

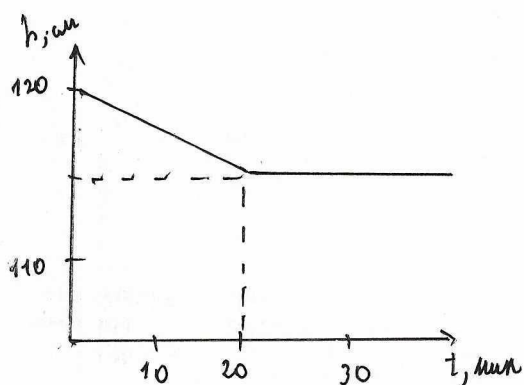
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-12

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	13	13	2	10	15	6	83

Вариант 2

N6



При таянии льда объем уменьшается.
(м.к. $\rho_B > \rho_A$)
~~Найдём объём льда~~ Найдём, насколько
уменьш. объём. $V_A \cdot \rho_A = V_B \cdot \rho_B$ (массы не измек.

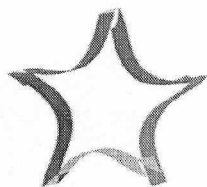
$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{1}{0,9} \Rightarrow \text{объём уменьш. на } \frac{1}{10} \text{ объёма}$$

$$\text{льда. Из графика } V_{\text{уменьш.}} = 5 \cdot 15 = 75 \text{ см}^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_L = 750 \text{ см}^3. \quad m_L = V_L \cdot \rho_L = 675 \text{ г.} \quad V_B = 120 \cdot 15 - 750 = 1050 \text{ см}^3 \Rightarrow$$

$\Rightarrow m_B = 1050 \text{ г.}$ (в момент времени $t = 20 \text{ мин}$ лёд полностью
растаял)

Ответ: $m_B = 1050 \text{ г}$
 $m_L = 675 \text{ г}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-12

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№4.

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

Т.к. имеет три корня (пусть это x_1, x_2, x_3), то:

$$f(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

$$g(x) = x^2 + 4x + 2024$$

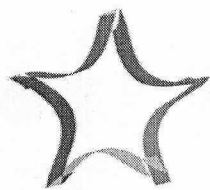
$f(g(x)) = (g(x) - x_1)(g(x) - x_2)(g(x) - x_3)$. Т.к. нет корней, то
его дискриминант должен быть меньше нуля.

$$D = 16 - 4(2024 - x_i) < 0. \Rightarrow 2024 - x_i > 4.$$

Делаем так для каждого $x_i = 7$

$$f(2024) = (2024 - x_1)(2024 - x_2)(2024 - x_3) > 4 \cdot 4 \cdot 4 \geq 64$$

что и требовалось доказать



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

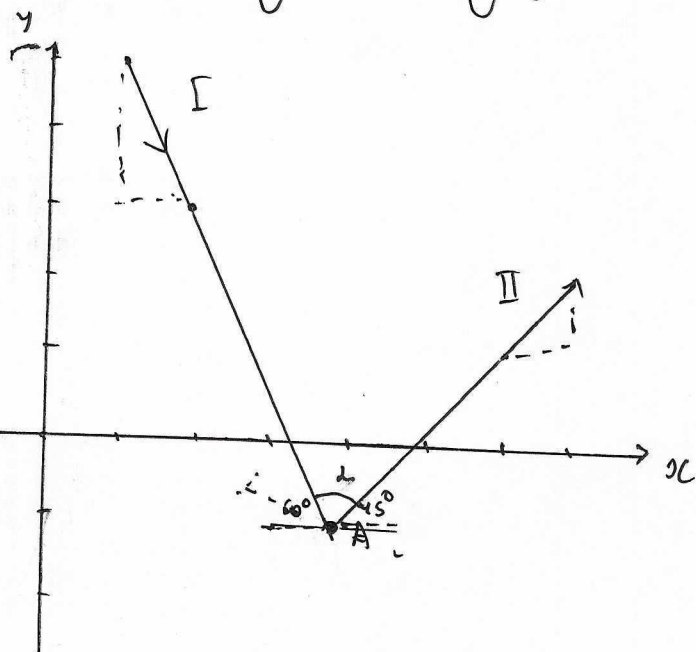
шифр 34-09-12

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

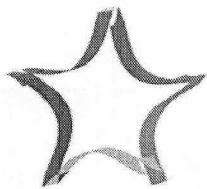
Вариант 2

№8

Найдем точку, где находится зеркало:



А имеет координаты $(4; -1)$. Т.к. угол отражения равен углу падения, то:
 $\angle \alpha = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$ (т.к. у II луча стороны прямоугол. треугол. равны, а у I стороны



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

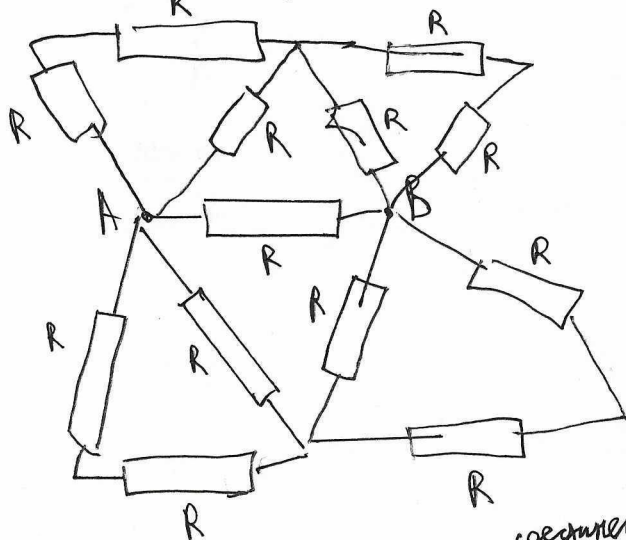
шифр 34-09-12

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

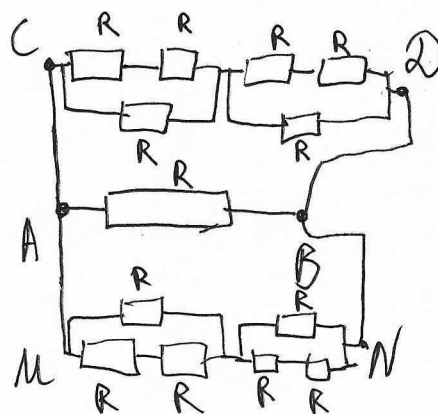
Вариант 2

№7

Пусть у нас не стержни, а резисторы, тогда



$\Rightarrow$



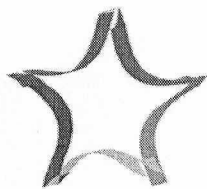
соединены параллельно

$$\text{Найдём } R_{CD} = \frac{1}{\frac{1}{R_1}} = \frac{1}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{R}} \Rightarrow R_1 = \frac{2R}{3} \Rightarrow R_{CD} = 2R_1 = \frac{4}{3}R$$

$$R_{MN} = R_{CD} = \frac{4}{3}R$$

$$\frac{1}{R_{общ}} = \frac{1}{R} + \frac{4}{3R} + \frac{4}{3R} = \frac{10}{3R} \Rightarrow R_{общ} = \frac{3}{10}R = 3,2 \text{ Ом}$$

Ответ: 3,2 Ом



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-12

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

$\sqrt{2}$

	I	II
1 день	$0,75x$	x
2 день	$1,2y$	y

$$0,75x + 1,2y = 1,1 \cdot (x + y) \quad - \text{по условию}$$

$$0,75x + 1,2y = 1,1x + 1,1y$$

$$0,1y = 0,35x$$

$$\text{Всего: } 0,75x + x + 1,2 \cdot 3,5x + 3,5x = 9,45x = \frac{945}{100}x = \frac{189}{20}x$$

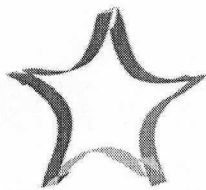
~~I II~~

1 день	$0,75x$	x	т.к. в день пришло
2 день	$1,2x$	$3,5x$	

т.к. число человек целое, то $x : 20$. (иначе $\frac{189}{20} \cdot x$ - нецелое)

при $x > 20$ $\frac{189}{20}x > 250 \Rightarrow x = 20$, всего людей 189, а первый обмучил $0,75x + 1,2x = 15 + 24 = 39$

Ответ: 39.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-12

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

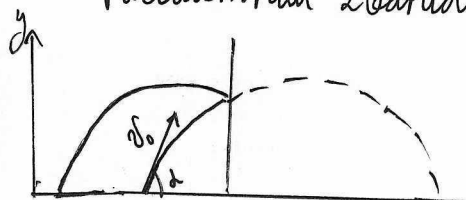
N5



Всего будет 2 положения, где $v = 20 \frac{м}{с}$:

- 1) когда шар не достиг макс. высоты (точка A)
- 2) когда шар падает вниз (B)

Рассмотрим 2 варианта:

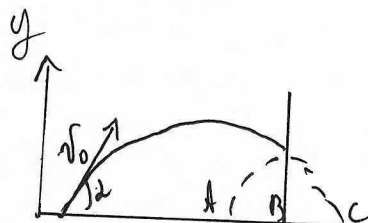


$$\begin{aligned}
 v_y &= v_0 \sin \alpha - gt \\
 v_0 \sin \alpha - gt_1 &= v \sin \alpha \\
 gt_1 &= v_0 \sin \alpha - v \sin \alpha \\
 t_1 &= \frac{\sin \alpha (v_0 - v)}{g} \\
 t_{\text{вниз}} &= 2 \frac{\sin \alpha v_0}{g} = \left. \begin{aligned} &\Rightarrow \Delta l = t_1 v_0 \cos \alpha - \\ &\quad - (t_{\text{вниз}} - t_1) v \cos \alpha \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

$$t_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

$$t_{\text{вниз}} = \sqrt{3} \cdot 3 c$$

$$\begin{aligned}
 \Delta l &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 15 - \frac{\sqrt{3} \cdot 5}{2} \cdot 15 = 15 \sqrt{3} \cdot 2 = \\
 &= -30\sqrt{3}, \text{ но т.к. } \Delta l > 0, \text{ то мы} \\
 &\text{должны взять модуль и получим} \\
 &30\sqrt{3} \text{ м}
 \end{aligned}$$



$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt \quad (\text{когда летит вниз } v_{\text{изл}} = 0)$$

$$t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \sqrt{3} c$$

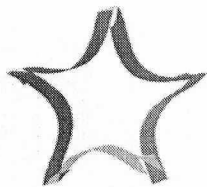
$$t_{\text{вниз}} = \sqrt{3} \cdot 3 c \quad (\text{из первого}) \quad \downarrow \left(\frac{t_{\text{вниз}}}{2} - t_1 \right)$$

$$\Delta l = v_0 \cos \alpha \cdot \left(\frac{t_{\text{вниз}}}{2} + t_1 \right) - v \cos \alpha \cdot \left(\frac{t_{\text{вниз}}}{2} - t_1 \right)$$

$$\Delta l = v_0 \cos \alpha \cdot 2t_1 = 30\sqrt{3} \text{ м}$$

Замечание: $t_{\text{вниз}}$ - время, за которое шар пройдет полный путь и упадет на пол

Ответ: $30\sqrt{3} \text{ м}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

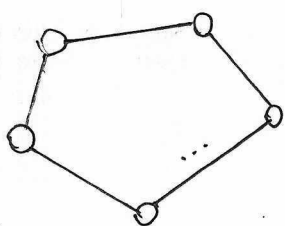
шифр 34-09-12

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

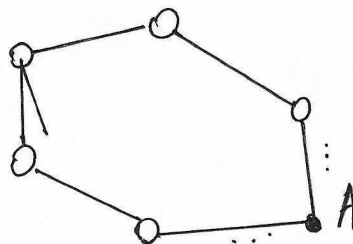
Вариант 2

№ 3.

Сопоставим в пару к многоугольнику без ~~каждой~~ точки А многоугольник с ~~каждой~~ точкой А добавив к исходному ~~каждой~~ точке, то есть:



- исходный

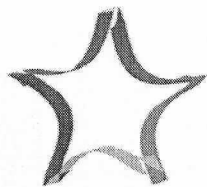


* не обязательно многоугольник с 5 вершинами, может и больше

Мы можем любой многоугольник без точки А сопоставить в пару и совпадений между парами не будет. Получаем, что многоугольников с точкой А больше ровно столько, сколько многоугольников без точки А. Заметим, что треугольники с точкой А не входят в пару. Значит с точкой А многоугольников больше, а именно на кол-во этих треугольников. Взяв любые две точки и точку А мы получили треугольник. Всего вариантов взять 2 точки: $\frac{2024 \cdot 2023}{2}$. Значит с точкой А многоугольников больше на $\frac{2024 \cdot 2023}{2}$

Ответ: с точкой А больше на $\frac{2024 \cdot 2023}{2}$

~~Зачеркнуто;~~
на 100%



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-12

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

N1

$$\begin{cases} x^2 + 2 = (y+z)^2 \\ y^2 + 1 = (x+z)^2 \\ z^2 + 1 = (x+y)^2 \end{cases}$$

сложим 3 равенства:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4 = (y+z)^2 + (x+z)^2 + (x+y)^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4 = 2y^2 + 2x^2 + 2z^2 + 2xy + 2xz + 2zy$$

$$4 = x^2 + 2x(y+z) + y^2 + 2yz + z^2$$

$$4 = x^2 + 2x(y+z) + (y+z)^2$$

$$4 = (x+y+z)^2$$

$x+y+z = \pm 2$, но т.к. по условию x, y, z — положительные, то

$x+y+z = 2$. Подставим это:

$$x^2 + 2 = (y+z)^2$$

$$y+z = 2-x$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} x^2 + 2 &= (2-x)^2 \\ x^2 + 2 &= 4 - 4x + x^2 \\ 2 &= 4 - 4x \end{aligned}$$

$$4x = 2$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$y^2 + 1 = (2-y)^2$$

$$y^2 + 1 = 4 - 4y + y^2$$

$$1 = 4 - 4y$$

$$4y = 3$$

$$y = \frac{3}{4}$$

$$z^2 + 1 = (2-z)^2$$

$$z^2 + 1 = 4 - 4z + z^2$$

$$1 = 4 - 4z$$

$$4z = 3$$

$$z = \frac{3}{4}$$

Ответ: $x = \frac{1}{2}, y = \frac{3}{4}, z = \frac{3}{4}$