



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Вариант _____

Шифр* A-63/4-11-10

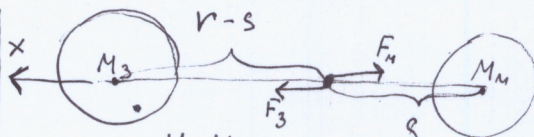
(N1) Дано:

$$M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$M_M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$r = 54,6 \text{ млн. км} = 54,6 \cdot 10^6 \text{ км}$$

$S = ?$



$$F_3 = G \frac{M_3 M_M}{(r-s)^2}$$

$$F_M = G \frac{M_M M_3}{s^2}$$

$$G M_3 M_M = 0$$

Все числа отличны от нуля $\Rightarrow$
их произведение не может
быть равно нулю.

или

В точке Лагранжа гравитацион-
ные силы Земли и Марса урав-
новешены, значит:

$$F_3 - F_M = 0$$

$$G \frac{M_3 M_M}{(r-s)^2} - G \frac{M_M M_3}{s^2} = 0$$

$$G M_3 M_M \left(\frac{1}{(r-s)^2} - \frac{1}{s^2} \right) = 0$$

$$\left(\frac{1}{(r-s)^2} - \frac{1}{s^2} \right) = 0$$

$$\frac{1}{r^2 - 2rs + s^2} = \frac{1}{s^2}$$

$$s^2 = r^2 - 2rs + s^2$$

$$s^2 - s^2 + 2rs = r^2$$

$$s = \frac{r^2}{2r} \quad s = \frac{r}{2}$$

$$s = \frac{54,6 \cdot 10^6 \text{ км}}{2} = 27,3 \cdot 10^6 \text{ км}$$

$$r - s = 54,6 \cdot 10^6 - 27,3 \cdot 10^6 = 27,3 \cdot 10^6 \text{ км}$$

Т.к. расстояние r много больше планет, будем считать их материаль-
ными точками.

Ответ: точка Лагранжа равноудалена от обеих планет и
находится на расстоянии $27,3 \cdot 10^6 \text{ км}$ от них.

(N2) Дано:

$$M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$R = 3430 \text{ км} = 3430 \cdot 10^3 \text{ м}$$

$g = ?$

$$F_c = mg = G \frac{Mm}{R^2}$$

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$g = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,4 \cdot 10^{23}}{(3430 \cdot 10^3)^2} = 3,628 \text{ Н/кг}$$

Ответ $3,628 \text{ Н/кг}$

(N5) Дано:

$$S = 54,6 \text{ млн. км} = 54,6 \cdot 10^6 \text{ км}$$

$$v = 12 \text{ км/с}$$

$t = ?$

$$S = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{S}{v}$$

$$t = \frac{54,6 \cdot 10^6}{12} = 4,55 \cdot 10^6 \text{ с}$$

Ответ: $4,55 \cdot 10^6 \text{ с}$



Шифр* A-63/4-11-10

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Вариант _____

масса

№4 Дано:

$$h = 3430 \text{ км}$$

$$R = 3430 \text{ км}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = ?$$

$A_1 = \Delta E_n = mgh$, где m — спутника Марса

Чтобы запустить спутник необходимо изменить его кинетическую энергию.

$$\Delta E_k = A_{\text{дс}} A_2$$

$$\Delta E_k = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$

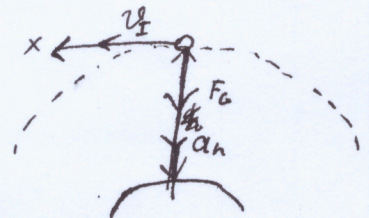
будем считать, что когда спутник оказался на высоте h , его скорость $v_{0x} = 0$.

$$g = a_n = \frac{v^2}{R+h} \quad g = \frac{v_1^2}{R+h} \Rightarrow v_1 = \sqrt{g(R+h)}$$

g — ускорение свободного падения на высоте h от поверхности Марса

$$F_g = mg = \frac{GMm}{(R+h)^2} \quad g = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM(R+h)}{(R+h)^2}} = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$



$$\Delta E_k = \frac{m \left(\sqrt{\frac{GM}{R+h}} \right)^2}{2} = A_2$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{mgh \cdot 2}{\frac{m \cdot GM}{R+h}} = \frac{2 \cdot GM \cdot h \cdot (R+h)}{(R+h)^2 \cdot GM} = \frac{2h}{R+h} = \frac{2 \cdot 3430}{3430 + 3430} = 1$$

Ответ: 1

№3 Дано:

$$v = 10 \text{ км/с} = 36 \text{ м/с}$$

$$m_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$$

$$b = 49 \text{ м}^2$$

$$\Delta F_T = ?$$

$p_1 = Mv$, где M — масса корабля, p_1 — его начальный импульс

$p_2 = v(M+m)$ p_2 — конечный импульс корабля

$m = m_0 \cdot a$, a — количество метеоров, попавших к кораблю.

Путь, пройденный кораблём, равен кол-ву кубометров $\Rightarrow$ равен a

$$S = a = v \Delta t \quad m = m_0 \cdot v \Delta t$$

$$\Delta p = F \Delta t$$

импульс изменился только после попадания корабля в облако метеоров $\Rightarrow F = \Delta F_T$

$$p_2 - p_1 = \Delta F_T \cdot \Delta t$$

$$(m+M)v - Mv = \Delta F_T \cdot \Delta t$$

$$v(m+M-M) = \Delta F_T \cdot \Delta t$$

$$\Delta F_T = \frac{v \cdot m_0 \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta t} = v^2 \cdot m_0$$

$$\Delta F_T = 36^2 \cdot 2 \cdot 10^{-5} = 0,0259 \text{ Н}$$

Ответ: 0,0259 Н