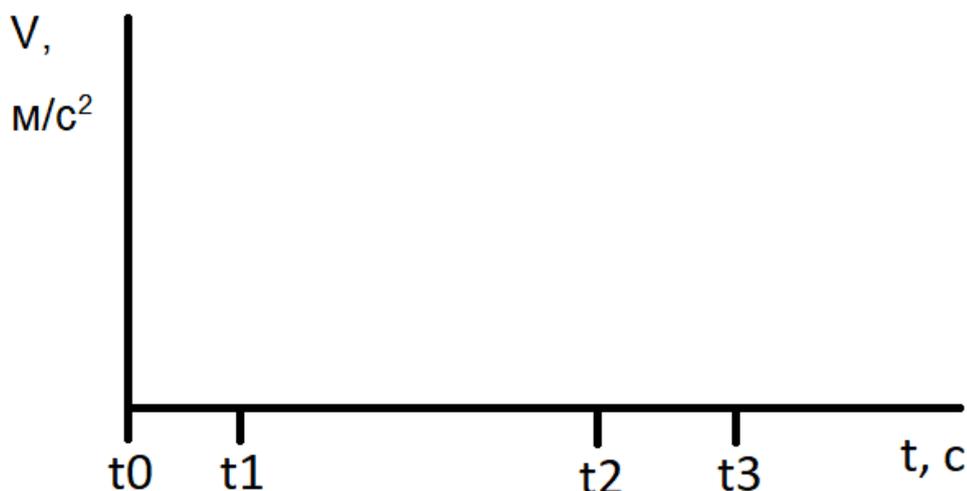
Летательный аппарат (ЛА) стартует с поверхности Земли. Движение по вертикали, связанное с подъемом ЛА, задается в виде интервальных значений ускорений в моменты времени  $t_0$ ,  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ . На интервале времени от  $t_0$  до  $t_1$  ускорение вертикального полета является постоянным положительным  $+2 \cdot a_{\max}$ , причем в него входит и ускорение свободного падения  $g$ . На интервале времени от  $t_1$  до  $t_2$  ускорение вертикального полета равно ускорению свободного падения  $g$ . На интервале времени от  $t_2$  до  $t_3$  ускорение вертикального полета является постоянным отрицательным  $-a_{\max}$ , причем в него входит и ускорение свободного падения  $g$ . Ускорения вертикального поступательного движения ЛА измеряются акселерометром с вертикальной осью чувствительности, установленным на его борту.

Данные для вычислений:  $t_0=0$ ;  $t_1=20$  секунд;  $t_2=100$  секунд,  $t_3=120$  секунд;  $a_{\max}=20$  м/с<sup>2</sup>. В расчетах принять  $g=10$  м/с<sup>2</sup>.

Требуется:

1. Вычислить значения скоростей и высоты подъема ЛА, в том числе на каждом временном интервале.
2. Построить в масштабе графики ускорений, скоростей и высоты подъема ЛА.

Формат графиков представлен на рисунке 1.



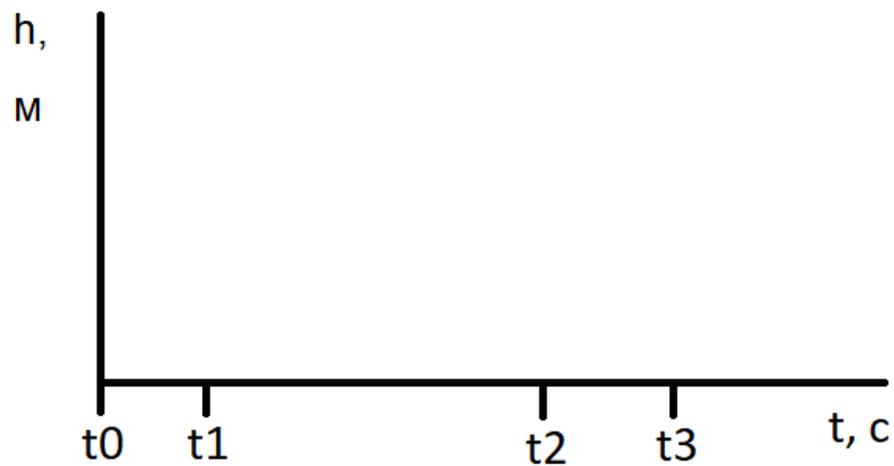
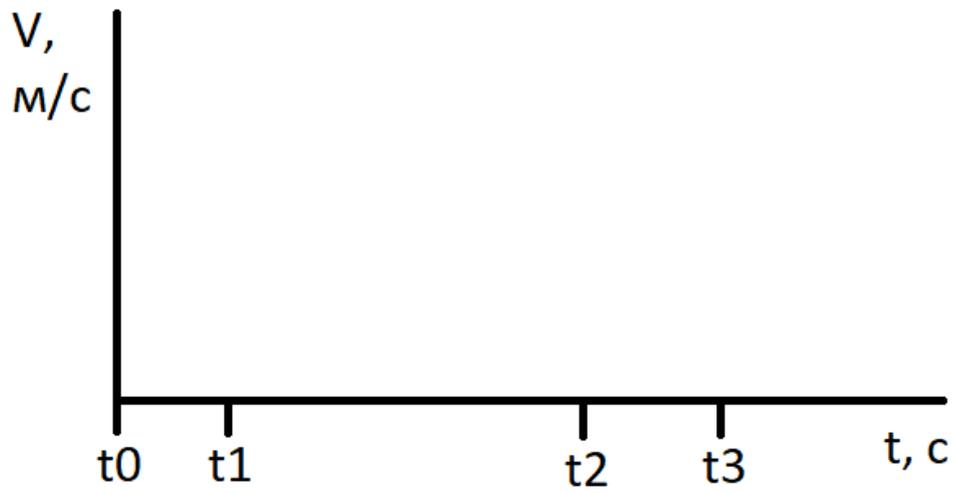


Рисунок 1 Формат представления графиков

**Решение**

На рисунке 1 представлен график ускорений, построенный по исходным данным.

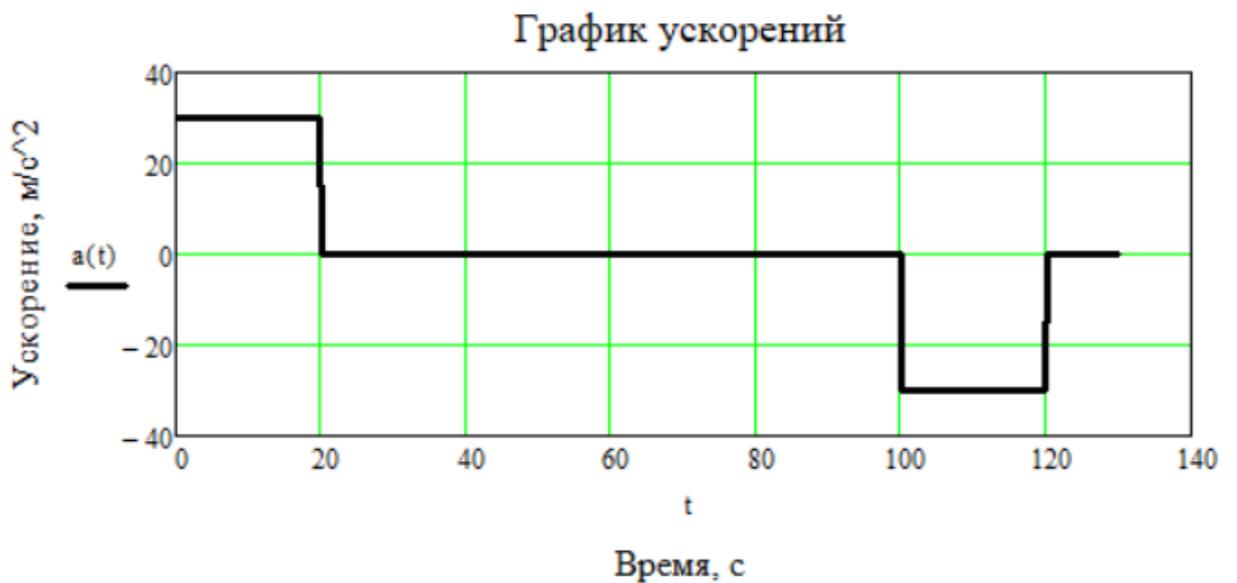


Рисунок 1 График ускорений, построенный по исходным данным

На интервале времени от  $t_0$  до  $t_1$  скорость вычисляется по формуле (1) через разность заданного по условию ускорения и ускорения свободного падения  $g$ , которое в данном случае считается «кажущимся» в показаниях акселерометра.

$$V_{0,1n}(t) = (t-t_0) \cdot (2 \cdot a_{\max} - g). \quad (1)$$

Подстановка численных значений дает значение скорости в конце интервале времени от  $t_0$  до  $t_1$ :  $V_1 = 600$  м/с.

На следующем интервале времени от  $t_1$  до  $t_2$  скорость остается неизменной и равной  $V_2 = 600$  м/с ввиду нулевого значения ускорения.

На интервале времени от  $t_2$  до  $t_3$  скорость уменьшается из-за отрицательного значения ускорения на величину, определяемую выражением (2). На этом этапе ускорение, создаваемое двигательной установкой ЛА, совпадает по направлению с ускорением свободного падения  $g$ .

$$V_3(t) = V_2 - (t-t_2) \cdot (-a_{\max} - g). \quad (2)$$

Подстановка численных значений дает значение скорости в конце интервале времени от  $t_2$  до  $t_3$ :  $V_3 = 0$  м/с. Промежуточные значения скорости вычисляются по выражению (2).

График скоростей, построенный в масштабе по вычисленным данным, представлен на рисунке 3.

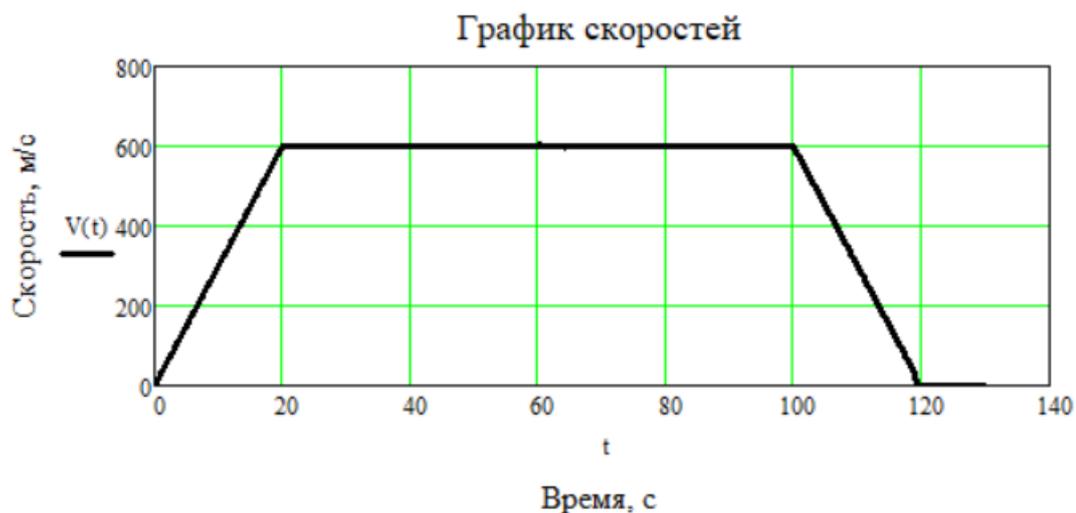


Рисунок 3 График скоростей, построенный по вычисленным данным

Скорость движения ЛА является переменной на интервале времени от  $t_0$  до  $t_1$  из-за наличия ускорения. Поэтому для построения графика высоты ЛА на интервале времени от  $t_0$  до  $t_1$  необходимо вычислить значения в нескольких промежуточных точках и соединить их на графике плавной кривой. Движение на этом интервале происходит с постоянным ускорением, поэтому промежуточные значения можно вычислять по формуле (3):

$$s_{0,1}(t) = (t-t_0)^2 \cdot (2 \cdot a_{\max} - g) / 2. \quad (3)$$

Например, для средней точки временного интервала  $t=10$  с, получается  $s_{0,1}(t) = 1500$  м. В конце интервала высота подъема ЛА принимает значение 6000 м.

На интервале времени от  $t_1$  до  $t_2$  набор высоты вычисляется по формуле (4) через постоянное на этом интервале времени значение скорости  $V_2=600$  м/с:

$$s_{1,2}(t) = (t-t_1) \cdot V_2. \quad (4)$$

Подстановка численных значений дает значение набранной высоты на интервале времени от  $t_1$  до  $t_2$ :  $s_{1,2} = 48000$  метров.

На интервале времени от  $t_2$  до  $t_3$  пройденный путь вычисляется по формуле (5) через начальное на этом интервале времени значение скорости  $V_2$  и отрицательное ускорение:

$$s_{2,3}(t) = (t-t_2) \cdot V_2 + (t-t_2)^2 \cdot (-a_{\max} - g) / 2. \quad (5)$$

Подстановка численных значений дает значение пройденного пути на интервале времени от  $t_2$  до  $t_3$ :  $s_{2,3} = 6000$  метров. Для построения графика необходимо по выражению (5) вычислить несколько промежуточных значений.

График высоты подъема ЛА, построенный по вычисленным данным, представлен на рисунке 4.

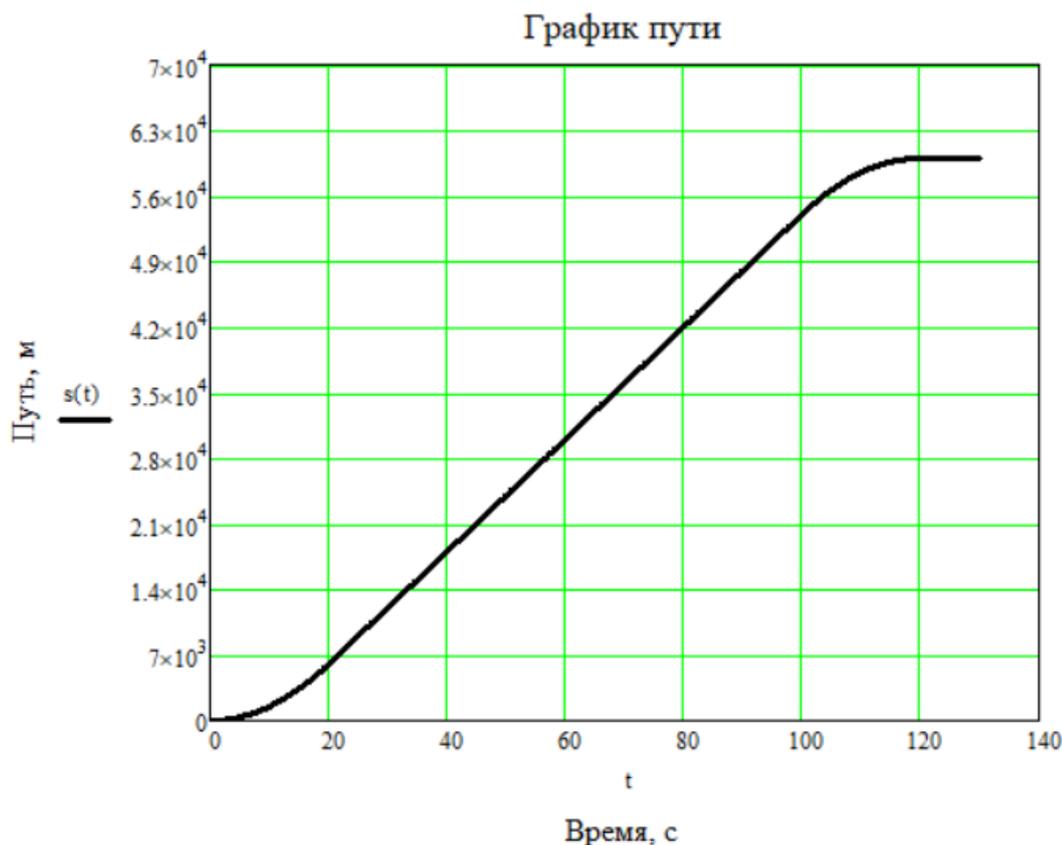


Рисунок 4 График высоты, построенный по вычисленным данным



**ЗАДАЧА 1 (10 баллов)**

Современные оптические атомные часы обладают погрешностью по частоте на уровне  $\pm 9,4 \times 10^{-19}$  Гц. За сколько лет такие часы накопят погрешность в  $\pm 1$  с?

**Решение:**

Погрешность в  $\pm 1$  с такие атомные часы накопят за  $1/(9,4 \times 10^{-19})$  с

В среднем в году, учитывая високосный (365,25 дней), содержится  $365,25 \times 24 \times 60 \times 60$  с = 31 557 600 с

Таким образом, погрешность в  $\pm 1$  с такие атомные часы накопят в течение:

$$1/(31\,557\,600 \times 9,4 \times 10^{-19}) = 33\,710\,731\,717 \text{ лет, то есть примерно } \mathbf{33,7 \text{ млрд лет.}}$$

**ЗАДАЧА 2 (20 баллов)**

Для определения коэффициентов номинальной статической характеристики медного термопреобразователя (термометра) сопротивления провели эксперимент по его нагреванию в термостате от  $20^\circ\text{C}$  до  $200^\circ\text{C}$ .

Термометр сопротивления – это средство измерений температуры, состоящее из одного или нескольких термочувствительных элементов сопротивления и внутренних соединительных проводов, помещенных в герметичный защитный корпус, внешних клемм или выводов, предназначенных для подключения к измерительному прибору.

Чувствительный элемент первичного преобразователя выполнен из металлической проволоки бифилярной намотки или пленки, нанесенной на диэлектрическую подложку (рис. 1). Чувствительный элемент имеет выводы для крепления соединительных проводов и известную зависимость электрического сопротивления от температуры. Принцип работы термометра сопротивления основан на изменении электрического сопротивления термочувствительного элемента от температуры.

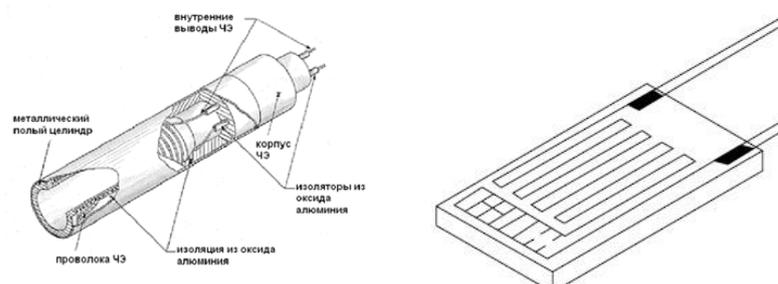


Рис. 1. Виды конструкций термометра сопротивления

В ходе измерительного эксперимента при подаче постоянного электрического тока номиналом 1 мА измерялось падение напряжения на чувствительном элементе термопреобразователя. В результате получили зависимость, приведенную на рис. 2.

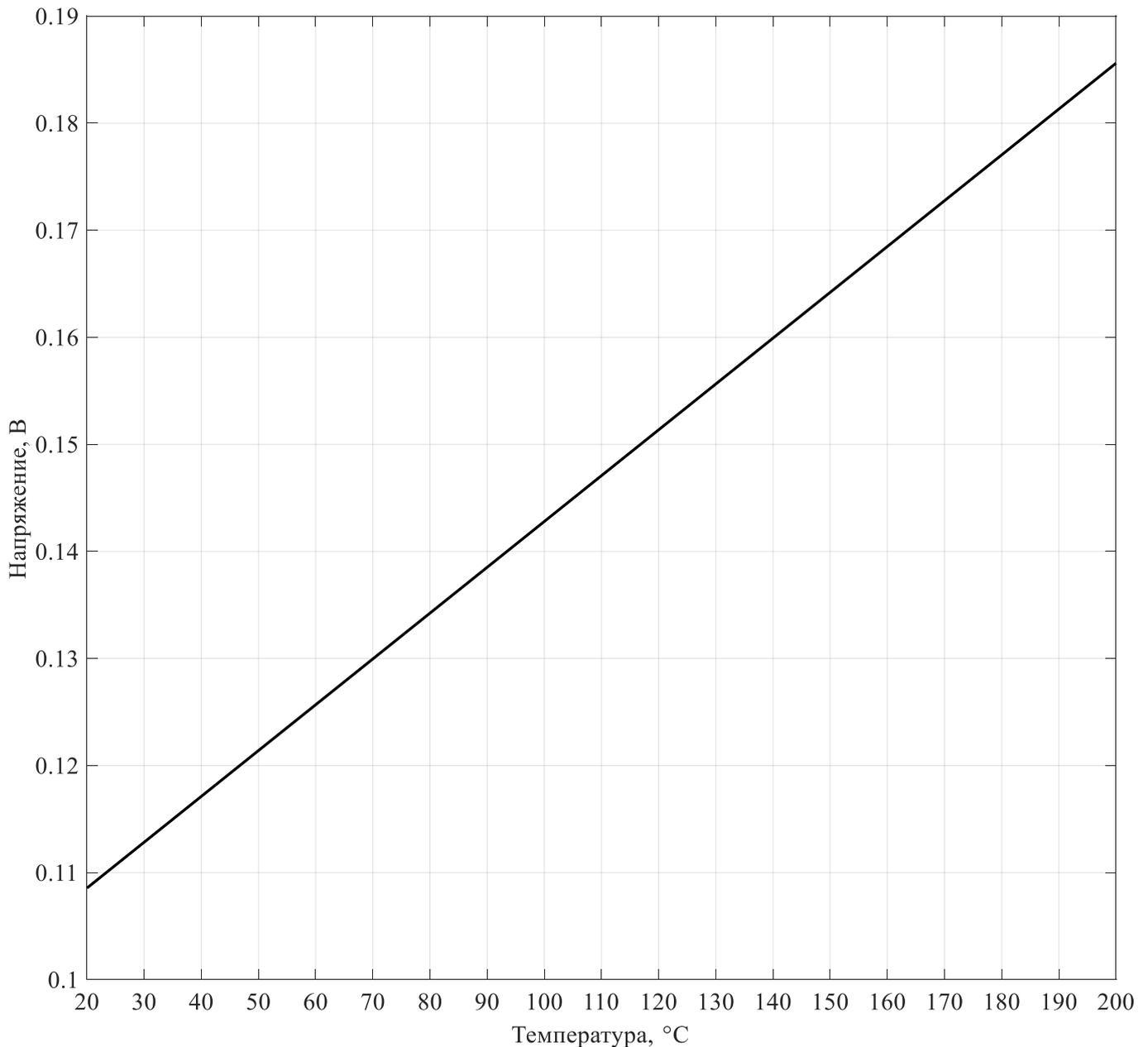


Рис. 2. Зависимость выходного напряжения термометра от температуры

Номинальная статическая характеристика медного термометра сопротивления в диапазоне измеряемых температур (0...200) °C по ГОСТ 6651-2009 описывается уравнением:

$$R_t = R_0(1+At),$$

где  $R_t$  – сопротивление термометра при температуре  $t$ , °C;  $R_0$  – сопротивление термометра при температуре 0°C;  $A$  – температурный коэффициент сопротивления.

По полученной экспериментальной зависимости выходного напряжения термометра сопротивления от температуры определить коэффициенты  $R_0$  и  $A$ , указать их единицы измерения.

### Решение:

Номинальная статическая характеристика медного термометра сопротивления в диапазоне измеряемых температур (0...200) °С представляет собой линейную зависимость, поэтому для определения ее параметров необходимо составить систему из двух уравнений. По графику на рис. 2 найдем значения абсцисс и ординат двух точек диапазона: удобно найти значение напряжения при температуре  $t_1=70$  °С и  $t_2=140$  °С, где  $U_1=0,13$  В и  $U_2=0,16$  В, соответственно (рис. 3).

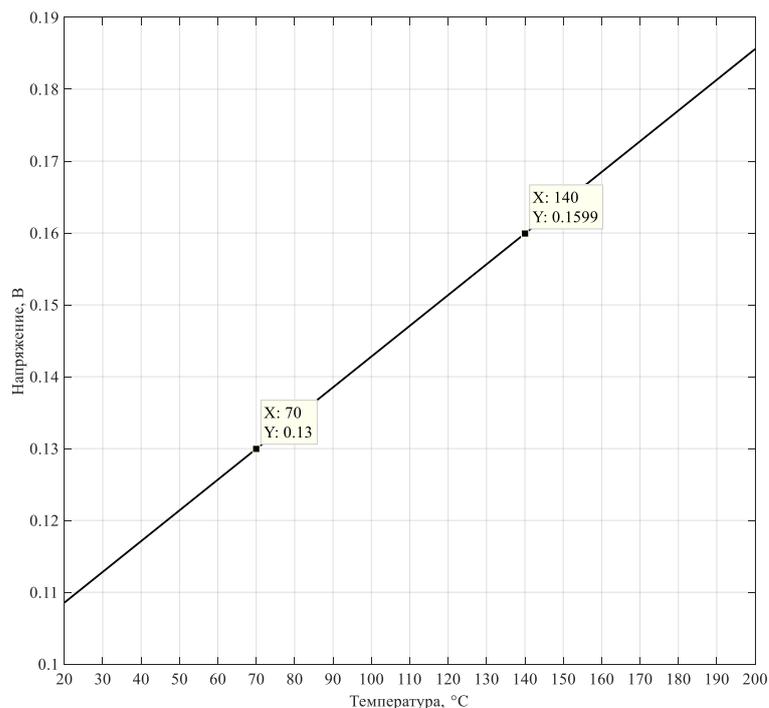


Рис. 3

По закону Ома имеем

$$R_1=U_1/I \text{ и } R_2=U_2/I,$$

где  $I = 1$  мА – сила измерительного тока. Тогда

$$R_1=130 \text{ [Ом]} \text{ при } t_1=70 \text{ °С}$$

$$R_2=160 \text{ [Ом]} \text{ при } t_2=140 \text{ °С}$$

Составим систему уравнений на основе номинальной статической характеристики медного термометра сопротивления:

$$R_1 = R_0(1+At_1)$$

$$R_2 = R_0(1+At_2)$$

в которой неизвестными являются  $R_0$  – сопротивление термометра при температуре 0°С и  $A$  – температурный коэффициент сопротивления.

Из решения системы:

$$130 = R_0(1+A \cdot 70)$$

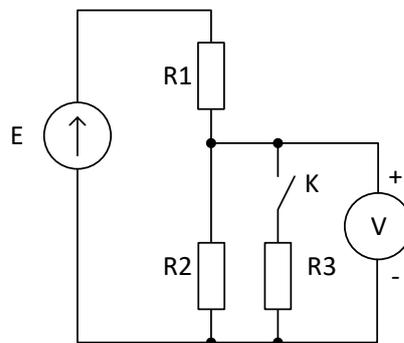
$$160 = R_0(1+A \cdot 140)$$

следует  $R_0 = 100$  [Ом] и  $A = 30/(70 \cdot 100)$  [1/°C]  $\approx 0,0043$  [1/°C].

**Ответ:**  $R_0 = 100$  [Ом] и  $A \approx 0,0043$  [1/°C].

### **ЗАДАЧА 3 (30 баллов)**

Источник ЭДС  $E = 12$  [В] подключен к цепи постоянного тока. Определить показания идеального вольтметра при разомкнутом и замкнутом ключе К если все сопротивления составляют  $R_1 = R_2 = R_3 = R$ .



**Решение.** При разомкнутом ключе К к источнику ЭДС подключена последовательная цепь из последовательного соединения резисторов  $R_1$  и  $R_2$ . Ток цепи определяется как

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{E}{2R} = \frac{6[B]}{R}$$

Показания вольтметра соответствуют падению напряжения на резисторе  $R_2$  и составляют

$$U = I \cdot R_2 = \frac{6[B]}{R} \cdot R = 6[B]$$

При замкнутом ключе К к источнику ЭДС  $E$  подключена последовательно-параллельная цепь резисторов  $R_1 + (R_2 \parallel R_3)$  с эквивалентным сопротивлением

$$R' = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = R + \frac{R \cdot R}{R + R} = 1,5R$$

Ток цепи определяется как

$$I = \frac{E}{R'} = \frac{12[B]}{1,5R} = \frac{8[B]}{R}$$

Показания вольтметра соответствуют падению напряжения на параллельном соединении резисторов  $R_2$  и  $R_3$  и составляют

$$U = I \cdot \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{8[B]}{R} \cdot \frac{R \cdot R}{R + R} = 4[B]$$

**Ответ:** при разомкнутом ключе К вольтметр показывает напряжение 6 [В].

При замкнутом ключе К вольтметр показывает напряжение 4 [В].

---

<sup>1</sup> || - символ, обозначающий параллельное соединение резисторов

#### ЗАДАЧА 4 (40 баллов)

##### **Проектная навигационная задача (на основе механики равноускоренного движения)**

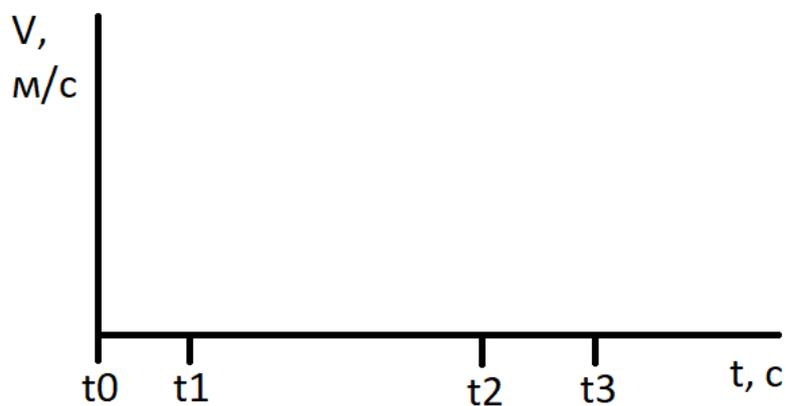
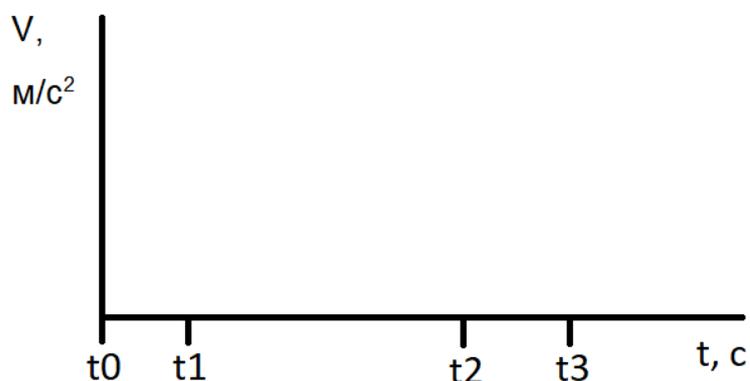
Малый летательный аппарат в виде коптера вылетает из пункта А в пункт Б. Его полетное задание дается в виде интервальных значений ускорений в моменты времени  $t_0$ ,  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ . На интервале времени от  $t_0$  до  $t_1$  ускорение горизонтального полета является постоянным положительным  $+a_{\max}$ . На интервале времени от  $t_1$  до  $t_2$  ускорение горизонтального полета равно нулю. На интервале времени от  $t_2$  до  $t_3$  ускорение горизонтального полета является постоянным отрицательным  $-a_{\max}$ .

Данные для вычислений:  $t_0=0$ ;  $t_1=20$  секунд;  $t_2=100$  секунд,  $t_3=120$  секунд;  $a_{\max}=10$  м/с<sup>2</sup>.

Требуется:

1. Вычислить значения скоростей и пройденного коптером пути на каждом временном интервале и суммарное расстояние между пунктами А и Б.
2. Построить в масштабе графики ускорений, скоростей и пройденного пути.

Формат графиков:



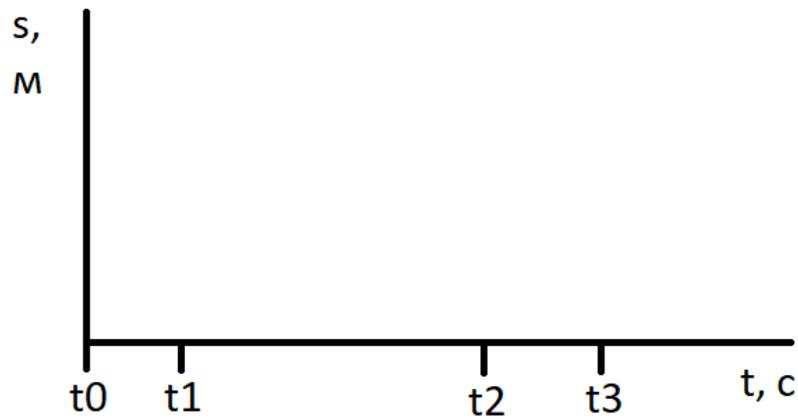


Рисунок 1 Формат представления графиков

### Решение

График ускорений, построенный по в масштабе исходным данным, представлен на рисунке2.

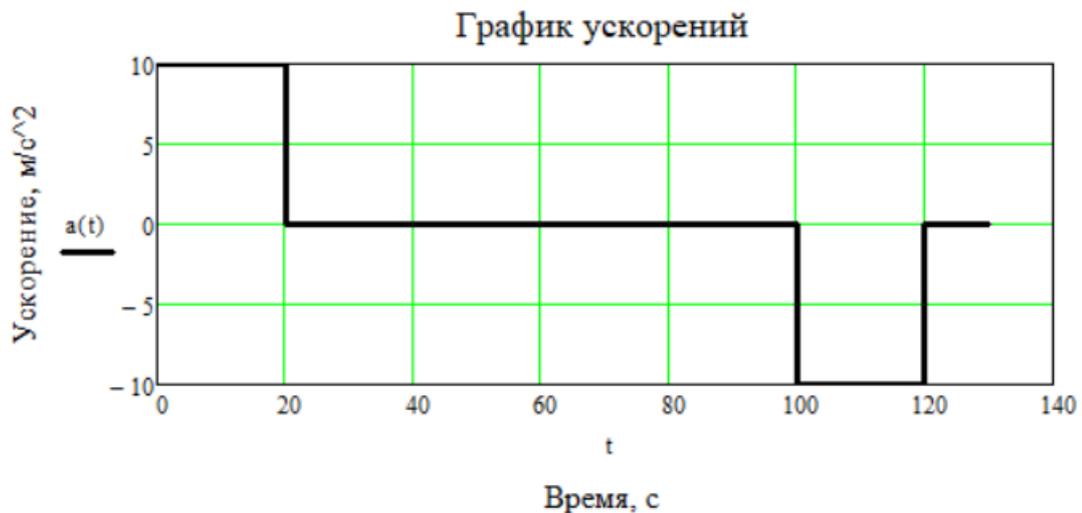


Рисунок 2 График ускорений, построенный по исходным данным

*Вычисление значения скорости коптера на каждом временном интервале.*

На интервале времени от  $t_0$  до  $t_1$  скорость вычисляется по формуле (1) через среднее на интервале времени значение скорости  $V_{\max}/2$ :

$$V_1 = (t_1 - t_0) \cdot a_{\max}. \quad (1)$$

Подстановка численных значений дает значение скорости в конце интервале времени от  $t_0$  до  $t_1$ :  $V_1 = 200$  м/с.

На следующем интервале времени от  $t_1$  до  $t_2$  скорость остается неизменной и равной  $V_2 = 200$  м/с ввиду нулевого значения ускорения.

На интервале времени от  $t_2$  до  $t_3$  скорость уменьшается из-за отрицательного значения ускорения на величину, определяемую выражением (2):

$$V_3 = V_2 - (t_1 - t_0) \cdot (-a_{\max}). \quad (2)$$

Подстановка численных значений дает значение скорости в конце интервале времени от  $t_2$  до  $t_3$ :  $V_3 = 0$  м/с.

График скоростей, построенный в масштабе по вычисленным данным, представлен на рисунке 3.

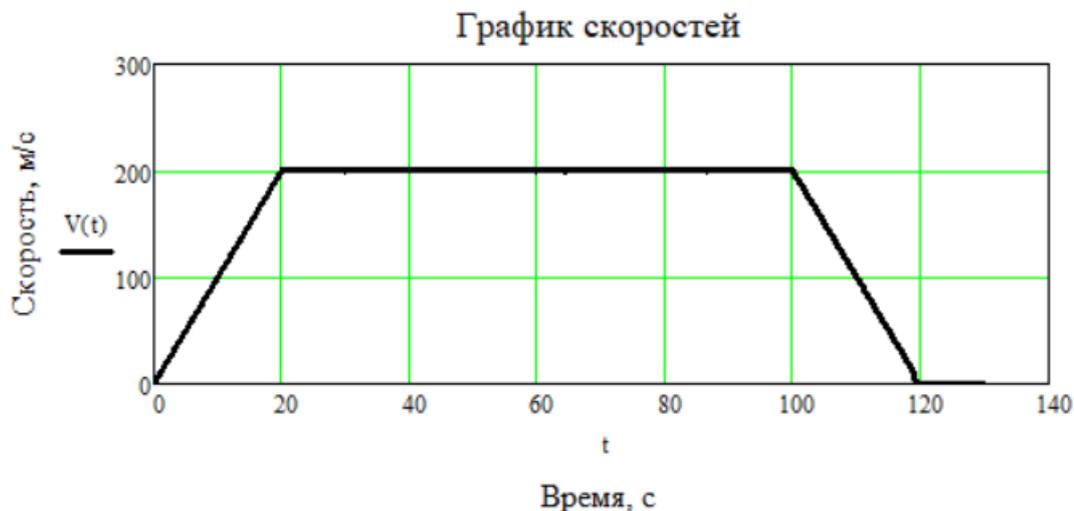


Рисунок 3 График скоростей, построенный по вычисленным данным

Скорость движения коптера является переменной на интервале времени от  $t_0$  до  $t_1$ . Поэтому для построения графика пройденного коптером пути на интервале времени от  $t_0$  до  $t_1$  необходимо вычислить значения в нескольких промежуточных точках и соединить их на графике плавной кривой. Движение на этом интервале происходит с постоянным ускорением, поэтому промежуточные значения можно вычислять по формуле (3):

$$s_{0,1}(t) = (t - t_0)^2 \cdot a_{\max} / 2. \quad (3)$$

Например, для средней точки временного интервала  $t = 10$  с, получается  $s_{0,1}(t) = 500$  м.

На интервале времени от  $t_1$  до  $t_2$  пройденный путь вычисляется по формуле (4) через постоянное на этом интервале времени значение скорости  $V_2$ :

$$s_{1,2}(t) = (t - t_1) \cdot V_2. \quad (4)$$

Подстановка численных значений дает значение пройденного пути на интервале времени от  $t_1$  до  $t_2$ :  $s_{1,2} = 16000$  метров.

На интервале времени от  $t_2$  до  $t_3$  пройденный путь вычисляется по формуле (5) через начальное на этом интервале времени значение скорости  $V_2$  и отрицательное ускорение:

$$s_{2,3}(t) = (t - t_2) \cdot V_2 + (t - t_2)^2 \cdot (-a_{\max}) / 2. \quad (5)$$

Подстановка численных значений дает значение пройденного пути на интервале времени от  $t_2$  до  $t_3$ :  $s_{2,3} = 2000$  метров. Для построения графика необходимо по выражению (7) вычислить несколько промежуточных значений.

График пути, построенный по вычисленным данным, представлен на рисунке 4.

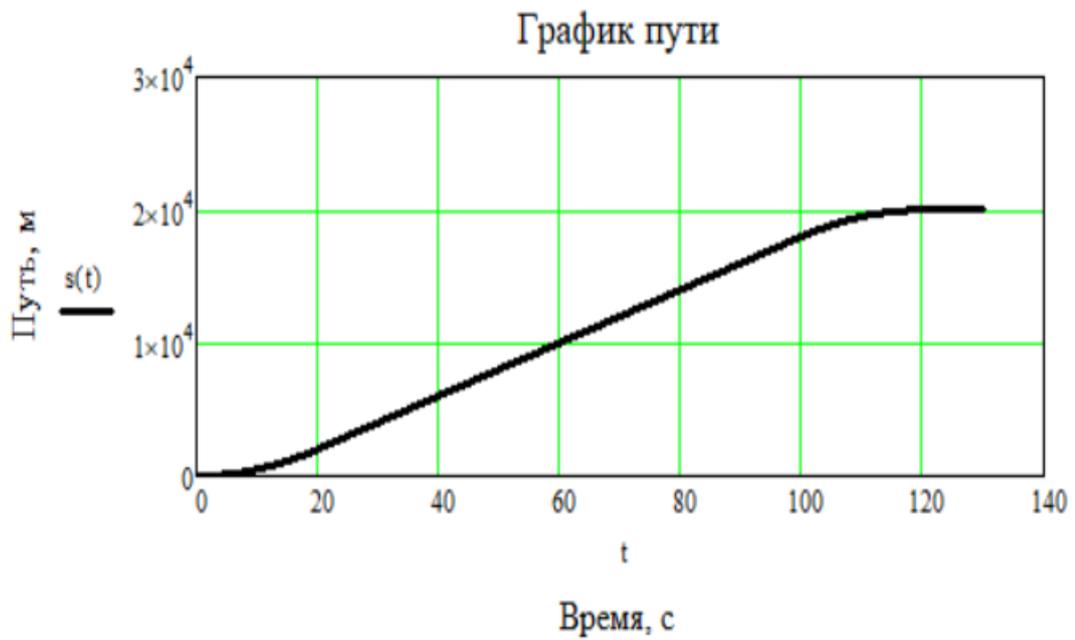


Рисунок 4 График пути, построенный по вычисленным данным



# Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда» «Приборостроение»

7-8 классы

Заключительный этап

2024-2025

## Задания, ответы и критерии оценивания

### **ЗАДАЧА 1 (10 баллов)**

На настенных часах, спешащих на одну секунду в сутки, выставили верное время. Когда такие часы снова будут показывать верное время?

**Решение:**

Настенные часы снова будут показывать верное время, когда накопленная погрешность составит ровно 12 часов. В секундах такая погрешность составит:

$$12 \times 60 \times 60 \text{ с} = 43\,200 \text{ с}$$

Эта погрешность со скоростью 1 секунда в сутки накопится за 43 200 суток, т.е. в среднем с учетом високосного года (365,25 дней):

$$43\,200 / 365,25 = \mathbf{118 \text{ лет } 100 \text{ дней } 12 \text{ часов}}$$

### **ЗАДАЧА 2 (20 баллов)**

Для определения коэффициентов номинальной статической характеристики медного термопреобразователя (термометра) сопротивления провели эксперимент по его нагреванию в термостате от 20°C до 200 °C.

Термометр сопротивления – это средство измерений температуры, состоящее из одного или нескольких термочувствительных элементов сопротивления и внутренних соединительных проводов, помещенных в герметичный защитный корпус, внешних клемм или выводов, предназначенных для подключения к измерительному прибору.

Чувствительный элемент первичного преобразователя выполнен из металлической проволоки бифилярной намотки или пленки, нанесенной на диэлектрическую подложку (рис. 1). Чувствительный элемент имеет выводы для крепления соединительных проводов и известную зависимость электрического сопротивления от температуры. Принцип работы термометра сопротивления основан на изменении электрического сопротивления термочувствительного элемента от температуры.

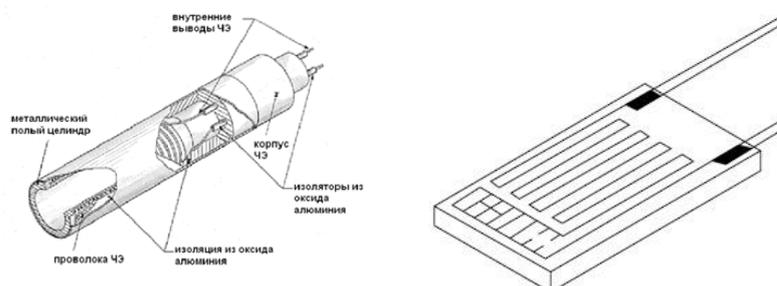


Рис. 1. Виды конструкций термометра сопротивления

В ходе измерительного эксперимента измерялось электрическое сопротивление чувствительного элемента термопреобразователя. В результате получили зависимость, приведенную на рис. 2.

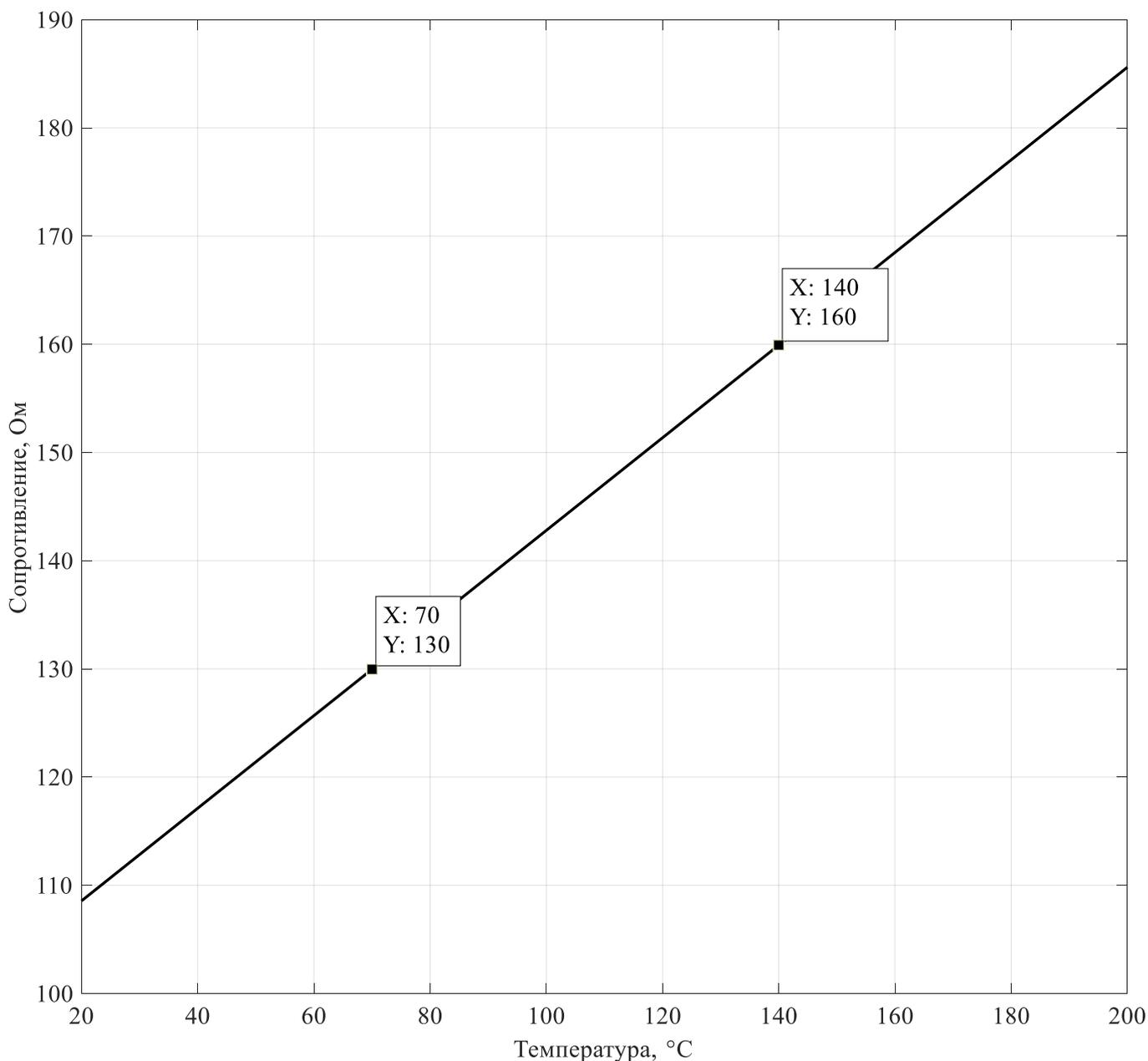


Рис. 2. Зависимость сопротивления термометра от температуры

Номинальная статическая характеристика медного термометра сопротивления в диапазоне измеряемых температур (0...200) °C по ГОСТ 6651–2009 описывается уравнением:

$$R_t = R_0(1+At),$$

где  $R_t$  – сопротивление термометра при температуре  $t$ , °C;  $R_0$  – сопротивление термометра при температуре 0°C;  $A$  – температурный коэффициент сопротивления.

По полученной экспериментальной зависимости выходного сопротивления термометра сопротивления от температуры определить коэффициенты  $R_0$  и  $A$ , указать их единицы измерения.

**Решение:**

Номинальная статическая характеристика медного термометра сопротивления в диапазоне измеряемых температур (0...200) °С представляет собой линейную зависимость, поэтому для определения ее параметров необходимо составить систему из двух уравнений. По графику на рис. 2 найдем значения абсцисс и ординат двух точек диапазона: при температуре  $t_1=70$  °С сопротивление термометра  $R_1=130$  Ом и при  $t_2=140$  °С сопротивление термометра  $R_2=160$  Ом, соответственно.

Составим систему уравнений на основе номинальной статической характеристики медного термометра сопротивления:

$$R_1 = R_0(1+At_1)$$

$$R_2 = R_0(1+At_2)$$

в которой неизвестными являются  $R_0$  – сопротивление термометра при температуре 0°С и  $A$  – температурный коэффициент сопротивления.

Из решения системы:

$$130 = R_0(1+A \cdot 70)$$

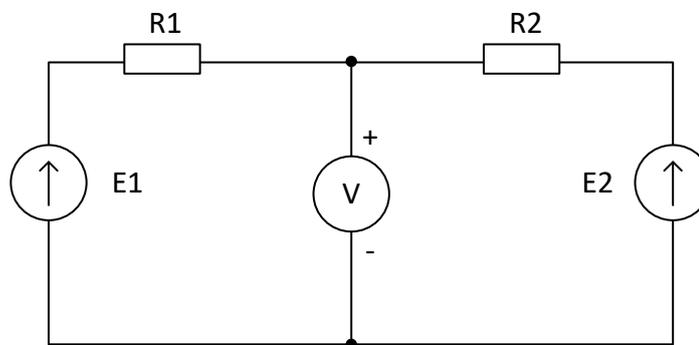
$$160 = R_0(1+A \cdot 140)$$

следует  $R_0 = 100$  [Ом] и  $A = 30/(70 \cdot 100)$  [1/°С]  $\approx 0,0043$  [1/°С].

**Ответ:**  $R_0 = 100$  [Ом] и  $A \approx 0,0043$  [1/°С].

**ЗАДАЧА 3 (30 баллов)**

Источники ЭДС  $E_1=10$  [В] и  $E_2=-5$  [В] соединены цепью последовательно соединенных резисторов  $R_1=20$  [Ом] и  $R_2=30$  [Ом]. Определить показания идеального вольтметра  $V$ , подключенного к точке соединения резисторов.

**Решение:**

Обозначив искомое напряжение вольтметра  $U_x$ , по закону Ома для левого участка цепи имеем

$$I_{R1} = \frac{E1 - U_x}{R1}$$

для правого участка цепи имеем

$$I_{R2} = \frac{U_x - E2}{R2}$$

Учитывая идеальность вольтметра,

$$I_{R1} = I_{R2}$$

Следовательно,

$$\frac{E1 - U_x}{R1} = \frac{U_x - E2}{R2}$$
$$R2(E1 - U_x) = R1(U_x - E2)$$
$$U_x = \frac{E1 \cdot R2 + E2 \cdot R1}{R1 + R2}$$
$$U_x = \frac{10[B] \cdot 30[Ом] + (-5[B]) \cdot 20[Ом]}{20[Ом] + 30[Ом]} = 4[B]$$

Ответ: 4 [В].

#### **ЗАДАЧА 4 (40 баллов)**

**Проектная навигационная задача (на основе механики движения с постоянной скоростью)**

Малый летательный аппарат в виде коптера вылетает из пункта А в пункт Б. Его полетное задание представлено в виде интервальных значений скоростей в моменты времени  $t_0$ ,  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ . На интервале времени от  $t_0$  до  $t_1$  скорость горизонтального полета меняется равномерно от 0 до  $V_{max}$ . На интервале времени от  $t_1$  до  $t_2$  скорость горизонтального полета остается постоянной равной  $V_{max}$ . На интервале времени от  $t_2$  до  $t_3$  скорость горизонтального полета меняется равномерно от  $V_{max}$  до 0.

Данные для вычислений:  $t_0=0$ ;  $t_1=20$  секунд;  $t_2=100$  секунд,  $t_3=120$  секунд;  $V_{max}=200$  м/с.

**Требуется:**

Вычислить значение пройденного коптером пути на каждом временном интервале и суммарное расстояние между пунктами А и Б.

Построить на каждом временном интервале в масштабе графики скоростей и пройденного пути.

Формат графиков представлен на рисунке 1.

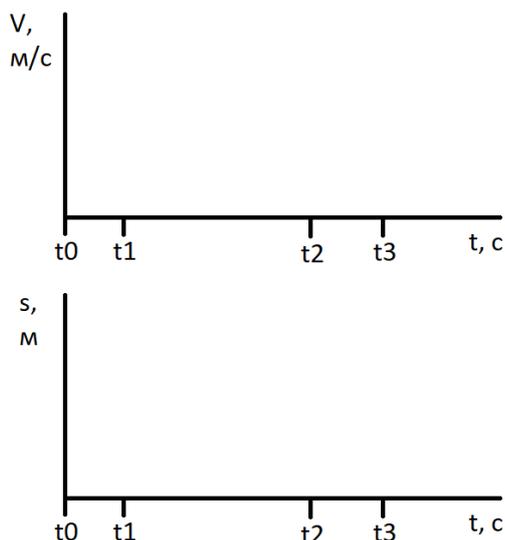


Рисунок 1 Формат представления графиков

## Решение

1. Вычисление значения пути, пройденного коптером на каждом временном интервале, и суммарного расстояния между пунктами А и Б.

На интервале времени от  $t_0$  до  $t_1$  пройденный путь вычисляется по формуле (1) через среднее на интервале времени значение скорости  $V_{\max}/2$ :

$$s_{0,1} = (t_1 - t_0) \cdot V_{\max}/2. \quad (1)$$

Подстановка численных значений дает значение пройденного пути на интервале времени от  $t_0$  до  $t_1$ :  $s_{0,1} = 2000$  метров.

На интервале времени от  $t_1$  до  $t_2$  пройденный путь вычисляется по формуле (2) через постоянное значение скорости  $V_{\max}$ :

$$s_{1,2} = (t_2 - t_1) \cdot V_{\max}. \quad (2)$$

Подстановка численных значений дает значение пройденного пути на интервале времени от  $t_1$  до  $t_2$ :  $s_{1,2} = 16000$  метров.

На интервале времени от  $t_2$  до  $t_3$  пройденный путь вычисляется по формуле (3) через среднее значение скорости  $V_{\max}/2$ :

$$s_{2,3} = (t_3 - t_2) \cdot V_{\max}/2. \quad (3)$$

Подстановка численных значений дает значение пройденного пути на интервале времени от  $t_2$  до  $t_3$ :  $s_{2,3} = 2000$  метров.

Суммарное значение пройденного коптером пути, которое является расстоянием между пунктами А и Б, вычисляется по формуле (4) через сумму отдельных участков траектории полета:  $s_{0,3} = s_{0,1} + s_{1,2} + s_{2,3}$ . (4)

Подстановка численных значений дает значение расстояния между пунктами А и Б:  $s_{0,3} = 20000$  метров.

2. Построение графиков скоростей и пройденного пути на каждом временном интервале.

График скоростей, построенный в масштабе по исходным данным, представлен на рисунке 2.

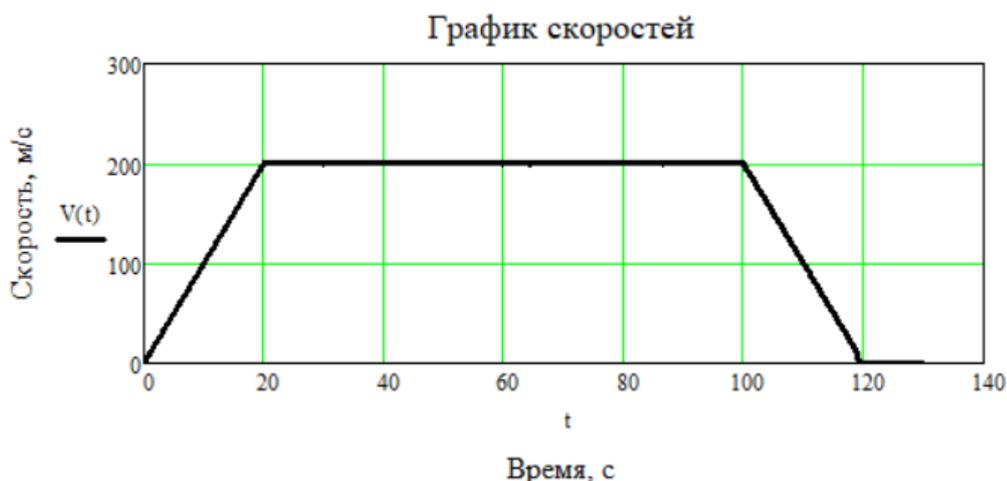


Рисунок 2 График скоростей, построенный по исходным данным

Вычисление точечных значений пути, пройденного коптером на всех интервалах времени от  $t_0$  до  $t_3$ .

Скорость движения коптера является переменной на интервале времени от  $t_0$  до  $t_1$ . Поэтому для построения графика пройденного коптером пути на интервале времени от  $t_0$  до  $t_1$  необходимо вычислить значения в нескольких промежуточных точках и соединить их на графике плавной кривой. В силу линейного изменения скорости достаточно вычислить значение в одной промежуточной точке, например, в средней точке временного интервала. Значение скорости в этой точке равно  $V_{\max}/2$ . Тогда пройденный коптером путь до этой точки определится по формуле (5):

$$s_{0,1,n} = (t_1 - t_0) \cdot V_{\max} / 4. \quad (5)$$

Подстановка численных значений дает значение пройденного пути на половине интервала времени от  $t_0$  до  $t_1$ :  $s_{0,1,n} = 500$  метров.

Скорость движения коптера является постоянной на интервале времени от  $t_1$  до  $t_2$ . Поэтому, для построения графика пути, пройденного коптером на интервале времени от  $t_0$  до  $t_1$ , необходимо вычислить значения в двух точках, например, начальной и конечной, и соединить их на графике прямой линией. Значения в этих точках уже вычислены по выражениям (1) и (2).

На следующем интервале времени от  $t_2$  до  $t_3$  скорость движения коптера является переменной, линейно изменяющейся от значения  $V_{\max}$  до 0 и график перемещения во времени вычисляется аналогично вычислению на интервале времени от  $t_0$  до  $t_1$ .

Результаты расчета точек графика перемещения коптера на интервале времени от  $t_0$  до  $t_3$  представлены на рисунке 3.

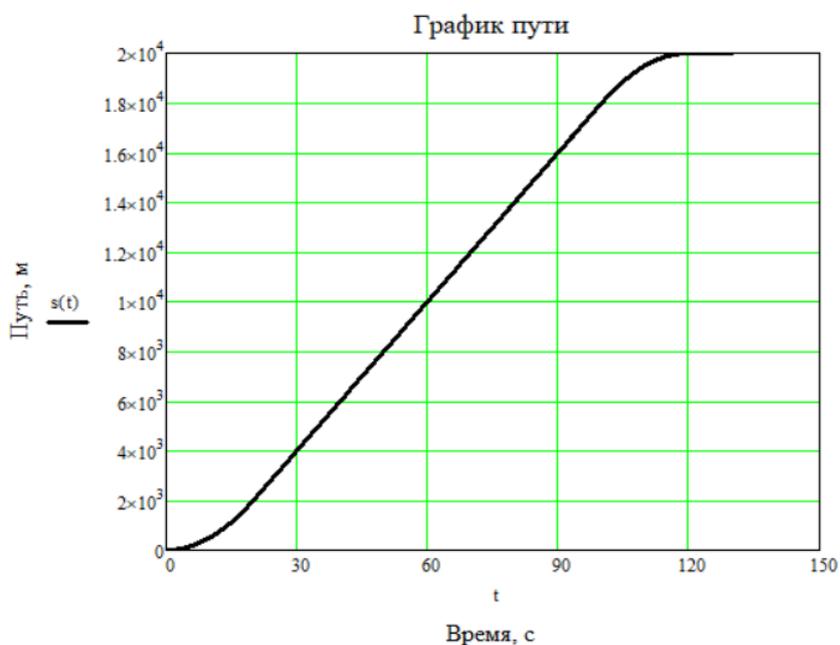


Рисунок 3 График перемещения коптера