



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр

7307091

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	13	0	13	5	10	5	3	60

Вариант 1.

~ 1. Пусть изначально было a единиц транспорта,
затем добавили в трамвай и с автобусов. Тогда:

	Автобус	Трамвай	Всего
Начало года	60% a	40% a	a ед.
Весна	20% $(a+b)$	80% $(a+b)$	$a+b$ ед.
Осень	60% $(a+b+c)$	40% $(a+b+c)$	$a+b+c$ ед.

Можно заметить, что в «серых» ячейках не
менялась кол-во автобусов, а в «зелёной» — кол-во трамваев,
поэтому:

$$\begin{cases} 60\% a = 20\% (a+b) \\ 80\% (a+b) = 40\% (a+b+c) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{5} a = \frac{1}{5} a + \frac{1}{5} b \\ \frac{4}{5} a + \frac{4}{5} b = \frac{2}{5} a + \frac{1}{5} b + \frac{2}{5} c \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{5} a = \frac{1}{5} b \Rightarrow b = 2a. \\ \frac{2}{5} a + \frac{1}{5} b = \frac{2}{5} c \end{cases}$$

$$\frac{2}{5} a + \frac{1}{5} \cdot 2a = \frac{2}{5} c$$

$$\frac{2}{5} a + \frac{2}{5} a = \frac{2}{5} c$$

$$\frac{4}{5} a = \frac{2}{5} c \Rightarrow 2a = c.$$

Тогда всего транспорта
в конце года:

$$a+b+c = a+2a+3a = 6a.$$

В начале:

a .

Разница:

$$\frac{6a}{a} = 6 \text{ раз.}$$

Ответ: в 6 раз
увеличилась кол-во
транспорта.

$$\sqrt{2}. \quad (2a-1) : p$$

$$(3a-5) : p$$

Разница: $(3a-5)-(2a-1)=a-4 \Rightarrow (a-4) : p$

Предполагая, что $2a-1=p$ и $3a-5=p$.

Получаю:

$$2a-1=3a-5$$

$$-1=a-5$$

$$-a=-4$$

$$a=4$$

При $a=4$, $p=2a-1=2 \cdot 4-1=8-1=7$

$$3a-5=3 \cdot 4-5=12-5=7$$

Если $2a-1=p$; $3a-5=2p$:

$$2a-1=\frac{3a-5}{2}$$

$$2a-1=1,5a-2,5$$

$$0,5a=-1,5$$

$$a=-3 \rightarrow a \text{ — не натуральное число, противоречие.}$$

Если $2a-1=p$; $3a-5=3p$:

$$2a-1=\frac{3a-5}{3}$$

$$2a-1=a-\frac{5}{3}$$

$$a-1=-\frac{5}{3}$$

$$a=-\frac{2}{3} \rightarrow a \text{ — не натуральное число, противоречие.}$$

И при других вариантах a — отрицательное или нецелое число $\Rightarrow$ есть только 1 ответ.

Ответ: $p=7$.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 73-07-091

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

~3. Кол-во букв между гласными может быть
равно $= 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ и т.д.

Чтобы было наибольшее кол-во гласных букв,
промежутки должны быть наименьшими.

Пр. - ок. $= 0$:

Г Г Г Г Г Г ...
↔
между этими гласными 3 буквы, противоречие $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ пр. - ок. $\neq 0$.

Пр. - ок. $= 1$:

Г С о г н. Г С о г н. Г С Г С Г С ...
↔
между этими гласными 3 буквы, противоречие $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ пр. - ок. $\neq 1$.

Пр. - ок. $= 2$:

Г С С Г С С Г С С Г С С ...
↔ 2б. ↔ 5б.

Промежуток $= 2$ подходит. Т.к. на каждую
гласную приходится 2 согласных, т.е. в группе из 3
букв ровно 1 гласная, то всего гласных $\frac{2025}{3} = 675$.

Ответ: максимум 675 гласных букв.

4. $S_{\text{листа}} = 8 \cdot 8 = 64$ клетки

Если Миша вырежет наименьший прямоугольник, то прямоугольники Аня будут наименьшие по площади:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 $\Rightarrow S_{\text{Мини}} = 45$ клеток.

Но прямоугольник в 45 клеток нельзя вырезать из листа 8×8 , ведь его размеров могут быть только:

$$45 = 1 \times (45), 45 > 8;$$

$$45 = 3 \times (15), 15 > 8;$$

$$45 = (9) \times 5, 9 > 8.$$

46 клеток:

$$46 = 1 \times (46), 46 > 8;$$

$$46 = 2 \times (23), 23 > 8.$$

Нельзя.

47 клеток:

$$47 = 1 \times (47), 47 > 8.$$

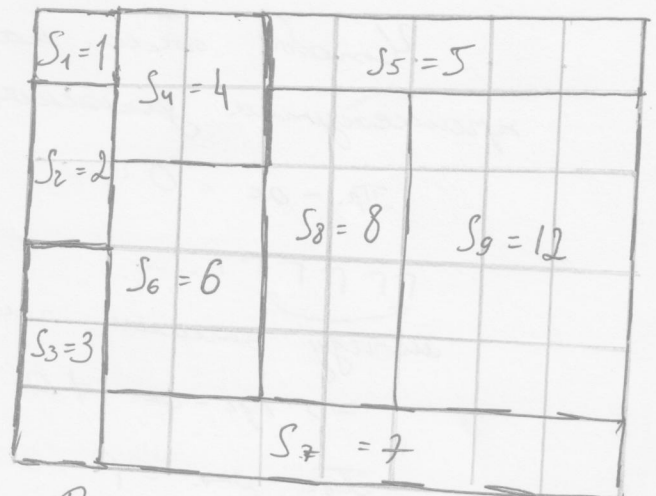
Нельзя.

А прямоугольник в 48 клеток можно вырезать:

$48 = 6 \times 8$, это наименьший возможный прямоугольник Мини.

Ответ: $S_{\text{Мини}} = 48$ клеток.

Пример:



Вот так можно разрезать Аня.

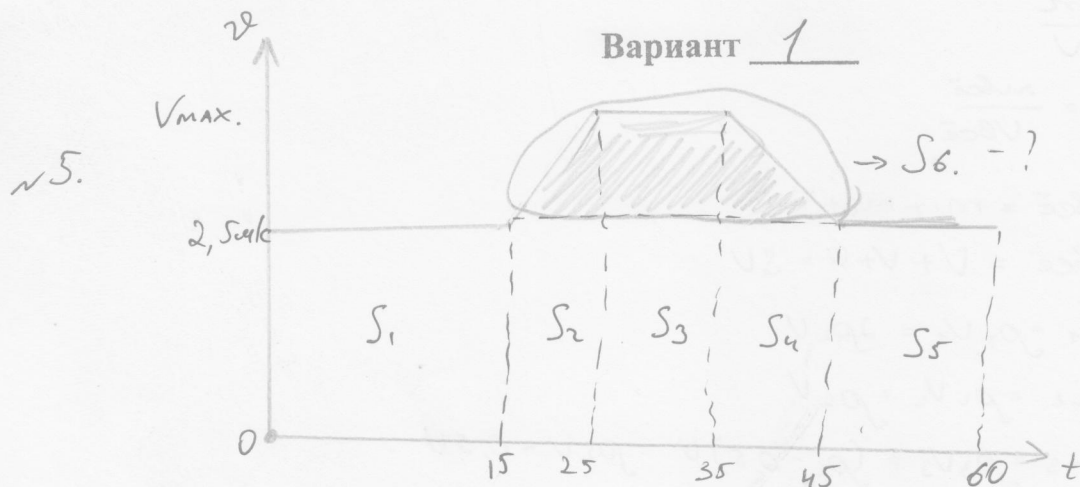


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 73 07-091

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1



Пользуясь тем, что геометрически путь — это фигура, площадь которой равна конечной скорости ($S = vt$), то $S_1 = 15 \cdot 60 \cdot 2,5 = 900 \cdot 2,5 = 2250$ м.

$$S_5 = S_1 = 2250 \text{ м.}$$

$$S_2 = 10 \cdot 60 \cdot 2,5 = 600 \cdot 2,5 = 1500 \text{ м}$$

$$S_3 = S_4 = S_2 = 1500 \text{ м.}$$

$$S_6 = S_{\text{всё}} - (S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5) = 2000 \cdot 6 - (2250 \cdot 2 + 1500 \cdot 3) = 12000 - 4500 - 4500 = 12000 - 9000 = 3000 \text{ м.}$$

По графику можно увидеть, что $S_2 + S_3 + S_4 + S_6$ (путь в середине) Ренник промёл бн за 20 мик, а не за 30 мик, если бегал бн с v_{max} . $\Rightarrow$

$$\Rightarrow v_{\text{max}} = \frac{S_2 + S_3 + S_4 + S_6}{20 \cdot 60} = \frac{4500 + 3000}{1200} = \frac{7500}{1200} = 6,25 \text{ м/с.}$$

Ответ: $v_{\text{max}} = 6,25 \text{ м/с.}$

~6. Плотность смеси равного объема - V .

$$\rho_1 = 2\rho_2$$

$$\rho_2 = \rho_2$$

$$\rho_3 = \rho_2 - 0,5$$

$$\rho = 3000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 3 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\rho_{\text{ср.}} = \frac{m_{\text{всё}}}{V_{\text{всё}}}$$

$$m_{\text{всё}} = m_1 + m_2 + m_3$$

$$V_{\text{всё}} = V + V + V = 3V$$

$$m_1 = \rho_1 V_1 = 2\rho_2 V$$

$$m_2 = \rho_2 V_2 = \rho_2 V$$

$$m_3 = \rho_3 V_3 = (\rho_2 - 0,5)V = \rho_2 V - 0,5V$$

$$\rho = \frac{2\rho_2 V + \rho_2 V + \rho_2 V - 0,5V}{3V} = \frac{4\rho_2 V - 0,5V}{3V} = \frac{V(4\rho_2 - 0,5)}{V \cdot 3}$$

$$= \frac{4\rho_2 - 0,5}{3}$$

$$\frac{4\rho_2 - 0,5}{3} = 3 \quad | \cdot 3$$

$$4\rho_2 - 0,5 = 9$$

$$4\rho_2 = 9,5$$

$$\rho_2 = \frac{9,5}{4}$$

$$\rho_2 = 2,375 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \Rightarrow \rho_3 = 2,375 - 0,5 = 1,875 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$\text{Ответ: } \rho_3 = 1,875 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$



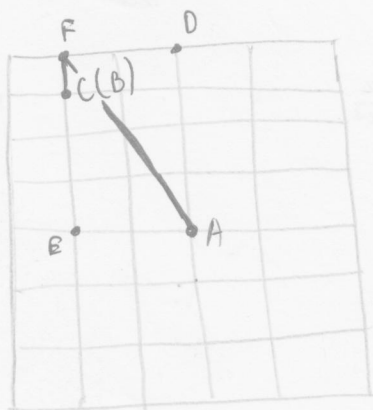
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 73 07 091

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

~ 7.



Кратчайший путь от точки
A до края листа и точки
C(B) обозначен на рисунке.
Он состоит из 2-ух
отрезков: AF и FC, где

муравей в точке F переходит на другую сторону
листа. По формуле $AF^2 = AE^2 + AD^2$.

$$AF^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20.$$

$$AF^2 = 20.$$

П.к. $4^2 = 16$, а $5^2 = 25$, то $AF \approx 4,5$. Проверка:

$$AF \cdot AF = 4,5 \cdot 4,5 = 20,25.$$

$$FC = 1 \Rightarrow AF + FC = 4,5 + 1 = 5,5.$$

Ответ: $S = 5,5$ см.

18. Если цилиндр имеет высоту $H = 10$ см и
он погружен на $0,6V$, то он в жидкости
на $0,6 \cdot 10 = 6$ см. Значит, 4 см над водой.

По графику находим, что при $h = 6$ см
 $\rho = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. А поскольку цилиндр погружен
на 6 см, то $\rho_{\text{цyl.}} = 1 \cdot 6 = 6 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 6000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Ответ: $\rho_{\text{цyl.}} = 6000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.