



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A 36/1-09-49

Задача 1

Дано:

$$M = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$m = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$r = 54,6 \text{ мм.км} \quad 54,6 \cdot 10^9 \text{ м}$$

$$F = ?$$

И:

Решение:

По закону Всемирного тяготения:

$$F = G \frac{Mm}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 6,4 \cdot 10^{23}}{(54,6 \cdot 10^9)^2} =$$

$$= 8,59 \cdot 10^{16} \text{ Н}$$

$$\text{Ответ: } F = 8,59 \cdot 10^{16} \text{ Н}$$

Задача 2

Дано:

$$R = 3430 \text{ км}$$

$$g = 3,70 \text{ м/с}^2$$

$$v = ?$$

И:

$$3430 \cdot 10^3 \text{ м}$$

Решение:

По II Закону Ньютона: $\Sigma F = ma$

$$\Rightarrow mg = ma_{ц.с}$$

$$mg = m \frac{v^2}{R}$$

$$g = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{gR} = \sqrt{3,70 \cdot 3430 \cdot 10^3} =$$

$$= 3562 \text{ м/с}$$

$$\text{Ответ: } 3562 \text{ м/с}$$

Задача 3

Дано:

$$V = 100 \text{ м}^3$$

$$p = 10^4 \text{ Па}$$

$$T_1 = 27^\circ \text{C}$$

$$\Delta m = 1 \text{ кг}$$

$$T_2 = 17^\circ \text{C}$$

$$\mu = 4 \text{ кг}$$

$$p_2 = ?$$

И:

$$100 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$300 \text{ К}$$

$$290 \text{ К}$$

Решение:

$$\text{Сначала: } p_1 = \frac{m_1 R T_1}{\mu V}$$

$$m_1 = \frac{p_1 \mu V}{R T_1}$$

После взятия 1 кг газа

$$p_2 = \frac{m_2 R T_2}{\mu V}$$

$$m_2 = \frac{p_2 \mu V}{R T_2}$$

$$m_1 - m_2 = \Delta m = 1 \text{ кг}$$

$$\Rightarrow \Delta m = \frac{p_1 \mu V}{R T_1} - \frac{p_2 \mu V}{R T_2} = \frac{\mu V}{R} \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} \right)$$

$$\Rightarrow p_2 = \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{R}{\mu V} \right) \cdot T_2 = \left(\frac{10^4}{300} - \frac{8,31}{4 \cdot 100 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}} \right) \cdot 290 = 3,64 \cdot 10^6 \text{ Па}$$



Ответ: 3,64 МПа

Задача 5

Дано:

$$m = 500 \text{ кг}$$

$$R = 3430 \text{ км}$$

$$g = 3,7 \text{ м/с}^2$$

A - ?

СИ:

$$3430 \cdot 10^3 \text{ м}$$

Решение: минимальная работа численно равна кинетической энергии, которую спутник приобретёт при выходе на орбиту:

$$A = E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2}$$

1) При этом скорость спутника должна быть равна первой космической скорости.

2) Первая космическая скорость найдём исходя из II Закона Ньютона: $\Sigma F = ma$

$$mg = ma_{\text{ц.с.}}$$

$$g = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{gR}$$

$$\text{Тогда } A = \frac{m(\sqrt{gR})^2}{2} = \frac{mgR}{2} = \frac{500 \cdot 3,7 \cdot 3430 \cdot 10^3}{2} \approx 3,17 \cdot 10^9 \text{ Дж}$$

Ответ: $3,17 \cdot 10^9 \text{ Дж}$

Задача 4

Дано:

$$h = 3000 \text{ м}$$

$$m_1 = 3 \text{ кг}$$

$$m_2 = 2 \text{ кг}$$

$$\tau = 2 \text{ с}$$

$$E = 247 \text{ кДж}$$

$$g = 3,7 \text{ м/с}^2$$

$$v_1 = ?$$

$$v_2 = ?$$

СИ:

$$247 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

Решение:

1) Полная энергия зонда:

$$E = E_{\text{к}} + E_{\text{р.}}$$

$$E = \frac{mv^2}{2} + mgh \Rightarrow \text{выразим отсюда } v$$

$$v = \sqrt{\frac{(E - mgh) \cdot 2}{m}} = v_0 = 276,77 \text{ м/с}$$

Со скоростью v_0 разлетаются осколки:

$$\text{если вниз: } v_1 = v_0 + gt = 276,77 + 7,4 = 284,17 \text{ м/с}$$

$$\text{если вверх: } v_2 = v_0 - gt = 276,77 - 7,4 = 269,37 \text{ м/с.}$$

$$\text{где } gt = 3,7 \cdot 2 = 7,4$$

$$\text{Ответ: } v_1 = 284,17 \text{ м/с}, v_2 = 269,37 \text{ м/с}$$