

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/2-11-82

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	0	6	10	7	15	10	10 8	4	60

Вариант 1

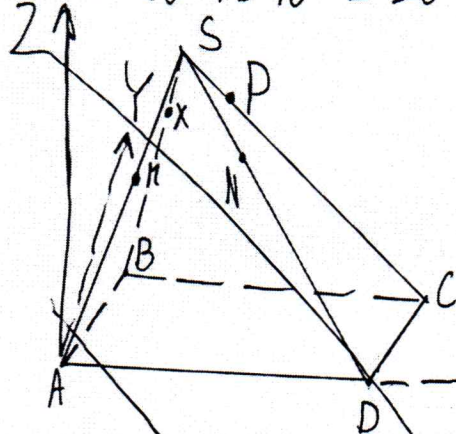
Сделаю замену: $a = 2^x$; $b = \sin^2 y$; $c = \ln^3 z$

Тогда: $a^2 + b^2 + c^2 = 16$

$2^{x+1} + 3\sin^2 y - 6\ln^3 z = 2a + 3b - 6c \leq \sqrt{2^2 + 3^2 + (-6)^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 7\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 28 \Rightarrow 2^{x+1} + 3\sin^2 y - 6\ln^3 z \leq 28$ з.м.г.

Оценивание.

(+)



Дано: $\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}$; $\frac{SN}{ND} = \frac{1}{3}$; $\frac{SP}{PC} = \frac{1}{4}$; $x \in \text{MNP}$

$\frac{SX}{XB} = 1$

1) $A(0; 0; 0)$ $D(x; 0; 0)$ $B(x_1; y_1; 0)$
 $C(x+x_1; y_1; 0)$ $S(x'; y'; z')$

2) $M(\frac{2}{3}x'; \frac{2}{3}y'; \frac{2}{3}z')$ $N(\frac{3}{4}(x+x_1); \frac{3}{4}y_1; \frac{3}{4}z')$

$P(\frac{1}{5}x' + \frac{1}{5}(x+x_1); \frac{1}{5}y' + \frac{1}{5}y_1; \frac{1}{5}z')$

$\frac{2}{3}x'a + \frac{2}{3}y'b + \frac{2}{3}z'c + d = 0$

$(\frac{3}{4}x' + \frac{1}{4}x)a$

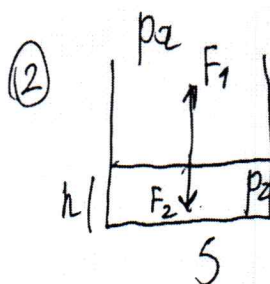
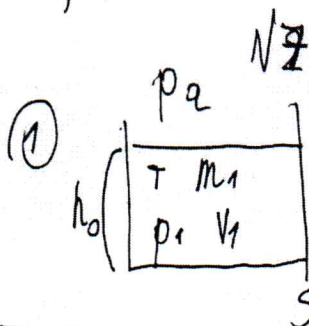


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 61/2-11-82

Заметим, что при $n > 2$ $\cos(10^n)^\circ = \cos 80^\circ$ *не годится*. Тогда: $\cos(10^{2023} + 10^{2024})^\circ = \cos 100^\circ = -\cos 80^\circ$.
 $a_1 \cos x + (a_2 + a_{2023} + a_{2024}) \sin x = \cos 10^\circ \cos x + (\cos 100^\circ + 2 \cos 80^\circ) \sin x$
 $\cdot \sin x = \cos 10^\circ \cos x + \cos 80^\circ \sin x = (\text{м.к. } \cos 100^\circ = -\cos 80^\circ)$
 $= \cos 10^\circ \cos x + \sin 10^\circ \sin x = \cos(x - 10^\circ)$ *до наименьшего значения косинуса равно -1. Тогда есть ответ: -1.*

Дано:
 $T = 373 \text{ K}$
 $m_n = 0$
 $h = 0,1 \text{ м}$
 $h_0 = 0,3 \text{ м}$
 $p_2 = 2 p_1$
 $\mu = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$
 $S = 0,01 \text{ м}^2$
 $p_a = 10^5 \text{ Па}$
 $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$



насыщенный

$$F_1 = F_2 \Rightarrow p_a S = p_2 S \Rightarrow p_2 = p_a \Rightarrow p_1 = \frac{p_a}{2}$$

Для ②: $p_1 V_1 = \nu R T$ $\nu = \frac{m_1}{\mu}$ $V_1 = h_0 S$

$$m_1 = \frac{p_a h_0 S \mu}{2 R T} = \frac{10^5 \cdot 0,3 \cdot 10^{-2} \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31 \cdot 373} = 8,7 \cdot 10^{-4} \text{ кг.}$$

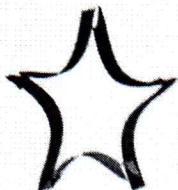
Ответ: $m_1 = 8,7 \cdot 10^{-4} \text{ кг.}$

$m_1 = ?$

Пересечение AA' и BB' - точка O - оптический центр линзы.
 Его координаты $(35; 35)$.

2) Прямые AB и $A'B'$ пересекаются на линзе (точка X)
 OX - линза. 3) Опустим перпендикуляры на линзу и соединим их с парой точка пересечения - фокус.
 Координаты фокусов $(39; 39)$, $(31; 33)$.

Ответ: Оптический центр $(35; 35)$; фокусы $(39; 39)$ $(31; 33)$

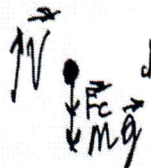


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 612-11-82

N5

Дано:
 $g = 10 \frac{m}{c^2}$
 $v_H = ?$

$\vec{F}_c = -k\vec{v}$


$v_{Hx} = v_{Hx} + \int_{t_1}^{t_2} a_x dt$

$v_{Hx} = 0$ ~~при~~ (при $a = g$) т.е. $t_2 = 2C$ (по графику)
 $t_1 = 0$

$ma = mg + F_c$

$v_{Hx} = 0$ $v_{Hx} = -v_H$; $a_x = a$

$0 = -v_H + \int_{t_1}^{t_2} a dt$ $v_H = \int_{t_1}^{t_2} a dt$

$\int_{t_1}^{t_2} a dt = S_3$ $S_3 = \frac{a_2 + a_1}{2} t_2$ $a_1 = 20 \frac{m}{c^2}$ $a_2 = 10 \frac{m}{c^2}$

$v_H = \frac{a_2 + a_1}{2} t_2 = \frac{10 + 20}{2} \cdot 2 = 30 \frac{m}{c}$ ответ: $v_H = 30 \frac{m}{c}$

N6

Дано:
 L, q_1, q_2
 m_1, m_2
 $v_1 = ?$
 $v_2 = ?$

ЗКД:

$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$

$v_1 = \frac{m_2}{m_1} v_2$

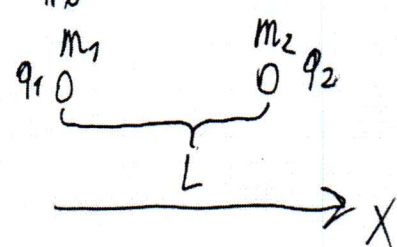
ЗКЭ:

$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{k q_1 q_2}{L}$

$\frac{2k q_1 q_2}{L} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = m_2 v_2^2 \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1} \right)$

ответ: $v_2 = \sqrt{\frac{2k q_1 q_2 m_1}{L m_2 (m_1 + m_2)}}$

$v_1 = \sqrt{\frac{2k q_1 q_2 m_2}{L m_1 (m_1 + m_2)}}$





Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 6112-11-82

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{aligned} \frac{\log_3 x \cdot \log_4 y}{\log_2(xy)} &= \frac{1}{3} \\ \frac{\log_3 y \cdot \log_{25} z}{\log_5(yz)} &= \frac{3}{5} \\ \frac{\log_{27} z \cdot \log_2 x}{\log_{16}(zx)} &= 1 \end{aligned} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \frac{\log_2(xy)}{\log_3(x) \log_2(y)} &= \frac{3}{2} \\ \frac{\log_5(zy)}{\log_3(y) \log_5 z} &= \frac{5}{6} \\ \frac{\log_2(zx)}{\log_3 z \cdot \log_2 x} &= \frac{4}{3} \end{aligned} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \frac{\log_y xy}{\log_3 x} &= \frac{3}{2} \\ \frac{\log_2 zy}{\log_3 y} &= \frac{5}{6} \\ \frac{\log_x xz}{\log_3 z} &= \frac{4}{3} \end{aligned} \right. \\
 & \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \frac{\log_z(y)+1}{\log_3 y} &= \frac{5}{6} \\ \frac{\log_x(z)+1}{\log_3 z} &= \frac{4}{3} \\ \frac{\log_y x + 1}{\log_3 x} &= \frac{3}{2} \end{aligned} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \frac{\log_3 y}{\log_3 z + \log_3 y} + \frac{1}{\log_3 y} &= \frac{5}{6} \\ \frac{\log_3 z}{\log_3 x \cdot \log_3 z} + \frac{1}{\log_3 z} &= \frac{4}{3} \\ \frac{\log_3 x}{\log_3 y \log_3 x} + \frac{1}{\log_3 x} &= \frac{3}{2} \end{aligned} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{\log_3 y} + \frac{1}{\log_3 x} &= \frac{3}{2} \\ \frac{1}{\log_3 z} + \frac{1}{\log_3 y} &= \frac{5}{6} \\ \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 z} &= \frac{4}{3} \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Отсюда следует, что:

$$\log_3 z = 3 \Rightarrow z = 27$$

$$\log_3 y = 2 \Rightarrow y = 9$$

$$\log_3 x = 1 \Rightarrow x = 3$$

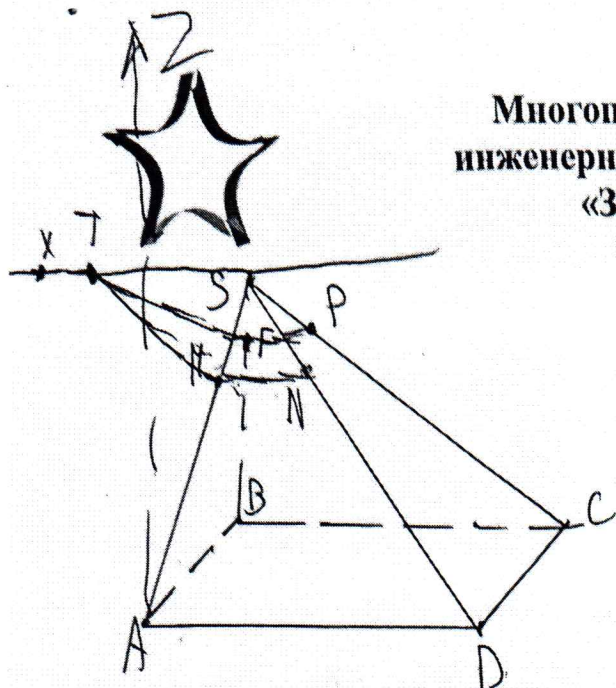
ответ: $x=3; y=9; z=27$.

нет решения!

Как?

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 6112-11-82



N1

Дано: $\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}$; $\frac{SN}{ND} = \frac{1}{3}$; $\frac{SP}{PC} = \frac{1}{4}$;

$F \in MP$,

$\frac{SF}{FB} = ?$



1) ASD и BSC пересекаются через $\parallel AD$ и $BC \Rightarrow$
 $\Rightarrow ASD \cap BSC = ST$, $ST \parallel AD \parallel BC$ (пучок T - точка пересечения SA и SB),

F - точка $SB \cap TP$. Тогда сечение $MNPF$ - искомого.

2) $MF \parallel NP \Rightarrow \angle TMF = \angle TNP$, $\angle TFM = \angle TPN \Rightarrow \triangle TMF \sim \triangle TNP$
 $\Rightarrow \frac{TM}{TN} = \frac{TF}{TP}$, значит такое отношение верно и для проекции

данных отрезков на вертикальную ось: $\frac{Z(TM)}{Z(TN)} = \frac{Z(TF)}{Z(TP)}$
 $Z(TM) = H \frac{SM}{SA}$ * $\frac{1}{Z(TM)} = \frac{1}{H} \frac{(SM+MA)}{SM} = \frac{1}{H} \left(1 + \frac{MA}{SM}\right) = \frac{3}{H} \Rightarrow Z(TM) = \frac{H}{3}$

Аналогично, $Z(TN) = \frac{H}{4}$, $Z(TP) = \frac{H}{5}$, где H - расстояние от плоскости $ABCD$ до плоскости ей $\parallel$ и проходящей через S .

$\frac{H \cdot 1}{3H} = \frac{5Z(TF)}{H} \Rightarrow Z(TF) = \frac{1}{15} H$

С другой стороны, $\frac{1}{Z(TF)} = \frac{1}{H} \left(\frac{SF+FB}{SF} \right) = \frac{1}{H} \left(1 + \frac{FB}{SF} \right) = \frac{15}{H}$

$\frac{FB}{SF} = \frac{11}{4} \Rightarrow \frac{SF}{FB} = \frac{4}{11}$

Ответ: $\frac{4}{11}$