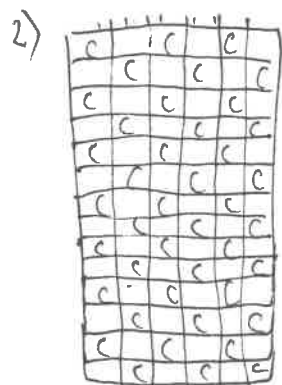


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 77/5-11-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2



т.к. резкий переход (из бел в чер или из чер в бел) невозможен, то расстановка серых клеток через одну (как на рисунке)

указательно клеток было: $6 \cdot 14 = 84$, после расстановки серых клеток свободных клеток осталось: $3 \cdot 14 = 42$

т.к. остались только белые и черные, то вариантов расстановки

будет: 2^{42} , но т.к. мы можем начать расстановку цветов не с

серого, а бел или черного (рис. ниже), то 2^{42} умножаем еще на 2, т.к.

в 2 варианты расстановки будет всё так же: 2^{43} - удовлетв. условию расстановки

т.к. указательно было 3 цвета и 84 клетки, то всего вариантов расстановки

будет: 3^{84} , тогда $P(A) = \frac{A}{B} = \frac{2^{43}}{3^{84}}$ Ответ: $\frac{2^{43}}{3^{84}}$

3) $f(x) = ax^2 + (3a+1)x + b$, $f(x) \geq 0$ $\forall x$; $4a+b = ?$ (min)

т.к. $f(x) \geq 0$ при любых значениях x , то $D \leq 0$

$$D = B^2 - 4AC = (3a+1)^2 - 4 \cdot a \cdot b$$

$$(3a+1)^2 \leq 4ab \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \\ a \leq 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$$

т.к. $D \leq 0$, а $f(x) \geq 0$ для любых x , то ветви параболы направлены вверх $\Rightarrow a > 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow b \geq 0 \Rightarrow \frac{(3a+1)^2}{4a} \leq b$$

т.к. нам нужно минимальное значение $4a+b$, то $b = \frac{(3a+1)^2}{4a}$

$$\left(\frac{(3a+1)^2}{4a} \right)' = \left(\frac{9a^2 + 6a + 1}{4a} \right)' = \frac{(18a+6)4a - 4(9a^2 + 6a + 1)}{16a^2} = \frac{72a^2 + 24a - 36a^2 - 24a - 4}{16a^2} =$$

$$= \frac{36a^2 - 4}{16a^2} = \frac{4(9a^2 - 1)}{4 \cdot 4a^2} = \frac{9a^2 - 1}{4a^2}$$

$$y = \frac{9a^2 - 1}{4a^2}; y = 0: \frac{9a^2 - 1}{4a^2} = 0, \frac{(3a-1)(3a+1)}{4a^2} = 0 \Rightarrow a = \pm \frac{1}{3}, \text{ т.к. } a > 0 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \quad (1)$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 77/5-11-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

$$4a + b = 4a + \frac{(3a+1)^2}{4a} \text{ при } a = \frac{1}{3}: 4 \cdot \frac{1}{3} + \frac{(3 \cdot \frac{1}{3} + 1)^2}{4 \cdot \frac{1}{3}} = 4 \cdot \frac{1}{3} + \frac{4}{\frac{4}{3}} = 4 \frac{1}{3}$$

4) $a=7, b=8, c=13$

Ответ: $4 \frac{1}{3}$

т.к. параллелепипед разбит плоскостями, параллельными граням, по ширине, продольным
его по большой диагонали превратит 4 плоскости по длине, 8 по ширине и 13
по высоте; но так как эти плоскости пересекаются между собой, то
используем формулу включения и вычитания: $t = a + b + c - \text{коэф}(a,b) - \text{коэф}(a,c) - \text{коэф}(b,c) + \text{коэф}(a,b,c)$

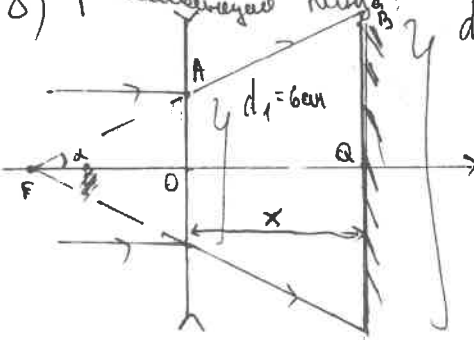
$$\text{коэф}(a,b) = \text{коэф}(b,c) = \text{коэф}(c,a) = \text{коэф}(a,b,c) = 1$$

тогда получим

$$t = 7 + 8 + 13 - 1 - 1 - 1 + 1 = 26 \text{ ед. кубиков}$$

Ответ: 26 ед. кубиков

8) рассеивающая линза:



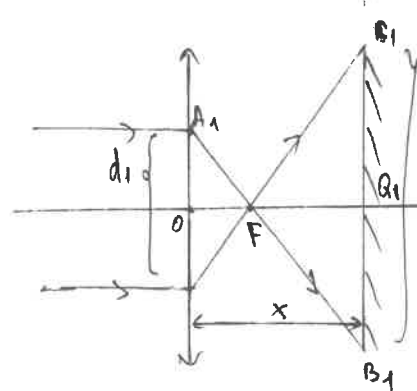
$$d_2 = \frac{1}{D_p} = \frac{1}{F_p} \Rightarrow F_p = \frac{1}{D_p}$$

2) $\triangle AFO \sim \triangle BFQ$ ($\angle F$ - общий, $\angle A = \angle B$ как соответственные углы, т.к. $BQ \parallel AO$ (по условию)) $\Rightarrow$ по 2 углам $\Rightarrow \frac{BQ}{AO} = \frac{FQ}{FO} = \frac{d_2}{2 \cdot d_1} = \frac{d_2}{d_1}$

$$FQ = x + F_p, FO = F_p$$

$$\frac{x + F_p}{F_p} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{x}{F_p} + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{F_p} = \frac{d_2}{d_1} - 1 \Rightarrow x = \left(\frac{d_2}{d_1} - 1\right) F_p = \frac{(d_2 - d_1) F_p}{d_1}$$



3) $\triangle A_1FO \sim \triangle B_1FQ_1$ ($\angle OFA_1 = \angle Q_1FB_1$ - вертикальные углы, $\angle OA_1F = \angle FB_1Q_1$ как соответственные углы при $AO \parallel Q_1B_1$ и секущей A_1B_1) $\Rightarrow \frac{Q_1B_1}{A_1O} = \frac{FQ_1}{OF} = \frac{d_2}{d_1} \Rightarrow$

$$OF = F_c, FQ_1 = x - F_c$$

$$\Rightarrow \frac{x - F_c}{F_c} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{x}{F_c} - 1$$

$$\frac{d_2}{d_1} + 1 = \frac{x}{F_c} \Rightarrow F_c = \frac{x}{\frac{d_2}{d_1} + 1}$$

$$4) D_c = \frac{1}{F_c} = \frac{(\frac{d_2}{d_1} + 1)}{D_p} \Rightarrow D_c = \frac{(\frac{12}{8} + 1) \cdot 5}{(\frac{12}{8} - 1)} = 15 \text{ диоптр}$$

Ответ: 15 диоптр

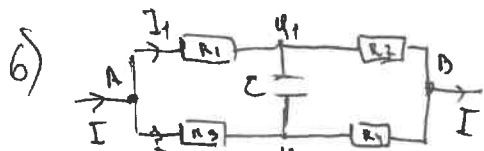


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 77/5-11-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2



~~$$U_0 = I_1(R_1 + R_2) \rightarrow I_1 = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$$~~

$$U_0 = I_2(R_3 + R_4) \rightarrow I_2 = \frac{U_0}{R_3 + R_4}$$

$$U = U_2 - U_1 = I_2 R_3 - I_1 R_1 = \frac{U_0 R_3}{R_3 + R_4} - \frac{U_0 R_1}{R_1 + R_2}$$

$$q = CU = C \cdot U_0 \left| \frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right|$$

$$q = 5 \cdot 10^{-4} \cdot 420 \left| \frac{40}{40 + 30} - \frac{20}{20 + 10} \right| = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 42 \left| \frac{12 - 14}{21} \right| =$$

$$= 5 \cdot 10^{-3} \cdot 42 \cdot \frac{2}{21} = 2 \cdot 10^{-2} = 0,02 \text{ кн}$$

1) $7\sqrt{2 - \log_3 x} - 3|2\log_3 x - 5| \leq 7\log_3 x - 3|2\sqrt{2 - \log_3 x} - 5|$, $x > 0$

Решим $\sqrt{2 - \log_3 x} = t$, $t \geq 0$

$$t^2 = 2 - \log_3 x \quad 7t - 3|2(2 - t^2) - 5| \leq 7(2 - t^2) - 3|2t - 5|$$

$$\log_3 x = 2 - t^2 \quad 7t - 3|-1 - 2t^2| \leq 14 - 7t^2 - 3|2t - 5|$$

$$1. 7t + 3 + 6t^2 \leq 14 - 7t^2 + 6t - 15 \quad 2. 7t + 3 + 6t^2 \leq 14 - 7t^2 - 6t + 15$$

$$13t^2 + t + 4 \leq 0$$

$$13t^2 + 13t - 26 \leq 0$$

$$D \leq 0 \Rightarrow t \in \emptyset$$

$$D = 13^2 + 26 \cdot 4 \cdot 13 = 13^2(1 + 8) = 13^2 \cdot 3^2 = 39^2$$

$$t_1 = \frac{-13 + 39}{2 \cdot 13} = 1; \quad t_2 < 0$$

$$3. 7t - 3 - 6t^2 \leq 14 - 7t^2 - 6t + 15$$

$$t^2 + 13t - 32 \leq 0$$

$$4. 7t - 3 - 6t^2 \leq 14 - 7t^2 + 6t - 15$$

$$t^2 + t - 2 \leq 0$$

$$a + b + c = 0 \Rightarrow t_1 = 1, t_2 = -2$$

$$t_{3,4} = \frac{-13 \pm \sqrt{39^2}}{2}$$

из 1, 2, 3, 4 $\Rightarrow t \in [-2; 1]$, но т.к. $t \geq 0 \Rightarrow t \in [0; 1]$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 77/5-11-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

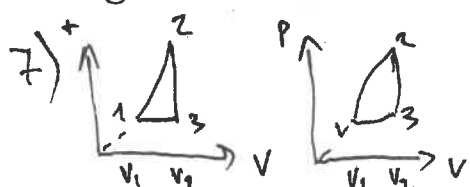
$$0 \leq \sqrt{2 - \log_3 x} \leq 1$$

$$0 \leq 2 - \log_3 x \leq 1$$

$$-2 \leq -\log_3 x \leq -1$$

$$1 \leq \log_3 x \leq 2$$

$$\log_3 3 \leq \log_3 x \leq \log_3 9 \Rightarrow x \in [3; 9] \quad \text{Ответ: } [3; 9]$$



$$p = k v^2 \quad (\text{ген})$$

$$pV = \nu RT \rightarrow p = k \nu R V$$

$$\eta = \frac{A}{Q} \cdot 100\%$$

$$A_{12} = \int_{v_1}^{v_2} p dv = \int_{v_1}^{v_2} k \nu R V dv = k \nu R \frac{V^2}{2} \Big|_{v_1}^{v_2} = \frac{k \nu R}{2} (v_2^2 - v_1^2) = \frac{\nu R}{2} (T_2 - T_1)$$

$$A_{31} = \nu R T_1 \ln \frac{v_1}{v_2} = \nu R T_1 \ln \frac{1}{2} = \nu R k v_1 \ln \frac{1}{2}$$

$$\frac{k \nu R}{2} (4v_1^2 - v_1^2) = 3.64 \nu R k v_1^2 \ln \frac{1}{2}$$

$$A_{12} = \frac{k \nu R}{2} \cdot 3v_1^2; \quad A_{31} = -\frac{k \nu R}{3.64 \cdot 2} \cdot 3v_1^2$$

$$A = \frac{k \nu R}{2} \cdot 3v_1^2 \left(1 - \frac{1}{3.64} \right)$$

$$Q = Q_{12} = A_{12} + \nu h_2 = 3k \nu R v_1^2 + \frac{3}{2} \nu R T_2 - \frac{3}{2} \nu R T_1 = \frac{1}{2} k \nu R v_1^2$$

$$+ \frac{3}{2} \nu R k 4v_1^2 - \frac{3}{2} \cdot \nu R k v_1^2$$

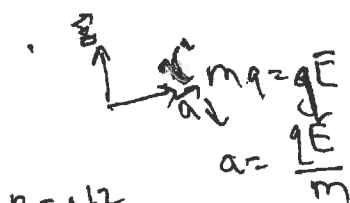


$$qUB = \frac{mv^2}{R}$$

$$t_1 = \frac{\pi R}{v}$$

$$t = t_1 + t_2$$

$$R = \frac{mv^2}{qB}$$



$$R = \frac{mv^2}{qB}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{R}{a}} = \sqrt{\frac{Rm}{qE}}$$