



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 36/1-08-09

Вариант 1.

Задача 1. Решение: Пусть x - сумма, которую внос один студент для покупки билетов, а y - кол-во студентов. Знаем, что цена билета в прошлые от 8000 руб. до 20000 руб. Тогда:

$$\begin{cases} xy \geq 8000 \\ xy \leq 20000 \end{cases} \quad (1)$$

После ухода 2-х студентов:

$$\begin{cases} (x+1000)(y-2) \geq 8000 \\ (x+1000)(y-2) \leq 20000 \end{cases} \quad (2)$$

Получаем:

$$8000 \leq xy \leq 20000$$

$$8000 \leq (x+1000)(y-2) \leq 20000$$

$$8000 \leq xy - 2x + 1000y - 2000 \leq 20000$$

получим $\Rightarrow$

$$0 \leq -2x + 1000y - 2000 \leq 0$$

$$-2x + 1000y = 2000 \quad | :2$$

$$-x + 500y = 1000 \Rightarrow x = 500y - 1000$$

Теперь подставим x в систему (1)

$$8000 \leq (500y - 1000)y \leq 20000$$

$$8000 \leq 500y^2 - 1000y \leq 20000$$

Если $y = 8$, то $x = 500 \cdot 8 - 1000 = 3000$

Тогда стоимость билетов $= xy = 24000$ (руб) - не удовлетворяет условию.

Если $y = 7$, то $x = 2500 \Rightarrow xy = 17500$ (руб) - не удовлетворяет условию, т.к не целое число.

Если $y = 6$, то $x = 2000 \Rightarrow xy = 12000$ (руб) - подходит.

Ответ: 12000 руб.

Задача 2.

Дано: все натуральные числа от 1 до 80, вписанные подряд.

Нужно: вписать 80 цифр так, чтобы получить наибольшее число.

Решение: 1. Наибольшее число должно начинаться с наибольшей цифры, т.е. с 9-ки. Чем больше девяток будет в начале, тем больше будет число.

2. Распределим числа на группы.

1) 1-9

2) 10-19

3) 20-29

4) 30-39

5) 40-49

6) 50-59

7) 60-69

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
10	12	0	10	7	5	8	15	57

Эли

10 баллов



Многопрофильная инженерная олимпиада

«Звезда»

Вариант 1.

Шифр 36/1-08-09

8) 70-79

9) 80.

Вспомогательная таблица: 1) 10-19, 2) 20-29, 3) 30-39, 4) 40-49, 5) 50-59, 6) 60-69, 7) 70-79, 8) 80-89, 9) 90-99. По условию первую 9-ку убрав первое 8 цифр (это цифры от 1 до 8). Далее в группах 2), 3), 4) уберем по 18 цифр. (оставив только 9). Получается уже мы уберем $18 \cdot 3 + 8 = 65$ цифр. Осталось убрать еще $80 - 65 = 15$ цифр.

5. Рассмотрим 5) группу.

40414243444546474849.

Далее нам нужно, чтобы дальше было наибольшее число.

Убираем 15 цифр подряд и доходим до максимально возможной последовательности цифр этого ряда.

У нас получилось число: 999974849...80. (от 49 до 80 по порядку)

Ответ: 999974849...80.

Задача 5.

Дано:

$$\rho_1 = 2000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_2 = 4000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$R = R_1 = R_2 = 2 \text{ см}$$

$$r = 1 \text{ см}$$

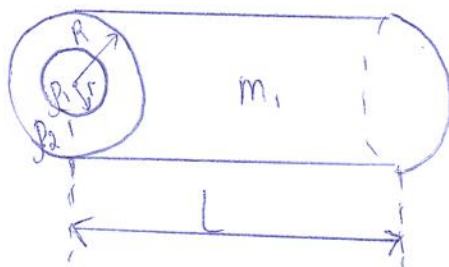
Сл:

$$20 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

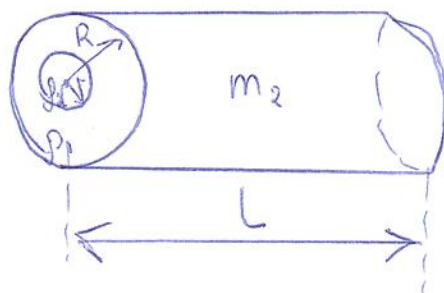
Решение:

1 провод.



12 баллов

2 провод.



1) S и L - одинаковые

$$S = \pi R^2$$

2) Объем цилиндра $V = SL$

$$\Rightarrow m = \rho V = \rho SL$$

3) В первом случае масса m_1 складывается из двух частей - внутренней с ρ_1 и внешней с ρ_2

$$m_1 = \rho_1 \pi r^2 L + \rho_2 \pi (R - r)^2 L = \pi L (\rho_1 r^2 + \rho_2 (R - r)^2)$$

4) Во втором случае масса m_2 складывается из двух частей - внутренней с ρ_2 и внешней с ρ_1 .

$$m_2 = \rho_2 \pi r^2 L + \rho_1 \pi (R - r)^2 L = \pi L (\rho_2 r^2 + \rho_1 (R - r)^2)$$

5) Найдём отношение $\frac{m_1}{m_2}$:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\pi L (\rho_1 r^2 + \rho_2 (R - r)^2)}{\pi L (\rho_2 r^2 + \rho_1 (R - r)^2)} = \frac{\rho_1 r^2 + \rho_2 (R - r)^2}{\rho_2 r^2 + \rho_1 (R - r)^2} = \frac{2000 \cdot (1 \cdot 10^{-2})^2 + 4000 \cdot (20 \cdot 10^{-2} - 1 \cdot 10^{-2})^2}{4000 \cdot (1 \cdot 10^{-2})^2 + 2000 \cdot (20 \cdot 10^{-2} - 1 \cdot 10^{-2})^2} =$$

70



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Шифр 36/1-08-09

Вариант 1

$$= \frac{2 \cdot 0,01 + 4 \cdot 0,01}{4 \cdot 0,01 + 2 \cdot 0,01} = \frac{0,02 + 4,04}{0,04 + 0,02} = \frac{4,06}{4,06} = 0. \quad !$$

$$\Rightarrow m_1 = m_2.$$

Ответ: $m_1 = m_2$.

Задача 6.

Дано:

$$V_b = 2 \text{ м}$$

$$t_b = 0^\circ \text{C}$$

$$\tau_1 = 10 \text{ мин}$$

$$\tau_2 = 15 \text{ мин}$$

$$t_{\text{кип}} = 100^\circ \text{C}$$

$$c_b = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}$$

$$\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$

$$\rho_b = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$g = 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$$

$$m_n = ?$$

СИ:

Решение:

$$m_b = \rho_b V_b = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 2 \text{ м} = 2 \text{ кг}$$

1. Рассмотрим первый случай:

$$P \cdot \tau_1 = c_b m_b (t_{\text{кип}} - t_b) \Rightarrow P = \frac{c_b m_b (t_{\text{кип}} - t_b)}{\tau_1}$$

2. Рассмотрим второй случай. Нагреватели тот же, но в воде

$$P \cdot \tau_2 = c_b m_b (t_{\text{кип}} - t_b) + \lambda m_n + c_b m_n (t_{\text{кип}} - t_b)$$

Получаем:

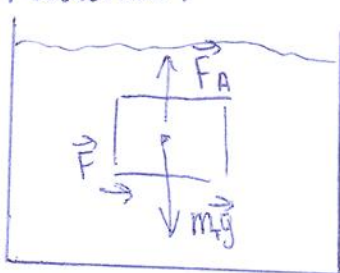
$$\frac{c_b m_b (t_{\text{кип}} - t_b)}{\tau_1} \cdot \tau_2 - c_b m_b (t_{\text{кип}} - t_b) = m_n (\lambda + c_b (t_{\text{кип}} - t_b))$$

$$\text{Отсюда } m_n = \frac{c_b m_b (t_{\text{кип}} - t_b) \cdot \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} - 1 \right)}{\lambda + c_b (t_{\text{кип}} - t_b)} = \frac{4200 \cdot 2 \cdot (100 - 0) \cdot \frac{15}{10} - 4200 \cdot 2 \cdot (100 - 0)}{3,3 \cdot 10^5 + 4200 \cdot (100 - 0)}$$

$$= \frac{4200 \cdot 200 \cdot 0,5}{830000 + 420000} = \frac{420000}{1250000} = 0,336 \text{ кг}$$

СИ:

Решение:



Условие равновесия тела

$$\vec{F} + \vec{m}\vec{g} + \vec{F}_A = 0.$$

Выберем ось Oy, тогда

$$m g + F - F_A = 0$$

$$\text{Знаем } F_A = \rho_m g V_m$$

$$m_m = \rho_T V_T$$

$$\text{Получаем: } \rho_T V_T g + F - \rho_m g V_T = 0.$$

$$(\rho_T V_T g = \rho_m g V_T - F)$$

$$\rho_T = \frac{\rho_m g V_T - F}{V_T g} = \frac{1000 \cdot 10 \cdot 10^{-3} - 2}{10^{-3} \cdot 10} = \frac{8}{0,01} = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Задача 8.

Дано:

$$m_1 = 1 \text{ кг}$$

$$L = 50 \text{ см}$$

$$S = 10 \text{ см}$$

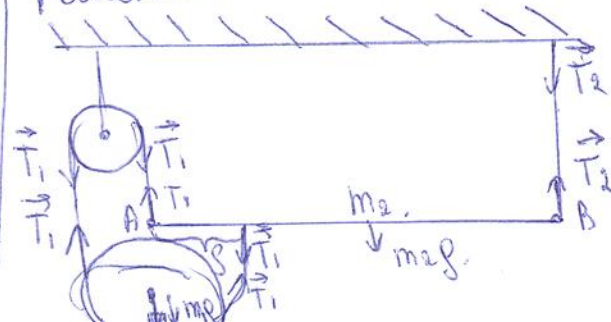
$$m_2 = ?$$

СИ:

$$0,5 \text{ м}$$

$$0,1 \text{ м}$$

Решение:





Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 36/1-08-09

Вариант 1.

1. Рассмотрим подвижный блок:

$$m_1 g = 2 T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{m_1 g}{2} = 5 \text{ Н}$$

2. Рассмотрим стержень, как рычаг относительно точки В:

$$m_2 g \frac{L}{2} + T_1 (L - S) - T_1 \cdot L = 0.$$

$$m_2 g \frac{L}{2} = T_1 \cdot L - T_1 (L - S)$$

$$m_2 g \frac{L}{2} = T_1 (L - L + S)$$

$$m_2 g \frac{L}{2} = T_1 S$$

$$m_2 = \frac{T_1 S}{g \cdot \frac{L}{2}}$$

$$m_2 = \frac{5 \cdot 0,1}{10 \cdot \frac{0,5}{2}} = \frac{0,5}{2,5} = 0,2 \text{ кг.}$$

155

Ответ: 0,2 кг.

Задача 3.

Решение: 1) Любая прямая пересекает все стороны. разбивает плоскость на две полуплоскости. Любая прямая, пересекая сторону многоугольника, оставляет два конца стороны по разным полуплоскостям, как бы по парам.

$\Rightarrow$ Парных концов получается четное число.

2) Получается, чтобы прямая не пересекла вершину многоугольника у него должно быть четное число углов. Для нечетного многоугольника это невозможно.

3) 100 сторон - это стаугольник. У него четное кол-во углов. $\Rightarrow$ существует.

99 сторон - это 99-тиугольник. У него нечетное кол-во углов $\Rightarrow$ не существует.

Ответ: а) существует; б) не существует.

0 баллов
Hell

Задача 4.

Решение:

Начиная с $4^2 = 16$, $4^3 = 64$ значение степени оканчивается на 4 и 6 по очереди. так как степень четная, то сумма чисел будет оканчиваться на 0.

0 баллов
Hell