

Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

шифр 58-09-08

| Задание | 1  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6  | 7  | 8 | Всего |
|---------|----|---|---|---|---|----|----|---|-------|
| Баллы   | 12 | 0 | 0 | 0 | 8 | 10 | 15 | 6 | 51    |

Вариант 1

№ 1.

$$\begin{cases} x^2 + 2 = (y + z)^2 \\ y^2 + 3 = (x + z)^2 \\ z^2 + 4 = (x + y)^2 \end{cases}$$

Сложим все уравнения:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 9 = y^2 + 2yz + z^2 + x^2 + 2xz + z^2 + x^2 + 2xy + y^2$$

Получаем:  $x^2 + y^2 + z^2 + 2yz + 2xz + 2xy = 9$

По формуле сокращ. умнож. : 1)  $x + y + z = 3$   
2)  $x + y + z = 3$

1)  $x + y + z = -3$  - будет как минимум один отриц. корень, по условию не подходит.

2)  $x + y + z = 3 \rightarrow x = 3 - y - z$

Подставим в первое:

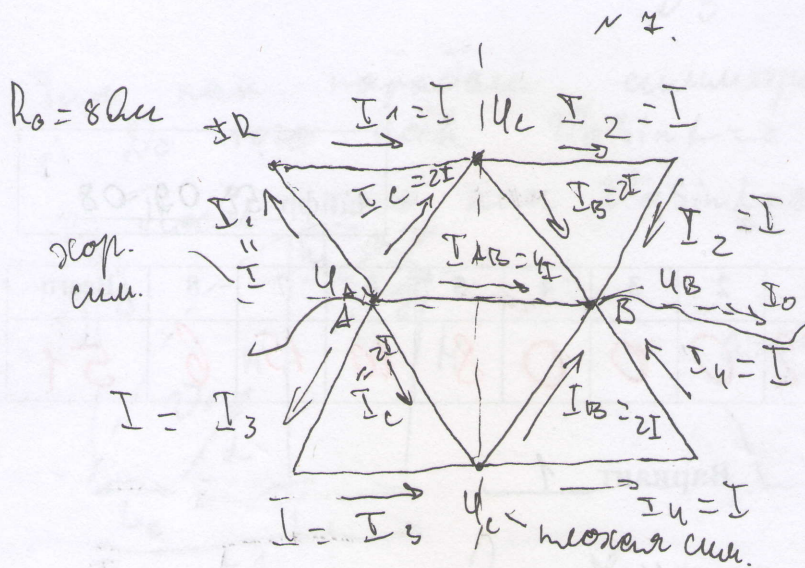
$$2 + 9 - 3z - 3y - 3z + z^2 + zy - 3y + zy + y^2 = y^2 + 2zy + z^2$$

$$z + y = \frac{11}{6} \quad y = \frac{11}{6} - z \rightarrow x = 3 - \frac{11}{6} = \frac{4}{6}$$

Подставим во второе:

$$\frac{121}{36} - \frac{11}{3}z + 3 = \frac{49}{36} + \frac{4}{3}z \rightarrow z = \frac{5}{6} \quad y = 1$$

Ответ:  $x = \frac{4}{6}$ ;  $y = 1$ ;  $z = \frac{5}{6}$



Из рисунка, что тут  
 есть симметрия и плоская  
 симметрия  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = I$   
 Будем расставлять точки  
 исходя из того что  
 $U_A > U_B$

$$\left. \begin{aligned} U_A - U_C &= I_C R_0 \\ U_A - U_C &= 2I R_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_C = 2I$$

$$\left. \begin{aligned} U_C - U_B &= I_B R_0 \\ U_C - U_B &= 2I R_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_B = 2I$$

$$\left. \begin{aligned} U_A - U_B &= 4I R_0 \\ U_A - U_B &= I_{AB} R_0 \end{aligned} \right\} = I_{AB} = 4I$$

$\mathcal{E}_{AB} = U_A - U_B = 4I R_0$  — подводимое напряжение

Относительно узла B по 1-ому закону Кирхгофа:

$$I_0 = 10I$$

Тогда:  $R_{общ} = \frac{\mathcal{E}_{AB}}{I_0} = 0,4 R_0 = 3,2 \Omega$

ОТВЕТ:  $3,2 \Omega$

№ 8.

Зададим уравнение каждого из лучей:

I луч:  $y = kx + b$

$$5 = k + b$$

$$3 = 2k + b \Rightarrow 5 - 3 = -k \quad k = -2$$

$$y = -2x + 7 \quad b = 7$$

II луч:  $y = k_1 x + b_1$

угол наклона второго графика по усл. 40

тогда:  $y = x + b$

$$2 = 1 + b$$

$$1 = b + b$$

$$b = -5$$

$$\Rightarrow y = x - 5$$

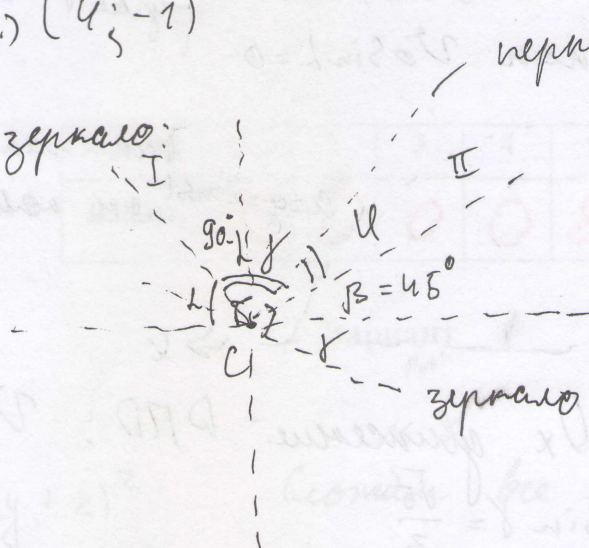
точка отражения - точка, принад. ост.и лучам

Тогда:  $-2x + 4 = x - 5$   $x = 4 \Rightarrow y = -1$

С (точка отраж.)  $(4; -1)$

Рассмотрим зеркало:

$L = \arctg(2)$   
по уг.



перпендикуляр к зеркалу

$\alpha = 90^\circ - \beta + \gamma$  по зак. отражения

$\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$  так как перпенд. к зеркалу

$\gamma = \frac{\arctg(2) - 45^\circ}{2}$

ОТВЕТ:  $(4; -1)$  ;  $\frac{\arctg(2) - 45^\circ}{2}$

N 6.

Пусть  $h_{л1}$  - высота льда до таяния, а  $h_{л2}$  - после таяния. Известно, что лёд занимает больший объём, чем вода при такой же массе, тогда:

$m_{\text{л}} = \rho_{\text{л}} V_1 = \rho_{\text{в}} V_2$   $\rightarrow \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{h_{\text{л1}}}{h_{\text{л2}}}$   
до таян. после таян.

$h_{\text{л2}} = \frac{\rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}} h_{\text{л1}}$

$h_1$  - высота всего льда

$h_2$  - высота в конце

$h_{\text{в}}$  - высота талой воды

$h_1 = 120 \text{ см} = h_{\text{в}} + h_{\text{л1}}$

$h_1 - h_2 = h_{\text{л1}} \left(1 - \frac{\rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}}\right)$

$h_2 = 115 \text{ см} = h_{\text{в}} + h_{\text{л2}}$

$h_{\text{л1}} = 50 \text{ см} \Rightarrow h_{\text{в}} = 70 \text{ см}$

$m_{\text{л}} = \rho_{\text{л}} S h_{\text{л1}} = 0,645 \text{ кг}$

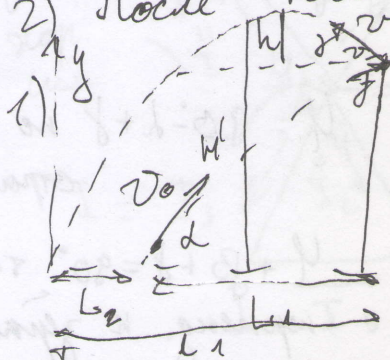
$m_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} S h_{\text{в}} = 1,05 \text{ кг}$

ОТВЕТ:  $m_{\text{л}} = 0,645 \text{ кг}$  ;  $m_{\text{в}} = 1,05 \text{ кг}$

№ 5.

Так как параболы симметричны относительно оси  $y$  в вариантах  
1) До того как  $V_0 \sin t = 0$  (удар один в обоих случаях)

2) После того как  $V_0 \sin t = 0$



Так как удар упругий и  $a = g = \text{const}$  он полетит вверх

Так как по  $Ox$  движение РПД:  $V_0 \cos \alpha = V \cos \gamma$

$$\cos \gamma = \frac{2}{3} \quad \sin \gamma = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Тогда время до удара  $t_1 =$

$$V_0 \sin \alpha - g t_1 = V \sin \gamma \quad t_1 = \frac{V_0 \sin \alpha - V \sin \gamma}{g} = (2\sqrt{3} - \sqrt{5})c$$

$$H = V_0 \sin \alpha t_1 + g \frac{t_1^2}{2} = 85 \text{ м}$$

Посмотрим на падение со скоростью  $V \sin \gamma$ :

$$V \sin \gamma = g T_1 \quad T_1 = \frac{V \sin \gamma}{g} = \sqrt{5} c$$

$$h = V \sin \gamma T_1 - \frac{g T_1^2}{2} = 25 \text{ м} \quad h' = 110 \text{ м} = \frac{g T_1'^2}{2} \quad \text{время пол.}$$

$$T_1 = \sqrt{22} c$$

Тогда до удара по  $Ox$  он пролетит:  $L_1 = V_0 \cos \alpha t_1 =$

$$= 40\sqrt{3} - 20\sqrt{5}$$

Тогда после удара по  $Ox$  он пролетит:  $L_2 = V \cos \gamma (T_1 + T_1') =$

$$= 20\sqrt{22} + 20\sqrt{2}$$

$$L_2 = 20\sqrt{22} + 20\sqrt{2} - 40\sqrt{3} + 20\sqrt{5} = 20(\sqrt{22} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{5}) \text{ м}$$





Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

шифр 58-09-08

| Задание | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Всего |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|-------|
| Баллы   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |

Вариант 1

Продолжение № 5:

Время до удара  $t_2$ :  $v_0 \sin \alpha - g t_2 = -v \sin \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow t_2 = 2\sqrt{3} + \sqrt{5}$  Высота сосны на которой прощел.

до удара такая же.  $H = 85$  м

тогда время до падения  $T_2$ :

$H = v \sin \alpha T_2 + 0.5 T_2^2 \Rightarrow$  решая квадратное уравнение

получаем:  $T_2 = \sqrt{22} - \sqrt{5}$

тогда до удара по  $Ox$  он прошил:

$$L_2 = v_0 \cos \alpha t_2 = 40\sqrt{3} + 20\sqrt{5} \text{ м}$$

$$\text{после удара: } L_3 = v \cos \alpha T_2 = 20\sqrt{22} - 20\sqrt{5} \text{ м}$$

$$L_4 = 40\sqrt{3} + 20\sqrt{5} - 20\sqrt{22} + 20\sqrt{5} = 20(2\sqrt{3} + 2\sqrt{5} - \sqrt{22}) \text{ м}$$

ОТВЕТ:  $20(\sqrt{22} + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{3}) \text{ м}$  ;  $20(2\sqrt{3} + 2\sqrt{5} - \sqrt{22}) \text{ м}$ .

№ 2.

До обеда:

После обеда:

$$A(\text{мощ}) : I : x$$

$$A(\text{мощ}) : I : y = \frac{25}{8}x$$

$$II : 1,25x = \frac{5}{4}x$$

$$II : 0,8y = \frac{4}{5}y = \frac{5}{2}x$$

$$x + y = 1,1(1,25x + 0,8y)$$

$$2,25x + 1,8y < 250$$

$$\downarrow$$
$$y = \frac{25}{8}x$$

$$\downarrow$$
$$x < 31,45$$

тогда II обкурим:  $\frac{15}{4}x$

$$\frac{15}{4}x < 119$$

Ответ: менее 119.



Министерство образования  
и науки Российской Федерации  
«Сколково»

|         |   |   |   |   |   |   |   |   |           |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|-----------|
| Решение | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Результат |
| Задача  |   |   |   |   |   |   |   |   |           |

Решение

Решение: Пусть  $x$  — количество билетов, купленных на выставку. Тогда стоимость билетов составит  $15x$  руб. Стоимость билетов и билетов на выставку составляет  $15x + 119$  руб. По условию, эта сумма должна быть не менее 119 руб. и не более 119 руб. (так как билетов куплено не более 119). Таким образом, получаем неравенство  $15x \leq 119$ , откуда  $x \leq \frac{119}{15}$ . Поскольку  $x$  — целое число, то  $x \leq 7$ . Ответ: не более 7 билетов.

По условию:

$$\begin{aligned} \text{Аналог: } I: x \\ II: 1,5x = \frac{3}{2}x \\ \text{Аналог: } I: y = \frac{2}{3}x \\ II: 0,5y = \frac{1}{3}x = \frac{2}{9}x \end{aligned}$$

Тогда, в соответствии с условием: