

1 лист

2 вариант

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
12	12	13	2	10	7	15	10	91



Задача №1

Заметим, что наибольшее число, которое можно получить должно иметь наибольшую возможную цифру на каждом разряде, т.е. будем вычеркивать цифры так, чтобы на каждый разряд осталась наибольшая возможная цифра (например в числе 139472 вычеркиванием $x \geq 2$ цифр максимальная возможная цифра в 1-м разряде = 9).

Так как наибольшая цифра это 9, то сделаем наибольшее возможное кол-во первых цифр 9-ми. Тогда у нас получится число 999940414243...8081, и мы вычеркнем (цифры с 1 по 8 включительно, с 1 по ¹ включительно в числах 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, не вычеркивая 9 в числе 19. Аналогично для чисел 20, 21, 22... 29; 30, 31, 32... 39;) 65 цифр. Поставить в 5-й разряд цифру ~~9 или 8~~ 9 или 8 мы не можем, т.к. для этого нам нужно вычеркнуть хотя-бы 17 цифр (все цифры с 4 до 4 в числах 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, ⁴⁶ включительно, не вырезая цифру 8), но мы можем вырезать только $81 - 65 = 16$ цифр $\Rightarrow$ максимальная возможная цифра в этом разряде это 7 (вычеркнув 15 цифр с 4 по 4 в числах 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47). И тогда максимальная возможная цифра в 6 разряде это 8 (вычеркнув 1 цифру в числе 48).

Тогда у нас получится число 99997849505152...8081.
 И это также максимальное т.к. если мы будем вы-
 черкивать цифры как-то по другому, то какая то
 из цифр в 1-х шести разрядах будет меньше, чем
 в этом числе.

125'

Задача №2.

Дано:

$\triangle ABC$

$\angle A = 60^\circ$

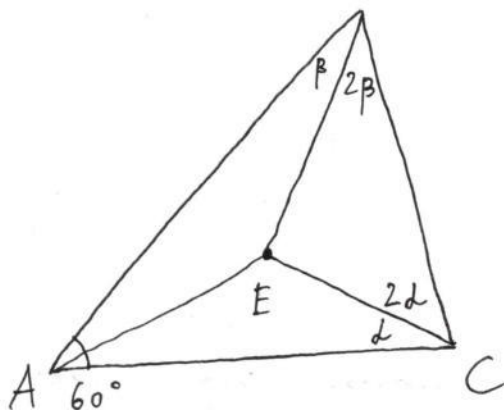
$\angle BCE = 2\angle ACE$

$\angle CBE = 2\angle ABE$

Найти:

$\angle BEC = ?$

Решение:



Обозначим $\angle ACE$ за α . Тогда по условию раз
 $\angle BCE = 2\angle ACE$, то $\angle BCE = 2\alpha$.

Обозначим $\angle ABE$ за β . Тогда по условию раз
 $\angle CBE = 2\angle ABE$, то $\angle CBE = 2\beta$.

Так сумма ~~у~~ углов в $\triangle = 180^\circ$, то $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

Заметим, что $\angle B = \angle CBE + \angle ABE = 2\beta + \beta = 3\beta$, и $\angle C =$
 $= \angle ACE + \angle BCE = \alpha + 2\alpha = 3\alpha$. Тогда $\angle A + 3\alpha + 3\beta = 180^\circ$, и
 $3(\alpha + \beta) = 180 - 60 = 120$, и тогда: $\alpha + \beta = \frac{120}{3} = 40^\circ$. Заме-
 тим, что $\angle BEC = 180^\circ - \angle CBE - \angle BCE = (180 - 2(\alpha + \beta))$ и
 тогда $\angle BEC = 180 - 2 \cdot 40 = 180 - 80 = 100^\circ$

Ответ: $\angle BEC = 100^\circ$

125'

Задача №3

Найдём первые 10 чисел в последовательности:

$$1 \text{ число} = 4$$

$$2 \text{ число} = 1+6+4(1+6 \text{ это } 4^2=16) = 11$$

$$3 \text{ число} = 1+2+1+4(1+2+1 \text{ это } 11^2=121) = 8$$

$$4 \text{ число} = 6+4+4(6+4 \text{ это } 8^2=64) = 14$$

$$5 \text{ число} = 1+9+6+4(1+9+6 \text{ это } 14^2=196) = 20$$

$$6 \text{ число} = 4+4(4 \text{ это } 20^2=400) = 8$$

Заметим, что числа в последовательности повторяются и все элементы последовательности (кроме 1 и 2), ~~кроме~~ номер которых $\equiv 2 \pmod 3$ равны 20 (т.е. числа номер которых равен: 5, 8, 11, 14...)

Найдём остаток 2024 при делении на 3:

$2024 \equiv 2 \pmod 3$, и тогда 2024-е число в последовательности = 20.

138.

Задача №4

Заметим, что сократить данную дробь мы можем только на числа ≤ 81 и все простые множители которых равны 2 или 5 (т.к. 10 : только 2 и 5), иначе знаменатель не сократится.

Найдём все такие числа ≤ 81 : 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 25, 32, 40, 50, 64, 80. Найдём их произведение: $2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 16 \cdot 20 \cdot 25 \cdot 32 \cdot 40 \cdot 50 \cdot 64 \cdot 80 = \overbrace{2^2}^2 \cdot \overbrace{2^2}^4 \cdot \overbrace{5^1}^5 \cdot \overbrace{2^3}^8 \cdot \overbrace{2^1 \cdot 5^1}^{10} \cdot \overbrace{2^4}^{16} \cdot \overbrace{2^2 \cdot 5^2}^{20} \cdot \overbrace{5^2}^{25} \cdot \overbrace{2^5}^{32} \cdot \overbrace{2^3 \cdot 5}^{40} \cdot \overbrace{2^1 \cdot 5^2}^{50} \cdot \overbrace{2^6}^{64} \cdot \overbrace{2^4 \cdot 5}^{80} = 10^9 \cdot 2^{23}$, и при сокращении 10^{81} на это число, получим: $10^{49} \cdot 5^{23}$ ($10^{81-9-23} \cdot 2^{23}$)

Ответ: знаменатель будет равен $10^{49} \cdot 5^{23}$

139.

Задача №5

Найду объём куба $V_k = a \cdot a \cdot a = 2\text{м} \cdot 2\text{м} \cdot 2\text{м} = 8\text{м}^3 = 8000000\text{см}^3$

Найду объём ящика $V_a = a_1 \cdot b_1 \cdot c_1 = 45\text{см} \cdot 80\text{см} \cdot 180\text{см} = 648000\text{см}^3$

Т.к. ящик - прямоугольный:

Найду объём который будет занимать вода $V_0 = V_k - V_a = 8000000\text{см}^3 - 648000\text{см}^3 = 7352000\text{см}^3$

Найду время за которое вода затопит этот объём
 $t_b = 7352000\text{см}^3 : 1050 \frac{\text{л}}{\text{мин}} = 7352000\text{см}^3 : 1050000 \frac{\text{см}^3}{\text{мин}} \approx 7,001\text{мин} \approx 7\text{мин.}$ (1л = 1000см³)

Ответ: фокуснику надо выключить фокус за $t_b = 7\text{минут.}$

Задача №6.

Выражу длину, ширину и высоту терена в м:

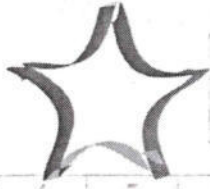
длина $a_m = 10\text{сат.} \cdot 1,8 = 18\text{м}$

ширина $b_m = 15\text{арш} \cdot 0,7 = 10,5\text{м}$

высота $c_m = 10\text{лок} \cdot 0,5 = 5\text{м}$ (50см = 0,5м)

Найду ^{суммарную} площадь стен терена (стены терена бывают двух видов: 1) если их площадь $S_{cm} = a_m \cdot c_m$ и 2) если их площадь $S_{cm} = b_m \cdot c_m$) и того, и того типа стен по 2 (т.к. всего стен 4) $\Rightarrow$ суммарная площадь всех стен $S_m = 5\text{м} \cdot 10,5\text{м} \cdot 2 + 5\text{м} \cdot 18\text{м} \cdot 2 = 210\text{м}^2 + 180\text{м}^2 = 390\text{м}^2$.

2 мкм



шифр _____

шифр 18-07-03

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

вариант _____

Вариант 2

Найду площадь покрашенной части стен, пользуясь фактом, что 1 л краски хватает на 5 м^2 :

$$S_n = 5 \text{ л} \cdot 5 \text{ м}^2 = 225 \text{ м}^2.$$

Найду площадь одного окна $S_0 = a_0 \cdot b_0$, где:

a_0 — длина окна: $a_0 = 4 \text{ м} \cdot 0,5 \text{ м} = 2 \text{ м}$

b_0 — ширина окна: $b_0 = 3 \text{ м} \cdot 0,5 \text{ м} = 1,5 \text{ м}$, тогда:

$$S_0 = 2 \text{ м} \cdot 1,5 \text{ м} = 3 \text{ м}^2.$$

$$\text{Найду кол-во окон по формуле: } N = \frac{S_m - S_n}{S_0} = \frac{390 \text{ м}^2 - 225 \text{ м}^2}{3 \text{ м}^2} = \frac{165 \text{ м}^2}{3 \text{ м}^2} = 45 \text{ окон}$$

57

Ответ: в тереме $N = 45$ окон.

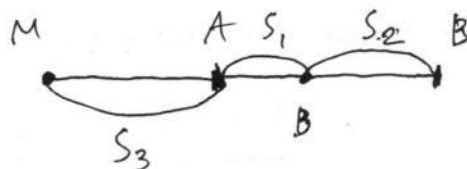
Задача №7.

Нарисуем схему, где А и В — начало и конец точки, и обозначим некоторые участки пути за S_1 , S_2 и S_3 :

S_2 и S_3 :

М — машина

В — Вова



Обозначим скорость Вовы за v_2 . Тогда скорость машины $v_m = 4v_2$ по условию.

Тогда раз они могли одновременно оказаться в начале тоннеля, то: (по формуле скорости $v = \frac{S}{t}$)

$$t = \frac{S}{v}, \text{ и:}$$

$$\frac{S_1}{v_1} = \frac{S_3}{4v_1} \Rightarrow S_3 = 4 \cdot S_1$$

Также раз они могли одновременно оказаться в конце тоннеля, то:

$$\frac{S_2}{v_2} = \frac{S_3 + S_1 + S_2}{4v_2} \Rightarrow 4 \cdot S_2 = S_3 + S_1 + S_2 = 4S_1 + S_1 + S_2 =$$

$$= 5S_1 + S_2, \text{ т.е.: } 4S_2 = 5S_1 + S_2 \text{ и тогда: } S_2 = \frac{5}{3}S_1$$

Выразим длину тоннеля ^{длину} через S_1 :

$$l_m = S_1 + S_2 = S_1 + \frac{5}{3}S_1 = \frac{8}{3}S_1$$

Раз ~~к~~ к моменту, как Вова услышал сигнал автомобиля он проехал: S_1 , то он проехал $\left(\frac{3}{8}\right)$ от $\frac{8}{3}$, т.е. $\frac{3}{8}$ длины тоннеля. 15

Ответ: Вова проехал $\frac{3}{8}$ тоннеля.

Задача N=8

Обозначим за m_a - массу алюминия. Тогда в стандартной трубе масса титана = $3m_a$, а объёмы алюминия и титана равны: $\frac{m_a}{2,7}$ и $\frac{3m_a}{4,5}$. Тогда среднее значение плотности стандартной трубы:

$$\frac{m_a + 3m_a}{\frac{m_a}{2,7} + \frac{3m_a}{4,5}} = \frac{4m_a}{\frac{4,5m_a + 8,1m_a}{12,15}} = \frac{48,6m_a}{12,6m_a} = 3,8 \frac{m_a}{V}. \text{ Анало-}$$

гично составим для 2-й трубы: $\frac{m_a + \frac{9}{5}m_a}{\frac{m_a}{2,7} + \frac{\frac{9}{5}m_a}{4,5}} = \frac{12,15 \cdot 2,8m_a}{4,5m_a + \frac{243}{50}m_a} =$
 $= \frac{34,02m_a}{\frac{461}{50}} = \frac{34,02m_a}{9,36V} \approx 3,8 \frac{m_a}{V} \Rightarrow \text{плотности равны.}$ 10