

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 50-07-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	13	13	10	10	15	15	100

Вариант 2

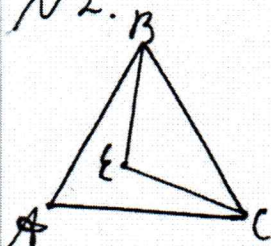
№1

Чтобы полученное число было наибольшим, нужно в начале оставить как можно больше девяток.

Сначала вычеркиваем цифры от 1 до 8, остаётся вычеркнуть 73 цифры.
 До следующей девятки нужно вычеркнуть 19 цифр, остаётся 54 цифры.
 До следующей девятки нужно вычеркнуть 19 цифр, остаётся 35 цифр.
 До следующей девятки нужно вычеркнуть 19 цифр, остаётся 16 цифр.
 До следующей девятки нужно вычеркнуть 19 цифр, но осталось 16 цифр.
 До следующей восьмёрки нужно вычеркнуть 17 цифр, но осталось 16 цифр.
 До следующей семёрки нужно вычеркнуть 15 цифр, остаётся 1 цифра.
 До девятки 1 вычеркивание мало, а до восьмёрки хватит.

Ответ: это число 999978495051525354555657585960616263646566676869707172737475767778798081.

№2.



Дано: $\angle A = 60^\circ$; $E \in \triangle ABC$; $\angle BCE = 2\angle ACE$; $\angle CBE = 2\angle ABE$

Найти: $\angle BEC$

Решение: т.к. $\angle A = 60^\circ$, то $\angle B + \angle C = 120^\circ$

А

$$2) \angle B = \angle ABE + \angle CBE = 3\angle ABE \quad (\angle CBE = 2\angle ABE)$$

$$3) \angle C = \angle ACE + \angle BCE = 3\angle ACE \quad (\angle BCE = 2\angle ACE)$$

$$4) 3\angle ABE + 3\angle ACE = 120^\circ \quad (\text{по п. 1, п. 2, п. 3})$$

$$\angle ABE + \angle ACE = 40^\circ$$

$$2\angle ABE + 2\angle ACE = 80^\circ$$

$$\angle CBE + \angle BCE = 80^\circ \quad (2\angle ABE = \angle CBE; 2\angle ACE = \angle BCE)$$

$$5) \angle CBE + \angle BCE + \angle BEC = 180^\circ \Rightarrow \angle BEC = 180^\circ - (\angle CBE + \angle BCE) = 100^\circ \quad (\text{по п. 4})$$

Ответ: $\angle BEC = 100^\circ$.

№3. Несколько раз представим Найдём первые несколько членов последовательности

- 1) 4
- 2) $4^2=16, 7+4=11 \mid 11$
- 3) $8 \mid 11^2=121, 4+4=8$
- 4) $14 \mid 8^2=64, 10+4=14$
- 5) $20 \mid 14^2=196, 16+4=20$
- 6) $8 \mid 20^2=400, 4+4=8$
- 7) $14 \mid 8^2=64, 10+4=14$
- 8) $20 \mid 14^2=196, 16+4=20$
- 9) $8 \mid 20^2=400, 4+4=8$

Заметна одна и та же закономерность, значит все числа в последовательности будут повторяться.

На местах кратных трём будет восемь.

На местах, при делении на три дающих ^{остаток} один, будет четырнадцать.

На местах, при делении на три дающих остаток два, будет двадцать.

$2024:3=674(\text{остаток } 2) \Rightarrow$ будет двадцать.

Ответ: на 2024-м месте находится число 20.

№4. натуральной

10 в любой степени делится только на 2 и 5, из простых чисел.

Посчитаем сколько чисел от 1 до 81 делится на 5 ~~кратно~~: $\frac{81}{5}=16(\text{ост. } 1)$

Но есть числа которые два раза делятся на 5, в них я учёл только одну 5: $\frac{81}{25}=3(\text{ост. } 6)$

Значит знаменатель 10^{81} можно сократить на: $5^{16} \cdot 5^3 = 5^{19}$.

Посчитаем сколько чисел от 1 до 81 делится на 2: $\frac{81}{2}=40(\text{ост. } 1)$

Но есть числа которые два раза делятся на 2, в них я учёл только одну 2: $\frac{81}{4}=20(\text{ост. } 1)$

Есть числа которые три раза делятся на 2, в них я учёл только две 2: $\frac{81}{8}=10(\text{ост. } 1)$

Есть числа которые четыре раза делятся на 2, в них я учёл только три 2: $\frac{81}{16}=5(\text{ост. } 1)$

Есть числа которые пять раз делятся на 2, в них я учёл только четыре 2: $\frac{81}{32}=2(\text{ост. } 17)$

Есть числа которые шесть раз делятся на 2, в них я учёл только пять 2: $\frac{81}{64}=1(\text{ост. } 17)$

~~Посчитаем ещё~~ Значит знаменатель 10^{81} можно сократить на: $2^{40} \cdot 2^{10} \cdot 2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^1 = 2^{58}$.

Итого можно сократить знаменатель 10^{81} на: $5^{19} \cdot 2^{58}$, останется: $\frac{10^{81}}{5^{19} \cdot 2^{58}} = 2^3 \cdot 5^{62}$

Ответ: после максимального сокращения знаменатель дроби будет: $2^3 \cdot 5^{62}$.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 50-07-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№5.

Дано:

$$a = 2 \text{ м}$$

$$a_1 = 45 \text{ см}$$

$$b_1 = 80 \text{ см}$$

$$c_1 = 180 \text{ см}$$

$$v = 1050 \text{ л/мин}$$

$$t = ?$$

Решение: $V = a^3; V = 8 \text{ м}^3 = 8000 \text{ дм}^3 = 8000 \text{ л}$ ✓

$$V_1 = a_1 b_1 c_1; V_1 = 648000 \text{ см}^3 = 648 \text{ дм}^3 = 648 \text{ л}$$
 ✓

$$V_2 = V - V_1; V_2 = 7352 \text{ л}$$

$$t = \frac{V_2}{v}; t = 7 \frac{1}{525} \approx 7 \text{ мин.}$$
 ✓

Ответ: у фокусника есть максимум 7 минут, чтобы выбраться.

№6.

Дано:

$$a = 10 \text{ саженей}$$

$$b = 15 \text{ аршин}$$

$$h = 10 \text{ локтей}$$

$$a_1 = 4 \text{ локтя}$$

$$b_1 = 3 \text{ локтя}$$

$$V = 51 \text{ м}^3$$

$$\mu = 1 \text{ л/5 м}^2$$

$$N = ?$$

Решение: $S_1 = ah; S_1 = 90 \text{ м}^2; S_2 = bh; S_2 = 52,5$ ✓

$$S = 2S_1 + 2S_2; S = 180 \text{ м}^2 + 105 \text{ м}^2 = 285 \text{ м}^2$$
 ✓

$$S_n = \frac{V}{\mu}; S_n = 255 \text{ м}^2$$

$$S_{ок.} = S - S_n = 30 \text{ м}^2$$

$$S_1 = a_1 b_1; S_1 = 3 \text{ м}^2$$

$$N = \frac{S_{ок.}}{S_1}; N = 10$$

Ответ: в тереме 10 окон.

№7.

Дано:

$$v_1 = \frac{1}{4} v$$

$$x = ?$$

Решение: Пусть длина туннеля S , путь на машине до начала туннеля l .
 $xS: \frac{v}{4} = \frac{l}{v} \Rightarrow \frac{4xS}{v} = \frac{l}{v} \Rightarrow 4xS = l$ (1) (2)-(1): $4S - 8xS = S \Rightarrow$

$$4 - 8x = 1$$

$$8x = 3$$

$$x = \frac{3}{8}$$

Ответ: Вова проехал $\frac{3}{8}$ длины туннеля до того, как услышал сигнал автомобиля.

№8.

Дано:

$$\rho_{ал.} = 2,72 \text{ г/см}^3$$

$$\rho_{м.} = 4,52 \text{ г/см}^3$$

$$\rho_{изл.} = ?$$

Решение: $\rho_{см.} = \frac{0,25m + 0,75m}{\frac{V_1}{\rho_{ал.}} + \frac{V_2}{\rho_{м.}}} = \frac{m}{\frac{m_1}{\rho_{ал.}} + \frac{m_2}{\rho_{м.}}} = \frac{m}{\frac{\rho_{ал.} m_1 + \rho_{м.} m_2}{\rho_{ал.} \rho_{м.}}} = \frac{\rho_{ал.} \rho_{м.} m}{\rho_{ал.} m_1 + \rho_{м.} m_2} = \frac{\rho_{ал.} \rho_{м.} m}{m(0,25\rho_{ал.} + 0,75\rho_{м.})}$

$$\rho_{см.} = \frac{4,52 \text{ г/см}^3 \cdot 2,72 \text{ г/см}^3}{0,25 \cdot 4,52 \text{ г/см}^3 + 0,75 \cdot 2,72 \text{ г/см}^3} = \frac{12,152 \text{ г/см}^3 \cdot \text{г/см}^3}{1,125 \text{ г/см}^3 + 2,025 \text{ г/см}^3} = \frac{12,152 \text{ г/см}^3 \cdot \text{г/см}^3}{3,15 \text{ г/см}^3} = 3,85 \text{ г/см}^3$$

$$\rho_{изл.} = \frac{m_3 + m_4}{\frac{V_3}{\rho_{ал.}} + \frac{V_4}{\rho_{м.}}} = \frac{\rho_{ал.} V_3 + \rho_{м.} V_4}{V} = \frac{0,25V \rho_{ал.} + 0,75V \rho_{м.}}{V} = \frac{0,25 \rho_{ал.} + 0,75 \rho_{м.}}{1}$$

$$\rho_{изл.} = \frac{0,25 \cdot 2,72 \text{ г/см}^3 + 0,75 \cdot 4,52 \text{ г/см}^3}{1} = \frac{0,68 \text{ г/см}^3 + 3,39 \text{ г/см}^3}{1} = 4,05 \text{ г/см}^3$$

Ответ: 4,05 г/см³