

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Ю-Ю-10-066

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	13	4	10	8	2	6	66

Вариант 1

№1.

$$\frac{80!}{10^{80}}$$

$$10^{80} = 2^{80} \cdot 5^{80} \quad \text{пятый и десятый члены.}$$

$$80! = \underbrace{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10)}_{\text{десяток}} \cdot \dots \cdot (49 \cdot 80)$$

В каждой десятке, кроме 20, 50, 70 встречается по 2 множителя 5.
В 5 и десятом члене. А в числах 25, 50, 75, по 2 множителя 5, т.к. они кратны 25.

$$\Rightarrow 2 \cdot 8 + 3 \cdot 1 = 19 - \text{попало в произведение.}$$

Посчитаем количество двоек этим же способом, в каждой десятке по стандарту 8, + ¹⁴ еще в последующих.

$$\Rightarrow 8 \cdot 8 + \frac{14}{14} = 48$$

$$\Rightarrow \text{Знаменатель будет выглядеть так: } 5^{80-19} + 2^{80-48} = 4 \cdot 5^{61}$$

Ответ: $4 \cdot 5^{61}$

№2.

Олимпиадная математика: 8 участников

Робототехника: 9.

$$\begin{cases} x + y > 25 \\ x - 2y > 34 \\ 3x - 2y < 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3y > 2 \\ x + y > 29/3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3y > 2 \\ 3x + 3y > 87 \end{cases}$$

$$4x > 89$$

$$x > \frac{89}{4}$$

$$x > 22,25 \Rightarrow x \geq 23 \text{ - целая}$$

$$\Rightarrow 23 \leq x \leq 24$$

Предположим что $x = 23$

Тогда минимальный $y = 4$.

$$23 - 2 = 21 \Rightarrow x = 23 \text{ не подходит}$$

Ответ: 24 участка.



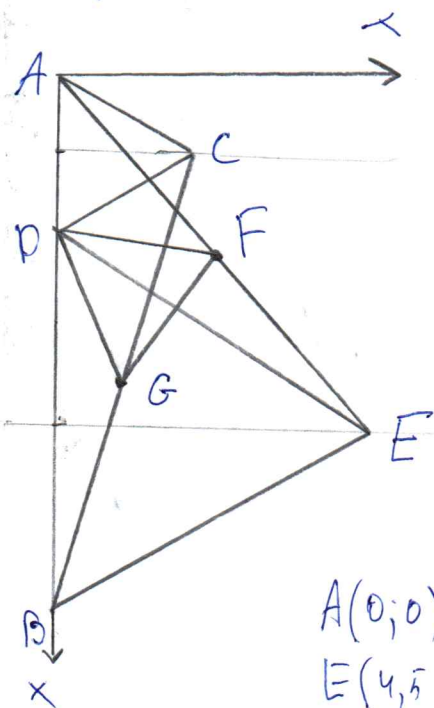
$$\begin{cases} 3x - 2y < 60/3 \\ 2x - y > 6y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x - 6y < 180 \\ 2x - y > 6y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x - 6y < 180 \\ 6y - 2x < -4 \end{cases}$$

$$4x < 174 \Rightarrow x < \frac{174}{4} \Rightarrow x \leq 24 \text{ - целая}$$

Предположим $x = 24$
 $y = 4$.

$$\begin{cases} 24 - 2 > 21 \\ 22 - 14 < 60 \\ 2 + 24 > 29 \end{cases} \Rightarrow x = 24 \text{ подходит.}$$



Найдём координаты точек.

Все углы 60° , т.к. Δ - равносторонние:

$$A(0; 0)$$

$$D(2; 0) = D(2; 0)$$

$$C(1; \frac{\sqrt{3}}{2}) = C(1; \sqrt{3})$$

$$E(4.5; \frac{5\sqrt{3}}{2})$$

$$B(4; 0)$$



$$A(0; 0)$$

$$E(4.5; \frac{5\sqrt{3}}{2}) \Rightarrow F(\frac{4.5}{2}; \frac{5\sqrt{3}}{4}) = F(2.25; \frac{5\sqrt{3}}{4})$$

$$C(1; \sqrt{3})$$

$$B(4; 0) \Rightarrow G(4; \frac{\sqrt{3}}{2})$$

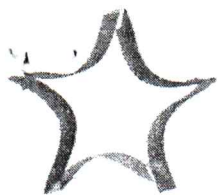
Найдём длины сторон:

$$FG = \sqrt{(2.25 - 4)^2 + (\frac{5\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2})^2} = \sqrt{1.75^2 + 0.75^2 \cdot 3} = \sqrt{4.75}$$

$$DG = \sqrt{(2 - 4)^2 + (0 - \frac{\sqrt{3}}{2})^2} = \sqrt{2^2 + \frac{3}{4}} = \sqrt{4.75}$$

$$FD = \sqrt{(2.25 - 2)^2 + (\frac{5\sqrt{3}}{4} - 0)^2} = \sqrt{0.25^2 + 3 \cdot 1.25^2} = \sqrt{4.75}$$

Ответ:
 Δ - равносторонний
 $\Rightarrow$ и длина его
сторон $\sqrt{4.75}$



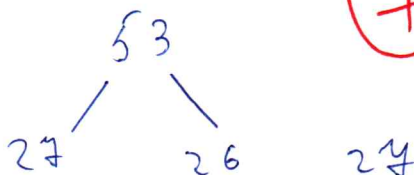
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр _____

Вариант 1

№4.

Предположим что максимальное количество выводов у
этой ~~модели~~ деды - это 3
Тогда:



Тогда у нас останется ещё
24 выводов, которые этой дедке не
принадлежат.

Разделим в этом случае выводов дедки на группы из 26 и
24.

⇒ Получится, что $27 - 26 = 1$ вывод не будет "парой" из этих
детей $\Rightarrow$ не у моды и 2 из них есть общий дед.
 $\Rightarrow$ Минимум 54.

В. III. D.

№5.

Дано:

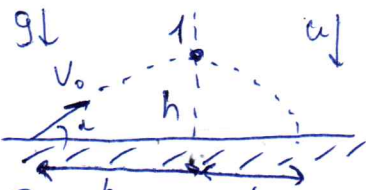
$$\alpha = 30^\circ$$

$$V_0 = 10 \text{ м/с.}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

$$S = 353 \text{ м.}$$

Решение:



Рассмотрим точку 1: $gt = V_0 \cdot \sin \alpha$.

$$\Rightarrow t = \frac{10 \cdot \frac{1}{2}}{10} = \frac{1}{2} \text{ с.} \checkmark$$

$$h = V_0 \cdot \sin 30^\circ \cdot t - \frac{gt^2}{2} = \frac{10}{4} - \frac{10}{8} = \frac{10}{8} \text{ м.} \checkmark$$

$$L_1 = V_0 \cdot t \cdot \cos 30^\circ = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ м.} \checkmark$$

$$\Rightarrow L_2 = 353 - \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{53}{2} \text{ м.}$$

Скорость по горизонтали не изменилась, т.к. ускорение
действует лишь по вертикали.

$$\Rightarrow \frac{53}{2} = V_0 \cdot \cos 30^\circ \cdot t, \Rightarrow t_1 = \frac{1}{2} \text{ с.} \checkmark$$

$$\Rightarrow h = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2h}{t^2} = \frac{10 \cdot \frac{10}{8}}{0,1^2} = 250 \text{ м/с}^2 \checkmark \text{ Ответ: } 250 \text{ м/с}^2.$$

16

Дано
 $w = 5 \text{ В}$
 $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot \text{К}^4}$
 $L = 0,5 \text{ м}$
 $R = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$
 $U = 220 \text{ В}$
 $I = 5 \text{ А}$

Решение:

Энергия, отданная в процессе передачи равна:

$$E = w t S. \text{ — где } t \text{ — время, а } S \text{ — площадь поверхности.}$$

III. а. установившаяся определенная температура, то установившееся равновесие, что количество отданной теплоты равно количеству полученной.

Теплота передается из закона Джоуля-Ленца:

$$Q = I^2 R t = 4 I t. \quad \checkmark$$

III. а. по условию применим к конденсатор, но они не участвуют в теплоотдаче:



$$\Rightarrow S = L \cdot \pi D = 0,5 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 3,14 \cdot 10^{-3} \quad \checkmark$$

$$E = Q \Rightarrow w t S = 4 I t \Rightarrow \sigma T^4 S = 4 I$$

$$\Rightarrow T^4 = \frac{4 I}{\sigma S} \Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{4 I}{\sigma S}} = \sqrt[4]{\frac{220 \cdot 5}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 3,14 \cdot 10^{-3}}} = \sqrt[4]{\frac{220 \cdot 5}{1,75 \cdot 10^{-12}}} \approx \sqrt[4]{628 \cdot 10^{12}} \approx \sqrt[4]{628} \cdot 10^3 \text{ К}$$

Ответ: $\sqrt[4]{628} \cdot 10^3 \text{ К}$. 8

17

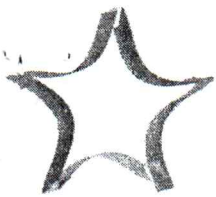
Рассчитаем полученную теплоту в процессе 1-2-3-1:

$$Q_1 = U_2 - U_1 + U_3 - U_2 + A_{23} = U_3 - U_1 + A_{23} = \frac{3}{2} (4 \text{ PV} - \text{PV}) + 2 \text{ PV} = \frac{13}{2} \text{ PV}.$$

Полученную энергию:

$$A_1 = 2 \text{ PV} - \text{PV} = 3 \text{ PV}.$$

$$\Rightarrow \eta_1 = \frac{A_1}{Q_1} = \frac{3 \text{ PV}}{\frac{13}{2} \text{ PV}} = \frac{6}{13}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр _____

Вариант 1.

Рассчитаем полученную теплоту в процессе 1-3-4-1.

$$Q_2 = U_3 - U_1 + A_{13} = \frac{3}{2}(4pV - pV) + 4pV = \frac{21}{2} pV.$$

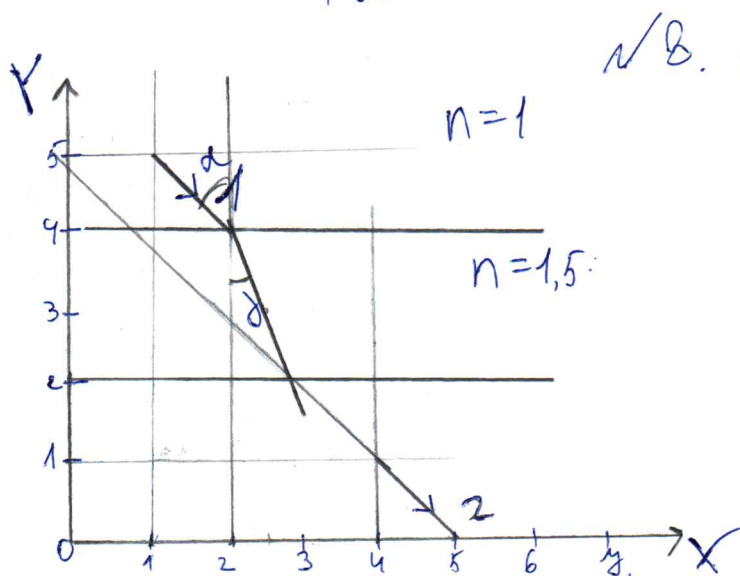
Полученную энергию:

$$A_2 = U_4 - U_3 + U_1 - U_4 + A_{14} = 2pV + \frac{3}{2}(4pV - pV) = \frac{13}{2} pV.$$

$$\Rightarrow \eta_2 = \frac{6,5}{10,5} = \frac{13}{21}$$

$$\Rightarrow \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{6 \cdot 21}{13 \cdot 13} = \frac{126}{169}$$

Ответ: $\frac{126}{169}$



$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{1,5}{1} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \delta = \frac{2}{3} \cdot \sin \alpha =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\Rightarrow \cos \delta = \sqrt{1 - \frac{2}{9}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \delta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{2}{7}} = \sqrt{0,28} \approx \frac{1}{2} \text{ (приблизительно)}$$

Продлим луч 2.

Его пересечение с продолжением луча 1 будет второй границей.

