



Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр А-73-11-15

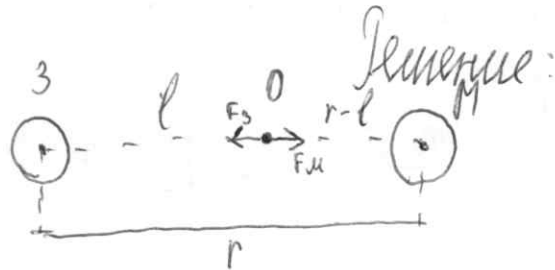
1. Дано:

$$r = 54,6 \cdot 10^6 \text{ км}$$

$$M_3 = 6 \cdot 10^{24}$$

$$M_{\text{л}} = 6,4 \cdot 10^{23}$$

$r_3 = ?$



Решение:  
Поскольку  $r \gg R_{\text{зем}} \text{ и } r \gg R_{\text{лун}} \text{, тогда}$   
пренебрежем радиусами планет и найдем ~~на~~  
центр масс ~~и~~ расстояние до точки от Земли.  
~~Запишем через координаты, тогда у нас получится~~  
 ~~$0 = \frac{M_3 \cdot r + (r-l) \cdot M_{\text{л}}}{(M_3 + M_{\text{л}})}$~~   
 $F_3 = F_{\text{л}}$ , по 2-му 3Н, т.к. тело  
будет покоиться

$$M_{\text{л}} \cdot r_3^2 = M_3 (r - r_3)^2$$

$$M_{\text{л}} \cdot r_3^2 = M_3 (r^2 - 2r \cdot r_3 + r_3^2)$$

$$M_3 \cdot r_3^2 - M_3 \cdot 2r \cdot r_3 + M_3 \cdot r^2 - M_{\text{л}} \cdot r_3^2 = 0$$

решим как кв. ур.

$$r_3^2 (6 \cdot 10^{24} - 6,4 \cdot 10^{23}) - r_3 (6 \cdot 10^{24} \cdot 2 \cdot 54,6) + 6 \cdot 10^{24} \cdot (54,6)^2 = 0$$

Отсюда найдем  $r_3 \approx 41 \text{ млн км}$

Ответ: от земли 41 млн. км.

2. Дано:

$$R = 3430 \text{ км}$$

$$M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$a_{\text{л}} = ?$

Решение  
По закону всемирного тяготения и 2-му 3Н

$$\frac{G \cdot M \cdot m}{R^2} = m \cdot a_{\text{л}}$$

$$\frac{G \cdot M}{R^2} = a$$

$$a = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,4 \cdot 10^{23}}{(3430 \cdot 10^3)^2} \approx 3,6 \text{ м/с}^2$$

Ответ:  $3,6 \text{ м/с}^2$

3. Дано:

$$v = 10 \text{ км/с}$$

$$V_0 = 1 \text{ м}^3 = 10^4 \text{ м}^3$$

$$n = 1$$

$$m_0 = 2 \cdot 10^{-5}$$

$$v = \text{const}$$

$$S = 49 \text{ м}^2$$

$F_{\text{мш}} = ?$

Решение:  
Затем выразим энергию от изм. кинетической энергии

$$E_{2k} - E_{1k} = F \cdot \Delta l, \quad E_{2k} > E_{1k}$$

где:

$$E_{2k} = \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2}, \quad v_2 = v_1 = v = \text{const}$$

$$m_2 = m_{\text{ш}} + M_k, \quad M_k - \text{масса корабля}$$

$m_{\text{ш}}$  - масса всей метеор.

Масса всей метеор можно найти так:  
 $m_{\text{ш}} = V \cdot \frac{m \cdot n}{V_0}, \quad V = S \cdot \Delta l$ , тогда получаем

$$m_{\text{ш}} = 49 \cdot \Delta l \cdot 2 \cdot 10^{-5}$$

$$E_{1k} = \frac{M_k \cdot v_1^2}{2}$$

Затем подставим форму.

$$(49 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \Delta l + M_k) \cdot v^2 - \frac{M_k \cdot v^2}{2} = F \cdot \Delta l$$

$$\frac{(49 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \Delta l) \cdot v^2}{2} + \frac{M_k \cdot v^2}{2} - \frac{M_k \cdot v^2}{2} = F \Delta l$$

$$49 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta l \cdot v^2 = F \Delta l$$

$$F = 49 \cdot 10^{-5} \cdot 10^8 = 49 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

Ответ: на 49 кН.

4. Дано:

$$h = 3430 \text{ км}$$

$$R_{\text{ш}} = 3430 \text{ км}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = ?$$

Решение:

$A_1$  - это будет изм. <sup>модуль</sup> энергии спутника при изменении радиуса и исп. <sup>следующий из</sup> закон. <sup>всех тел</sup> тяготения

$$A_1 = |E_{n2} - E_{n1}| = |m g_{\text{ш}}(R+h) - m g_{\text{ш}} R| = \left| m \cdot 2R \cdot \frac{GM}{(2R)^2} - m R \cdot \frac{GM}{R^2} \right|$$

$$= \left| m \cdot \frac{GM}{2R} - m \frac{GM}{R} \right| = \frac{GM \cdot m}{2R}, \quad \text{В точках работы совершили над спутником, поэтому будем модуль}$$



Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр A-73-11-15

$A_2$  - из кин. энергии  $\Rightarrow A_2 = \frac{mv^2}{2}$ , из соот. попер.

Спутник движется по круг. орбите  $\Rightarrow$  центр. ускор.  $a_g = \frac{v^2}{2R}$

$$a_g = g' = \frac{G \cdot M_{\text{ж}}}{(2R)^2} = \frac{v^2}{2R} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_{\text{ж}}}{2R}$$

( $2R = R + h$ )

$$A_2 = \frac{m}{2} \cdot \frac{GM_{\text{ж}}}{2R} = \frac{mGM_{\text{ж}}}{4R}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \left( \frac{4R}{mGM_{\text{ж}}} \right) \cdot \left( \frac{GM_{\text{ж}} m}{2R} \right) = 2$$

Ответ: в 2 раза

5. Решение:

$$S = 54,6 \text{ млн км}$$

$$v = 12 \text{ км/с}$$

$$t = ?$$

Решение:

при равномерном движении:

$$S = v \cdot t$$

$$t = \frac{S}{v} = \frac{54,6 \cdot 10^6 \text{ км}}{12 \text{ км/с}} = 4,55 \cdot 10^6 \text{ с.} \quad \text{или } \approx 53 \text{ лет}$$

Ответ:  $4,55 \cdot 10^6 \text{ с}$  или 53 лет.