



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Шифр A-73-11-14

Задача N1.

Дано:
 $M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
 $M_M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$
 $r = 54,6 \text{ млн. км}$

т. Лагранжа - ?

Решение: расстояние от Земли до т. Лагранжа r_1 , а от нее же до Марса - r_2 .
Обозначим r - расстояние между Землей и Марсом.
Тогда $r_1 + r_2 = 54,6 \text{ (млн. км)}$. Пусть, m_x - масса тела, находящегося в т. Лагранжа

$$F_3 = G \frac{m_x \cdot M_3}{r_1^2} \quad F_M = G \frac{m_x \cdot M_M}{r_2^2} \quad F_3 = F_M$$

$$G \frac{m_x \cdot M_3}{r_1^2} = G \frac{m_x \cdot M_M}{r_2^2} \Rightarrow \frac{M_3}{r_1^2} = \frac{M_M}{r_2^2} \Rightarrow M_M r_1^2 = M_3 r_2^2$$

Затем массу Земли и Марса в $\text{кг} \cdot 10^{23}$: $M_3 = 60 (\text{кг} \cdot 10^{23})$,
 $M_M = 6,4 (\text{кг} \cdot 10^{23})$

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 60 r_1^2 = 6,4 r_2^2, \\ r_1 + r_2 = 54,6. \end{cases}$$

$$r_1 = 54,6 - r_2$$

$$60 r_1^2 = 6,4 (54,6 - r_2)^2 \quad | : 6,4$$

$$9,375 r_1^2 = 2981,16 - 109,2 r_2 + r_2^2$$

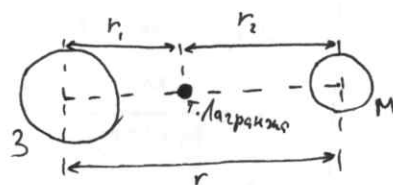
$$8,375 r_1^2 + 109,2 r_2 - 2981,16 = 0$$

$$\sqrt{\frac{D}{4}} \pm \left(\left(\frac{b}{2} \right)^2 - ac \right) = \sqrt{2981,16 + 2981,16 \cdot 8,375} = \sqrt{9,357 \cdot 2981,16} = \sqrt{27894,71412} =$$

$$\approx 167$$

$$r_2 = \frac{-54,6 \pm 167}{8,375} = \begin{bmatrix} 13,42 \\ -26,46 \end{bmatrix} \text{ но расстояние не может быть отрицательным, значит } r_2 = 13,42 \text{ (млн. км)}$$

$$\text{Тогда } r_1 = 54,6 - 13,42 = 41,18 \text{ (млн. км)}$$



Ответ: т. Лагранжа находится на расстоянии 13,42 млн. км от Марса и на расстоянии 41,18 млн. км от Земли.

Задача N5.

Дано:
 $v = 12 \text{ км/с}$
 $S = 54,6 \text{ млн. км}$

t - ?

Решение:

$$t = \frac{S}{v} = \frac{54,6 \cdot 10^6 \text{ м}}{12 \cdot 10^3 \text{ м/с}} = 4,55 \cdot 10^6 \text{ с}$$

Ответ: $4,55 \cdot 10^6 \text{ с}$.

Задача N2.

Дано:
 $R = 3430 \text{ км}$
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
 $M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$

g - ?

Решение:

$$mg = G \frac{m \cdot M}{R^2} \quad g = G \frac{M}{R^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,4 \cdot 10^{23}}{(3430 \cdot 10^3)^2} \approx 3,6 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

Ответ: ~~3,6 м/с²~~ 3,6 м/с².

Задача №4.

Дано:
 $h = 3430 \text{ км}$
 $R_M = 3430 \text{ км}$

$\frac{A_1}{A_2} = ?$

Решение:

Работа A_1 будет равна изменению потенциальной энергии спутника, но так как изначальная высота была равна 0 (спутник поднимали с поверхности Марса), то $A_1 = mgh$, где m - масса спутника.

$$A_2 = FS = ~~m \cdot g \cdot (R_M + h)~~ = mg \cdot 2\pi(R_M + h) = 2mg\pi \cdot 2h, \text{ т.к. } R_M = h \text{ по условию}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{mgh}{4mg\pi \cdot h} = \frac{1}{4\pi} \approx 0,0796$$

Ответ: 0,0796.

Задача №3.

Дано:
 $v = 10 \text{ км/с}$
 $S = 49 \text{ м}^2$
 $m_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$
 $n = \frac{1 \text{ мкг}}{4 \text{ м}^3}$

$\Delta F_{\text{тяги}} = ?$

Решение:

если сечение лобовое корабля 49 м^2 , а концентрации микрометеороидов равна 1 мкг/м^3 , то через каждый 1 метр полета в облаке к кораблю "прилипают" 49 микрометеороидов. Запишем закон сохранения импульса:

$$Mv = v'(M + 49m_0), \text{ где } M - \text{масса корабля, а } v' - \text{конечная скорость}$$

$$v' = \frac{vM}{M + 49m_0}$$

$$p = F \Delta t = mv$$

$$F = \frac{mv}{\Delta t}$$

$$F_{\text{тяги0}} = \frac{M \cdot v}{\Delta t} = 10^4 M \text{ (Н, за время } \Delta t = 1 \text{ с)}$$

$$F'_{\text{тяги}} = \frac{(M + 49m_0) \cdot vM}{M + 49m_0} = ~~10^4 \cdot 49 \cdot 2 \cdot 10^{-5} M~~ 10^4 \cdot 49 \cdot 2 \cdot 10^{-5} M = 9,8 M \text{ (Н, за } \Delta t = 1 \text{ с)}$$

$$\Delta F_{\text{тяги}} = 9,8 \cdot 10^4 - 10^4 = 8,8 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

Ответ: $8,8 \cdot 10^4 \text{ Н}$.