



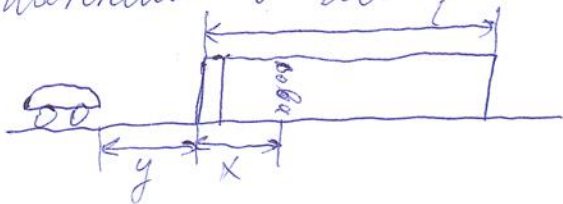
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 36/1-07-06

Вариант 2

Задача 4. Ответ: Вова пройдёт $\frac{3}{8}$ тоннеля.

Решение. Обозначим длину тоннеля через l , расстояние между Вовой и началом тоннеля в момент сигнала через x , расстояние между автомобилем и началом тоннеля в момент сигнала через y .



Если Вова пойдёт назад, он встретится с автомобилем в начале тоннеля. Это есть время, за которое Вова туда дойдёт ($\frac{x}{v_0}$, где v_0 - скорость Вовы) равно времени, за которое автомобиль туда доедет ($\frac{y}{4v_0}$). $\frac{x}{v_0} = \frac{y}{4v_0} \Rightarrow x = \frac{y}{4} = y = 4x$.

Аналогично, время, за которое Вова дойдёт до конца тоннеля, равно времени, за которое автомобиль туда доедет.

$$\frac{y+l}{4v_0} = \frac{l-x}{v_0} \Rightarrow \frac{y+l}{4} = l-x \Rightarrow y+l = 4(l-x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x+l = 4(l-x) \Rightarrow 4x+l = 4l-4x \Rightarrow 8x+l = 4l \Rightarrow 8x = 3l \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{8}l$$

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
0	12	-	13	10	10	15	2	62

Full

Задача 6. Ответ: 10 окон.

Решение. Переведём всё в метры. 10 сажени = $10 \cdot 1,8 \text{ м} = 18 \text{ м}$ (длина), 15 аршинов = $15 \cdot 0,7 \text{ м} = 10,5 \text{ м}$ (ширина), 10 локтей = $10 \cdot 0,5 \text{ м} = 5 \text{ м}$ (высота), 4 локтя = $4 \cdot 0,5 \text{ м} =$

продолж. на чистовике № 2

1

$$v_a = 4 v_b$$

$$\frac{x}{v_b} = \frac{y}{v_a} ; \frac{x}{v_b} = \frac{y}{4v_b} ; x = \frac{y}{4} ; y = 4x$$

$$\frac{l+y}{v_a} = \frac{l-x}{v_b} ; \frac{l+y}{4v_b} = \frac{l-x}{v_b} \Rightarrow \frac{l+y}{4} = l-x \Rightarrow l+y = 4(l-x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l+4x = 4(l-x) \Rightarrow l+4x = 4l-4x \Rightarrow l+8x = 4l \Rightarrow 8x = 3l \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{8} l}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 36/1-07-06

Задача 2. Ответ: 100° .

Решение. $\angle ACB + \angle ABC = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

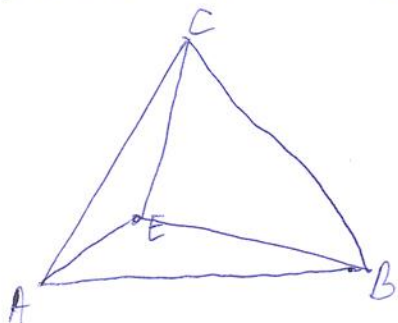
$\angle ACB = \angle ACE + \angle BCE = \angle ACE + 2\angle ACE = 3\angle ACE$.

$\angle ABC = \angle ABE + \angle CBE = \angle ABE + 2\angle ABE = 3\angle ABE$.

$3\angle ACE + 3\angle ABE = 120^\circ \Rightarrow 3(\angle ACE + \angle ABE) = 120^\circ \Rightarrow \angle ACE + \angle ABE = 40^\circ$.

$\angle BCE + \angle CBE = 2\angle ACE + 2\angle ABE = 2(\angle ACE + \angle ABE) = 2 \cdot 40^\circ = 80^\circ$.

$\angle BEC = 180^\circ - (\angle BCE + \angle CBE) = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$.



12 баллов
Hill

Задача 5. Ответ: 7 минут.

Решение. Объём куба равен $(2\text{ м})^3 = 8\text{ м}^3 = 8000\text{ л}$.
Объём ящика равен $45\text{ см} \cdot 80\text{ см} \cdot 180\text{ см} = 648000\text{ см}^3 = 648\text{ л}$. Следовательно, вода может заполнить $8000\text{ л} - 648\text{ л} = 7352\text{ л}$. Она заполнит этот объём за $\frac{7352\text{ л}}{1050\frac{\text{л}}{\text{мин}}} \approx 7\text{ мин}$.

Задача 6 (продолжение).

$= 2\text{ м}$ (длина окна), 3 локтя $= 3 \cdot 0,5\text{ м} = 1,5\text{ м}$ (ширина окна).
Площадь стен терема равна площади двух стен с размерами $18 \times 5\text{ м}$ и двух $10,5 \times 5\text{ м}$, т.е. $2 \cdot 18 \cdot 5 + 2 \cdot 10,5 \cdot 5 = 128,5\text{ м}^2$. Покрашено было $51\text{ л} \cdot 5\frac{\text{м}^2}{\text{л}} = 255\text{ м}^2$, поэтому окна занимают $128,5\text{ м}^2 - 255\text{ м}^2 = 30\text{ м}^2$.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 36/1-С7-С6

Задача 6 (продолжение).

Площадь окна равна $2 \text{ м} \cdot 1,5 \text{ м} = 3 \text{ м}^2$. Следовательно,
но, было $\frac{30 \text{ м}^2}{3 \text{ м}^2} = 10$ окон. + 10 р

~~Задача 4. Ответ: 5^{50} 5^{59}~~

~~Решение. В произведении $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 81$ содержится
 $\frac{81}{5} = 16$ (округляем вниз) чисел, которые делятся на 5,
и 3 числа, которые делятся на 5^2 . Всего содер-
жится $5^{16} \cdot 5^{3 \cdot 2} = 5^{16} \cdot 5^6 = 5^{22}$.~~

~~Аналогично, содержится $\frac{81}{2} = 40$ чисел, делящихся
на 2, 20 - делящихся на 2^2 .~~

Задача 1. Ответ: надо вычеркнуть последнюю 81 цифру.

Решение. Докажем, что ~~если~~ чем старше разряд вы-
черкиваемой цифры, тем сильнее уменьшается число,
независимо от того, каковы эти цифры.

Каждая цифра в числе имеет в 10 раз больший
вес, чем следующая за ней. А ~~цифры~~ сами эти
цифры могут ~~и~~ отличаться максимум в 9 раз
(9 в 9 раз больше, чем 1). Следовательно, при
вычеркивании цифры число уменьшается как ми-
нимум в $\frac{10}{9}$ раза сильнее, чем при вычеркивании
следующей за ней цифры.

Получается, что число будет наибольшим, если вы-
черкнуть цифры самых младших разрядов, т.е.
последние.

О. Балиев

Handwritten signature



Задача 8. Ответ: ~~~1,04~~ раза. плотности равны.

Решение. Обозначим объем титана и алюминия в стандартной трубе через V_T и V_A , соответственно. Общий объем трубы обозначим через $V_{обц}$, её плотность — через $\rho_{обц}$.

Тогда в стандартной трубе $\rho_A V_A = 0,25 \rho_T V_T$, поскольку алюминий составляет 25% от титана по массе. Следовательно, $V_A = \frac{0,25 \rho_T V_T}{\rho_A}$.
Очевидно, что $V_{обц} = V_T + V_A = V_T + \frac{0,25 \rho_T V_T}{\rho_A}$ 4-й массе

Масса всей трубы $m_{обц} = \rho_T V_T + \rho_A V_A = \rho_T V_T + 0,25 \rho_T V_T = 1,25 \rho_T V_T$. Разделим её на $V_{обц}$ и получим $\rho_{обц}$:

$$\frac{1,25 \rho_T V_T}{V_T + \frac{0,25 \rho_T V_T}{\rho_A}} = \boxed{\frac{1,25 \rho_T}{1 + \frac{0,25 \rho_T}{\rho_A}}} = 4,14 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

25%

Теперь вычислим плотность трубы, изготовленной со сваем. Обозначим объем алюминия в ней через V_{A2} , титана — V_{T2} .

$V_{обц} = V_A + V_T = 0,25 V_T + V_T = 1,25 V_T$, поскольку алюминий составляет 25% от титана по объёму.

$$m_{обц} = \rho_A V_A + \rho_T V_T = 0,25 \rho_A V_T + \rho_T V_T$$
$$\rho_{обц} = \frac{m_{обц}}{V_{обц}} = \frac{0,25 \rho_A V_T + \rho_T V_T}{1,25 V_T} = \boxed{\frac{0,25 \rho_A + \rho_T}{1,25}} = 4,14 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

Получается, что плотности одинаковы.

$$V_{oduz} = V_T + V_a ; m_{oduz} = \rho_T V_T + \rho_a V_a$$

$$V_{oduz} = V + 0,25 V_T = 1,25 V_T ; m_{oduz} = \rho_T V_T + 0,25 \rho_a V_T =$$

$$= (0,25 \rho_a + \rho_T) V_T$$

$$\rho_{oduz} = \frac{(0,25 \rho_a + \rho_T) V_T}{1,25 V_T} = \boxed{\frac{0,25 \rho_a + \rho_T}{1,25}} \quad 4,14$$

$$V_{oduz} = V_T + V_a ; m_{oduz} = \rho_T V_T + 0,25 \rho_T V_T = 1,25 \rho_T V_T$$

~~$$\rho_{oduz} = \frac{1,25 \rho_T V_T}{V_T + V_a}$$~~

~~$$V_{oduz} =$$~~

$$\rho_{oduz} = \frac{1,25 \rho_T V_T}{V_T + \frac{0,25 \rho_T V_T}{\rho_a}} =$$

$$= \boxed{\frac{1,25 \rho_T}{1 + \frac{0,25 \rho_T}{\rho_a}}} \quad 1,416$$

$$\frac{1,25 \rho_T}{1 + \frac{0,25 \rho_T}{\rho_a}} : \frac{0,25 \rho_a + \rho_T}{1,25} =$$

$$= \frac{1,5625 \rho_T}{\left(1 + \frac{0,25 \rho_T}{\rho_a}\right) (0,25 \rho_a + \rho_T)} = \boxed{\frac{1,5625 \rho_T}{0,25 \rho_a + \rho_T + 0,0625 \rho_T + \frac{0,25 \rho_T^2}{\rho_a}}}$$

$$\rho_a V_a = 0,25 \rho_T V_T$$

$$V_a = \frac{0,25 \rho_T V_T}{\rho_a}$$

$$\frac{4,03125}{0,675 + 4,5 + 0,28125 + 1,875} = \frac{4,03125}{7,33125} =$$



Задача 4. Ответ: $5^{62} \cdot 8$.

Решение. $10^{81} = 2^{81} \cdot 5^{81}$. В числе $81!$ ~~содержится~~
перемножается $\frac{81}{5} = 16$ ^(округляем вниз) чисел, делящихся на 5, из них
3 числа, ~~делящихся~~ ^{делятся} на 5^2 . Всего $16 + 3 = 19$ пя-
тёрок, т.е. $81!$ делится на 5^{19} .

В числе $81!$ есть также $\frac{81}{2} = 40$ множителей,
делящихся на 2, $\frac{81}{2^2} = 20$ ~~и~~ делящихся на 2^2 ,
 $\frac{81}{2^3} = 10$ делящихся на 2^3 , $\frac{81}{2^4} = 5$ делящихся на 2^4 ,
 $\frac{81}{2^5} = 2$ делящихся на 2^5 , $\frac{81}{2^6} = 1$ делящихся на 2^6 .
Всего 48 двоек ($81!$ делится на 2^{48}).

И 5^{19} , и 2^{48} входят в простые множители
числа $2^{81} \cdot 5^{81} (= 10^{81})$. Следовательно, их мож-
но сократить.

Другие простые множители сократить нельзя,
т.к. в 10^{81} входят только двойки и пятёр-
ки. Большие двойки или пятёрки тоже нельзя сок-
ратить, т.к. в числителе $81!$ больших нет.

$$\frac{10^{81}}{5^{19} \cdot 2^{48}} = \frac{5^{81} \cdot 2^{81}}{5^{19} \cdot 2^{48}} = 5^{62} \cdot 2^3 = 5^{62} \cdot 8.$$

13 баллов

Желт