

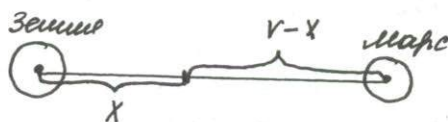
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр А-59-11-43

Задача №1

$$r = 54,6 \text{ млн. км}$$
$$M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$
$$M_M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$x = ?$$



$$F_3 = F_M$$

$$F_3 = G \frac{M_3 \cdot m}{x^2} \quad F_M = G \frac{M_M \cdot m}{(r-x)^2}$$

$$\cancel{G} \frac{M_3 \cdot \cancel{m}}{x^2} = \cancel{G} \frac{M_M \cdot \cancel{m}}{(r-x)^2}$$

$$\frac{M_3}{x^2} = \frac{M_M}{(r-x)^2}$$

$$\frac{\sqrt{M_3}}{x} = \frac{\sqrt{M_M}}{(r-x)}$$

$$\sqrt{M_3} (r-x) = \sqrt{M_M} x$$

$$\sqrt{M_3} r - \sqrt{M_3} x = \sqrt{M_M} x$$

$$\sqrt{M_M} x + \sqrt{M_3} x = \sqrt{M_3} r$$

$$x (\sqrt{M_M} + \sqrt{M_3}) = \sqrt{M_3} r$$

$$x = \frac{\sqrt{M_3} r}{\sqrt{M_M} + \sqrt{M_3}} = \frac{\sqrt{6 \cdot 10^{24} \text{ кг}} \cdot 54,6 \text{ млн. км}}{\sqrt{6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}} + \sqrt{6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}} =$$

$$= 4,116 \cdot 10^{10} \text{ м}$$

Ответ: ~~от~~ Точка Лагранжа находится на расстоянии $x = 4,116 \cdot 10^{10}$ м от центра Земли.

Задача №2

$$R = 3430 \text{ км}$$
$$M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$
$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$$a = ?$$

m - масса тела на поверхности Марса
 a - ускорение свободного падения на поверхности Марса

$$F = G \frac{mM}{R^2} \quad F = ma$$

$$ma = G \frac{mM}{R^2}$$

$$a = \frac{GM}{R^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}}{(3430 \cdot 1000 \text{ м})^2} = 3,628 \approx 3,63 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Ответ: $a = 3,63 \text{ м/с}^2$

Задача №4
 $h = 3430 \text{ км}$
 $R_{\text{м}} = 3430 \text{ км}$

$$\frac{A_1}{A_2} = ?$$

$$\Delta E_k = A_1 = -\frac{GmM}{R_{\text{м}}+h} - \left(-\frac{GmM}{R_{\text{м}}}\right) = GmM \left(\frac{1}{R_{\text{м}}} - \frac{1}{R_{\text{м}}+h}\right) =$$

$$= \frac{GmMh}{R_{\text{м}}(R_{\text{м}}+h)}$$

$$\Delta E_k = A_2 = \frac{mv^2}{2} \quad v = \sqrt{\frac{GM}{R_{\text{м}}+h}}$$

~~$$A_2 = \frac{GmM}{d(R_{\text{м}}+h)}$$~~

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{GmMh \cdot 2(R_{\text{м}}+h)}{R_{\text{м}}(R_{\text{м}}+h)GmM} = \frac{2h(R_{\text{м}}+h)}{R_{\text{м}}(R_{\text{м}}+h)} =$$

$$= \frac{2h}{R_{\text{м}}} = \frac{2 \cdot 3430 \text{ км}}{3430 \text{ км}} = 2$$

Ответ: $\frac{A_1}{A_2} = 2$

Задача №5

$v = 12 \text{ км/с}$
 $S = 54,6 \text{ мин. км}$

$$\gamma = ?$$

$$\gamma = \frac{54,6 \text{ мин. км}}{12 \text{ км/с}} = \frac{54,6 \cdot 10^6 \text{ км}}{12 \text{ км/с}} = 4550000 \text{ с}$$

Ответ: Время полета от Земли до Марса по прямой, соединяющей их равно 4550000 с.

Задача №3

$v = 10 \text{ км/с}$
 На 1 м^3 пространства
 1 микрометеор
 $m_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$
 $S = 49 \text{ м}^2$

$$F = ?$$

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}; \Delta p = m \Delta v$$

$\Delta p \Rightarrow$ Изменение импульса корабля, равное суммарному импульсу метеороидов.
 $m \Rightarrow$ Масса метеороидов микрометров с которыми сталкивается корабль за Δt .

$m = m_0 \cdot n$, где n - кол-во микрометеороидов
 $n = b \cdot \Delta V$, где ΔV - объем облака через которое пройдет корабль
 $\Delta V = S \cdot L$, где L - путь, который пройдет корабль.

$$L = v \Delta t \Rightarrow \Delta V = S v \Delta t \Rightarrow n = b S v \Delta t \Rightarrow m =$$

$$= m_0 b S v \Delta t$$

$$\Delta p = m_0 b S v^2 \Delta t$$

Уходя из полученного делаем вывод, что

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m_0 b S v^2 \Delta t}{\Delta t} = m_0 b S v^2 = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 1 \cdot 49 \text{ м}^2 \cdot 10^4 \frac{\text{км}^2}{\text{с}^2} =$$

$$= 98000 \text{ Н} = 98 \text{ кН}$$

Ответ: $F = 98 \text{ кН}$