

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	13	-	10	10		6	63

Вариант 1

N 1

$$\begin{cases} x^2 + z = (y + z)^2; \\ y^2 + z = (x + z)^2; \\ z^2 + 4 = (x + y)^2; \end{cases}$$

Сложим все уравнения:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 9 = (y + z)^2 + (x + y)^2 + (x + z)^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 9 = y^2 + 2yz + z^2 + x^2 + 2xy + y^2 + x^2 + 2xz + z^2$$

$$9 = 2yz + 2xz + z^2 + x^2 + y^2 + 2xy$$

$$9 = (x + y + z)^2$$

1 случай:

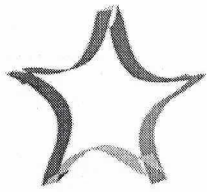
$$x + y + z = 3$$

$$x + z = 3 - y$$

$$x + y = 3 - z$$

$$y + z = 3 - x$$

(продолжение на след. листе)



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

и 1 (просят)

$$1) x^2 + 2 = (y + z)^2$$

$$x^2 + 2 = (3 - x)^2$$

$$x^2 + 2 = 9 - 6x + x^2$$

$$6x = 7$$

$$x = \frac{7}{6}$$

$$2) y^2 + 3 = (x + z)^2$$

$$y^2 + 3 = (3 - y)^2$$

$$y^2 + 3 = 9 - 6y + y^2$$

$$6y = 6$$

$$y = 1$$

$$3) z^2 + 4 = (x + y)^2$$

$$z^2 + 4 = (3 - z)^2$$

$$z^2 + 4 = 9 - 6z + z^2$$

$$6z = 5$$

$$z = \frac{5}{6}$$

2) иначе!

$$x + y + z = -3$$

$$x + y = -3 - z$$

$$z^2 + 4 = (x + y)^2$$

~~$$z^2 + 4 = (-x - y)^2$$~~

$$z^2 + 4 = (-3 - z)^2$$

$$z^2 + 4 = (3 + z)^2$$

$$z^2 + 4 = 9 + 6z + z^2$$

$$-6z = 5$$

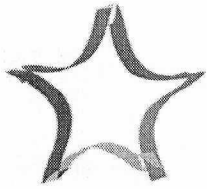
$$z = -\frac{5}{6}$$

Этот случай не подходит, т.к.

все числа должны быть положительными.

Ответ: $x = \frac{7}{6}$; $y = 1$; $z = \frac{5}{6}$

или $z = -\frac{5}{6}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

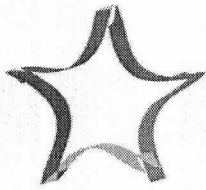
№3

Рассмотрим количество способов построить многоугольник на 2024 точек (с точкой A):

Точка A будет в любом, а остальные могут быть или не быть в многоугольнике. Т.е. у 2023 точек 2 варианта, значит всего $1 \cdot 2^{2023}$. Но нужно вычитать варианты, где выбрана только 1 точка и не выбрана точек вообще. Тогда всего многоугольников с точкой A - $2^{2023} - 2023 - 1$.

Посчитаем кол-во многоугольников без точки A:
Всего 2023 точек, каждая может быть или не быть в многоугольнике или не быть вообще. Всего: 2^{2023} , но нужно вычитать случаи, когда ~~ни одна~~ нет точек в Δ многоугольн. (1 случай), когда 1 точка выбрана (2023 случая), и когда 2 точки выбрана ($\frac{2023 \cdot 2022}{2}$ случаев) (т.е. тогда отрезок, а не фигура).
Всего: $2^{2023} - 2023 - 1 - \frac{2023 \cdot 2022}{2} = 2045253$. Т.е. многоугольников с A больше на 2045253.

Ответ: больше многоугольников, содержащих A (на 2045253)
мет 3 из 8



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№ 6.

Когда $\sqrt{h} = 20$ м весь лес развалился, т.е. высота не уменьшалась (т.е. осталась та же высота 115 см)
Составим уравнения:

$$\begin{cases} \left(\frac{m_1}{g_1} + \frac{m_2}{g_2} \right) \cdot \frac{1}{5} = 120 \\ \left(\frac{m_1 + m_2}{g_2} \right) \cdot \frac{1}{5} = 115 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{m_1}{0,9} + \frac{m_2}{1} \right) \cdot \frac{1}{15} = 120 \\ \left(\frac{m_1 + m_2}{1} \right) \cdot \frac{1}{15} = 115 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 + m_2 = 1725 \\ \frac{m_1}{9} \cdot 10 + m_2 = 1800 \end{cases}$$

$$\frac{10m_1}{9} - m_2 = 75$$

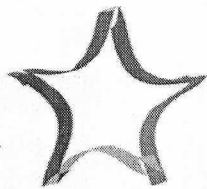
$$m_1 = 75 \cdot 9 = 675$$

$$m_2 = 1050$$

Ответ: $m_1 = 675$

$$m_2 = 1050$$

лит а из 8



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

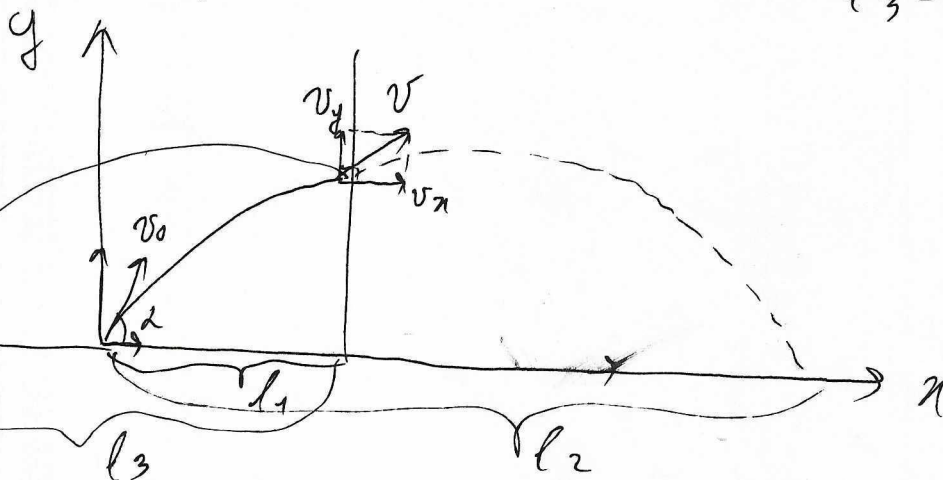
N 5

$$v_x = v_0 \cos \alpha = 20$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt = 20\sqrt{3} \quad ?$$

$$v = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - gt)^2}$$

1 шаг ($v_y > 0$) :



$$v = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - gt)^2}$$

$$30 = \sqrt{20^2 + (20\sqrt{3} - 10t)^2}$$

$$900 = 400 + (20\sqrt{3} - 10t)^2$$

$$500 = (20\sqrt{3} - 10t)^2$$

$$10\sqrt{5} = 20\sqrt{3} - 10t$$

$$t = 2\sqrt{3} - \sqrt{5}$$

(продолжение на след.) лист 5 из 8

Дано:

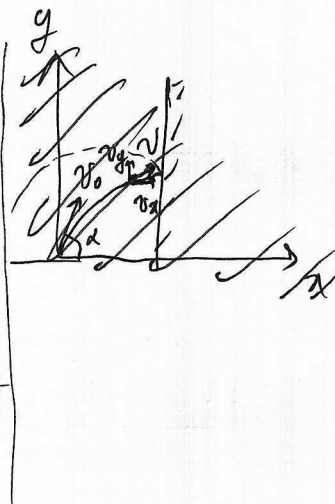
$$v_0 = 40 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

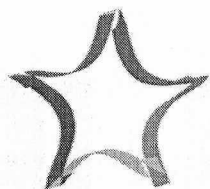
$$\alpha = 60^\circ$$

$$v = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$l_3 = ?$$





Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

15 (тригоном)

$$l_1 = v_0 \cos \alpha \cdot t = 20(2\sqrt{3} - \sqrt{5}) = 40\sqrt{3} - 20\sqrt{5}$$

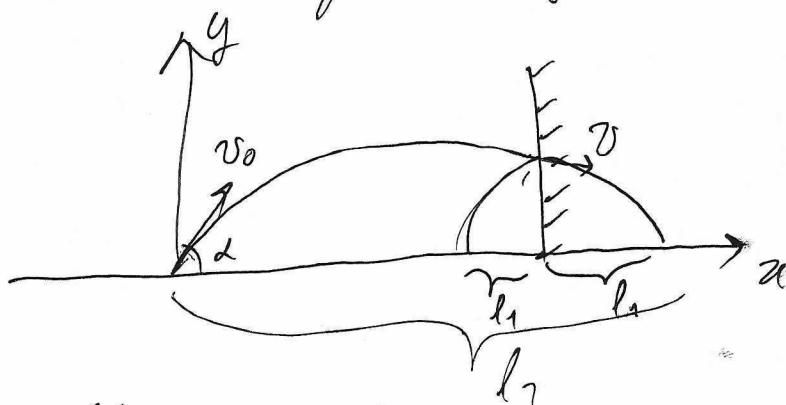
$$t_{\text{вс}} = \frac{2 \cdot v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2 \cdot 20\sqrt{3}}{g} = 4\sqrt{3}$$

$$l_2 = v_0 \cos \alpha (4\sqrt{3}) = 20 \cdot 4\sqrt{3} = 80\sqrt{3} \quad +$$

$$l_3 = \cancel{l_2 - 2l_1} \quad \text{сумма высот} \quad l_1 - (l_2 - l_1) = 2l_1 - l_2$$

$$l_3 = -80\sqrt{3} + 80\sqrt{3} + 40\sqrt{5} = +40\sqrt{5} \quad +$$

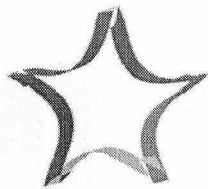
Отв 2 случая ($v_y < 0$).



Но же самое, но l_3 равно $l_2 - 2l_1 =$
 $= 80\sqrt{3} - 80\sqrt{3} - 40\sqrt{5} = -40\sqrt{5}$

Ответ: $40\sqrt{5}$ мм - $40\sqrt{5}$.

мст 6 из 8



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

обшутим

~~N 5 (мужик.)~~

N 2

	2x	2y	расе	всего	всего
Капиры →	1	0,75x	1,2y	1,75x + 1,2y	418
→	2	x	y	x + y	z

} 32y + 1375x

Всего обшутим

За день:

$$1,2y + 0,75x = 1,1(y + x)$$

$$1,2y + 0,75x = 1,1y + 1,1x$$

$$0,1y = 0,35x$$

По ум.

$$3,2y + 1,75x \leq 250$$

$$7,7x + 1,75x \leq 250$$

$$0,45x \leq 250$$

$$x \leq 21.$$

Перебор: $x = 25$ - решение нет, т.к. $\frac{25}{4}$ не целое

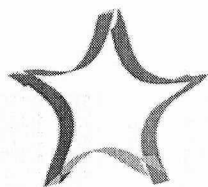
3x не кратно 4. x должен делиться на 4. Значит x - 20.
т.к. при $x = 24$ (y - не целое)

$x = 20, y = 70. x + y = 90.$

максимум

Ответ: 90.

мет 7 из 8



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

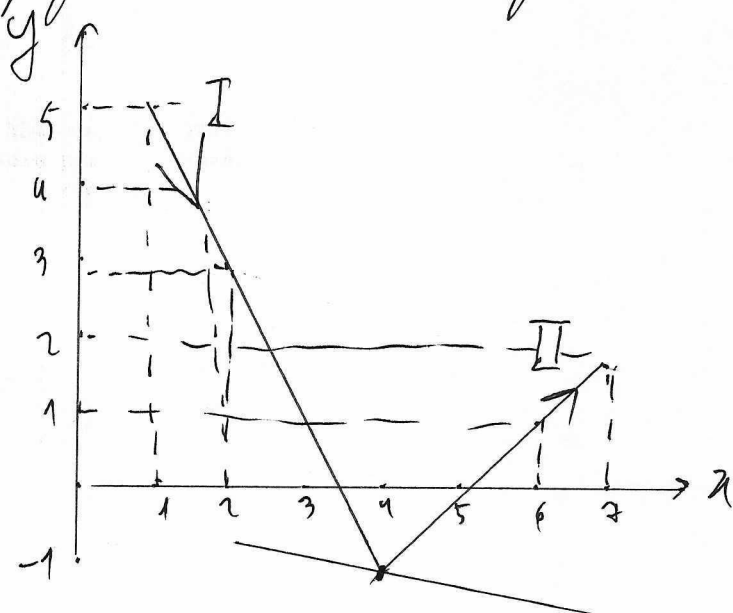
шифр 34-09-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№ 8

Если продолжить лучи, можно узнать ~~х~~
координата точки отражения:



Точка отражения: $4; -1$

Ответ: точка отражения $(4; -1)$

итог 8 из 8