



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр А-73-11-16

№ 2

$$R_M = 3430 \text{ км}$$

$$M_M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$$g = G \frac{M_M}{R_M^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6,4 \cdot 10^{23}}{(3430 \cdot 10^3)^2} \approx 3,6 \text{ м/с}^2$$

Ответ: $3,6 \text{ м/с}^2$

№ 3

$$v = 10 \text{ км/с}$$

$$V = 1 \text{ м}^3$$

$$N = 1$$

$$m_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$$

$$S = 49 \text{ м}^2$$

$$F = ?$$

1) П.к. В 1 м^3 находится 1 микрометр, то значит за 1 метр корабль столкнется с 49 микрометрами ~~из массы~~
~~общей массы~~ будет общей массой $m_M = 49 m_0 =$
 $= 49 \cdot 2 \cdot 10^{-5} = 9,8 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$

2) ЗСЧ:

$$m_K v = (m_K + m_M) v', \text{ где } m_K - \text{масса корабля}$$

v' - скорость корабля после удара
о микрометры, ~~не учитывая~~

$$v' = \frac{m_K v}{m_K + m_M}$$

$$a = \frac{v'^2 - v^2}{2l}$$

$$F = m_K a = m_K \left(\frac{v'^2 - v^2}{2l} \right) = m_K \left(\frac{\frac{m_K^2 v^2}{(m_K + m_M)^2} - v^2}{2l} \right)$$

№ 4

$$h = 3430 \text{ км}$$

$$R_M = 3430 \text{ км}$$

$$A_1 = F \cdot S_1 = mgh$$

$$A_2 = F_2 S_2 = ma \cdot l = ma \cdot 2\pi R; R = R_M + h$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{mgh}{ma \cdot 2\pi(R_M + h)} = ;$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2l} = \frac{v^2}{2(2\pi(R_M + h))} =$$

$$= \frac{v^2}{4\pi(R_M + h)} = \frac{GM}{R(4\pi(R_M + h))} =$$

$$= \frac{mgh}{m \frac{GM}{4\pi(R_M + h)(R_M + h)}} =$$

$$= \frac{gh}{\frac{GM}{2(R_M + h)}} =$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр А-73-11-16

№ 1

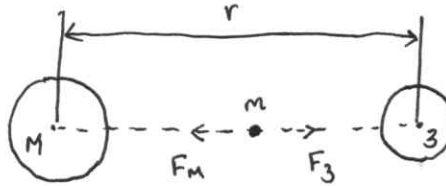
$$r = 54,6 \text{ млн. км.}$$

$$M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$M_M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$r_M = ?$$

$$r_3 = ?$$



1) В точку Лагранжа помещаем объект массой m .

Тогда сила притяжения между объектом и Марсом (F_M) вычисляется так: $F_M = G \frac{M_M m}{r_M^2}$, где r_M — расстояние между объектом и Марсом.

Теперь самое делаем по отношению объекта к Земле:

$$F_3 = G \frac{M_3 m}{r_3^2}, \text{ где } F_3 \text{ — сила притяжения между Землей и объектом,}$$

а r_3 — расстояние между ними.

2) П.к. по условию точка Лагранжа — точка, в которой гравитация Земли уравновешивается гравитацией Марса, то $\Rightarrow \frac{F_M}{F_3} = 1$

$$\frac{F_M}{F_3} = \frac{G \frac{M_M m}{r_M^2}}{G \frac{M_3 m}{r_3^2}} = \frac{M_M r_3^2}{M_3 r_M^2} = 1 \Rightarrow \frac{r_3^2}{r_M^2} = \frac{M_3}{M_M} \Rightarrow \frac{r_3}{r_M} = \sqrt{\frac{M_3}{M_M}} =$$

$$= \sqrt{\frac{6 \cdot 10^{24}}{6,4 \cdot 10^{23}}} \approx 3,06$$

$$r_3 = 3,06 r_M$$

$$3) r_3 + r_M = r$$

$$3,06 r_M + r_M = r$$

$$4,06 r_M = r$$

$$r_M = \frac{r}{4,06} = \frac{54,6 \cdot 10^6 \cdot 10^3}{4,06} \approx 1,35 \cdot 10^{10} \text{ м}$$

$$r_3 = r - r_M = 54,6 \cdot 10^6 \cdot 10^3 - 1,35 \cdot 10^{10} = 4,11 \cdot 10^{10} \text{ м}$$

Ответ: Точка Лагранжа относительно Земли находится на расстоянии $4,11 \cdot 10^{10}$ м и на расстоянии $1,35 \cdot 10^{10}$ м относительно Марса



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-73-11-16

№ 4

$$h = 3430 \text{ км}$$

$$R_M = 3430 \text{ км}$$

$$v_0 = 0$$

$$A_1$$

$$A_2$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$$g = 3,6 \text{ м/с}^2$$

$$M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$A_1 = mgh$$

$$A_2 = m a v = m a 2\pi R$$

$$R = R_M + h$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{mgh}{ma 2\pi(R_M + h)}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{mgh}{ma 2\pi R}$$

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2l} =$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$= \frac{\frac{GM}{R}}{2 \cdot 2\pi R} = \frac{GM}{R 4\pi R} = \frac{GM}{4\pi R^2}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{gh}{\frac{GM}{4\pi R^2} 2\pi R} = \frac{gh}{\frac{GM}{2R}} = \frac{gh \cdot 2R}{GM} = \frac{3,6 \cdot 3430 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 3430 \cdot 10^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,4 \cdot 10^{23}} =$$

$$\approx 2$$

Ответ: 2

№ 5

$$v = 12 \text{ км/с}$$

$$S = 54,6 \text{ млн. км}$$

$$t = ?$$

Если не учитывать силы притяжения Земли и Марса, то $t = \frac{S}{v} = \frac{54,6 \cdot 10^6 \cdot 10^3}{12 \cdot 10^3} = 4550000 \text{ с} \approx$

$$\approx 53 \text{ суток}$$

Но при взлете на ракету будет действовать сила притяжения Земли, которая будет замедлять ракету, а при подлете на Марс, сила притяжения Марса, которая будет ускорять ракету. Поэтому точному времени полета будет трудно