

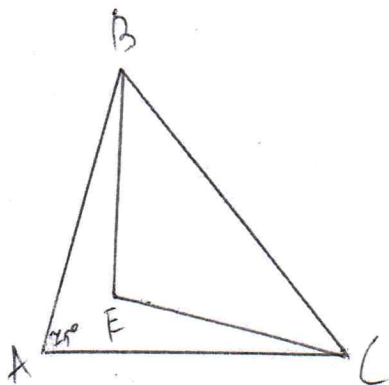
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 22-07-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	0	12	13	13	10	10	15	15	(88)

Вариант 1

Объ



Задача 2.

Из условия известно, что $\angle B + \angle C = \angle ACE + \angle ABE + \angle BCE + \angle CBE = 2\angle ACE + 2\angle ABE = 2(\angle ACE + \angle ABE)$

П.к. $\angle A = 45^\circ$, а ABC — треугольник, то

$$\angle B + \angle C = 2(\angle ACE + \angle ABE) = 180^\circ - \angle A = 135^\circ$$

$$\angle ACE + \angle ABE = \frac{135^\circ}{2} = 67.5^\circ$$

$$\angle BEC = 180^\circ - (\angle EBC + \angle BCE) = 180^\circ - (2\angle ACE + 2\angle ABE) = 180^\circ - 2(\angle ACE + \angle ABE) = 180^\circ - 2 \cdot 67.5^\circ = 45^\circ$$

Ответ: $\angle BEC = 45^\circ$

Задача 3

Вспомогательная формула последовательности, при этом чис на n -м месте представляем как

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3}$$

$$a_1 = 3 \quad (3^2 = 9)$$

$$a_2 = 9 + 4 = 13 \quad (13^2 = 169)$$

$$a_3 = 1 + 6 + 9 + 4 = 20 \quad (20^2 = 400)$$

$$a_4 = 4 + 0 + 9 + 4 = 17 \quad (17^2 = 289)$$

$$a_5 = 6 + 4 + 4 = 14 \quad (14^2 = 196)$$

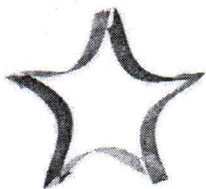
$$a_6 = 1 + 9 + 6 + 4 = 20$$

...

Заметим, что $a_3 = a_6$. П.к. каждое число зависит только от предыдущих

чисел, то $a_4 = a_7$, $a_5 = a_8$, $a_6 = a_9 = a_3$... П.к. образуются, начиная с третьего числа, циклически и выглядят так:

последовательность ~~представляет~~ ~~и~~ ~~выглядит так~~:
3, 13, 20, 17, 14, 20, 17, 14, ... 20, 17, 14



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 22-07-01

Тогда каждая ~~числа~~ a_k , где $k \equiv 2 \pmod 3$, кроме $k=2$, будет равна 14 (т.к. в 1 числе 3 числа). $2024 \equiv 2 \pmod 3 \Rightarrow a_{2024} = 14$

Ответ: 14

Задача 4.

Заметим, что $10^{80} = 2^{80} \cdot 5^{80} \Rightarrow$ сократятся только лишь на 2 и на 5.

Рассмотрим, сколько раз 2 встречается в разложении ^{простых} на ^{каждом} ^{элементе} ^{числа} $80!$. Представим данные в виде таблицы:

Степень 2	Кол-во чисел, в которых встречается
1	40
2	20
3	10
4	5
5	2
6	1

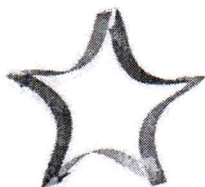
Тогда $80!$ кратно $2^{40} \cdot 2^{20} \cdot 2^{10} \cdot 2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^1 = 2^{78}$, при этом 2^{79} не является делителем $80!$.

Рассмотрим ^{степенность} на 5. Выпишем все числа: 5 и все их кратные ^{степени} 5 в их произведении:

$5 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 30 \cdot 40 \cdot 50 \cdot 60 \cdot 70 \cdot 80 \cdot 15 \cdot 25 \cdot 35 \cdot 45 \cdot 55 \cdot 65 \cdot 75 = 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^{15} \cdot 7^2 \Rightarrow 80! : 5^{15} = 80! : 5^2$

Получается, что мы можем сократить дробь на $\leq 2^{78} \cdot 5^{15}$. Тогда ее знаменатель при максимальном сокращении равен $5^{61} \cdot 2^2$

Ответ: $5^{61} \cdot 2^2$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 22-07-01

Задача 5.

$$V_{\text{куба}} = 3\text{м} \cdot 3\text{м} \cdot 3\text{м} = 30\text{дм} \cdot 30\text{дм} \cdot 30\text{дм} = 27000\text{дм}^3 = 27000\text{л} \quad \checkmark$$

$$V_{\text{кубки}} = 40\text{см} \cdot 40\text{см} \cdot 150\text{см} = 4\text{дм} \cdot 4\text{дм} \cdot 15\text{дм} = 532\text{дм}^3 = 532\text{л} \quad \checkmark$$

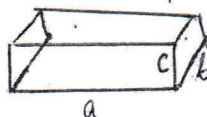
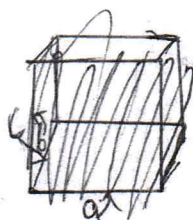
$$V_1 = V_{\text{куба}} - V_{\text{кубки}} = 27000\text{л} - 532\text{л} = 26468\text{л}$$

Тогда куб затопится на $\frac{V_1}{V}$, где $V = 1650 \frac{\text{л}}{\text{мм}}$

$$t_{\text{затопления}} = t_{\text{топ. факта}} = \frac{26468\text{л}}{1650\text{л}} \approx 16\text{мм} \quad \checkmark$$

Ответ: 16 мм.

Задача 6.



$$a = 10\text{см} = 10 \cdot 1,8\text{м} = 18\text{м} \quad \checkmark$$

$$b = 12\text{см} = 12 \cdot 0,7\text{м} = 8,4\text{м} \quad \checkmark$$

$$c = 12\text{см} = 12 \cdot 4,5\text{м} = 54\text{см} = 5,4\text{м} \quad \checkmark$$

$$S_{\text{стен}} = ac + bc + ac + bc = 2(ac + bc) = 2(18\text{м} \cdot 5,4\text{м} + 8,4\text{м} \cdot 5,4\text{м}) =$$

$$= 10,8\text{м} \cdot 26,4\text{м} = 285,12\text{м}^2 \quad \checkmark$$

Чтобы покрасить все стены понадобится $\frac{285\text{м}^2}{5\text{м}^2} + 1 = 58\text{л краски}$. ✓

Тогда 5-литровых банок нужно купить $\frac{58\text{л}}{5\text{л}} + 1 = 12\text{банок}$ ✓

Ответ: 12 банок

Задача 7.

Пусть длина тоннеля равна S_1 , а расстояние от велосипедиста до входа в тоннель когда Петя проехал $0,25 S_1$ равно S_2 , скорость Пети равна V_1 , а велосипедиста V_2

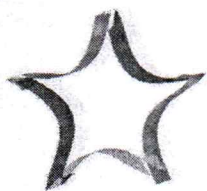
Из условия следует, что

$$\frac{0,25 S_1}{V_1} = \frac{S_2}{V_2}$$

$$\frac{0,4 S_1}{V_1} = \frac{S_1 + S_2}{V_2}$$

или максимальная разность времени или

$$\frac{S_1 + S_2}{V_2} = \frac{3 S_2}{V_2}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 22-07-01

Тогда $s_1 + s_2 = 3s_2$, $s_1 = 2s_2$

Поэтому $\frac{0,5 s_1}{g_2} = \frac{0,25 s_1}{g_1}$, $\frac{0,5 s_1}{g_2} = \frac{0,5 s_1}{2g_1}$

$\frac{g_1}{g_2} = 2$, $g_2 = 2g_1$

Ответ: в 2 раза

Задача 8.

I ρ_1 - плотность смеси, ρ_2 - средняя плотность

$$\rho_1 = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_1 + V_2} = \frac{m}{\frac{m}{\rho_1} + \frac{m}{\rho_2}} = \frac{m}{\frac{m(\rho_1 + \rho_2)}{\rho_1 \rho_2}} =$$

$$= \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$$

$$\rho_2 = \frac{m}{V} = \frac{m_1 + m_2}{V} = \frac{0,3V\rho_1 + 0,7V\rho_2}{V} = \frac{V(0,3\rho_1 + 0,7\rho_2)}{V} = 0,3\rho_1 + 0,7\rho_2$$

Подставим известные значения. Тогда

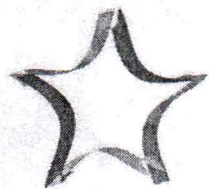
$$\rho_1 = \frac{7,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 4,5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}}{7,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} + 4,5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}} = \frac{35,1 \frac{\text{г}^2}{\text{см}^6}}{12,3 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}} = 2,85 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$\rho_1 = \frac{7,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 4,5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}}{0,3 \cdot 7,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} + 0,7 \cdot 4,5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}} = \frac{35,1 \frac{\text{г}^2}{\text{см}^6}}{2,44 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} + 3,15 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}} = \frac{35,1 \frac{\text{г}^2}{\text{см}^6}}{5,59 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}} = 6,28 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$\rho_2 = 0,3\rho_1 + 0,7\rho_2 = 0,3 \cdot 4,5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} + 0,7 \cdot 7,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 1,35 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} + 5,46 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 6,81 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{6,81 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}}{2,85 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}} = \frac{6,81 \cdot 41}{2,85 \cdot 41} = \frac{279,21}{117,15} = 2,38$$

Ответ: в 2,38 раза



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Шифр 22-07-01

Zagada 1

Заметим, что в любом случае ~~будет бесконечно~~ получивший
много $\text{Будет} \leq 41$ -элементов. Тогда или $\text{В} \cap \text{В} \cap \text{В}$ не будет $\text{мн} \cap \text{мн} \in 4$,
то оно будет больше, чем или $\text{Б} \cap \text{Б}$ такое присутствие.

Докажем, что среди цифр ~~от 1 до 5~~^{от 1 до 5} - пусто это не так, можно
в числе иметь цифры 3, 4, 5. ~~Расс~~ φ Три же:

измеря $9 \leq 8$

исполн. 8 ≤ 3

unabhängig $7 \leq 18$

целых $0 \leq i$

Цифры $6 \leq 16$.
 Тогда всего цифр - 53, но число может быть 7-значное.
 Тринадцатое.

Противоречия.
Полоди наибольшее возмущение членов общества:

56789, 56789, 56789, 56789; 56789 55555 56789 585966666 ~~66~~ 66 67686977777 7467778798