



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 77/5-11-06

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

$$7\sqrt{2-\log_3 x} - 3|2\log_3 x - 5| \leq 7\log_3 x - 3\sqrt{2-\log_3 x} - 5$$

$$7\sqrt{2-\log_3 x} = y; y^2 = 2 - \log_3 x; \log_3 x = 2 - y^2;$$

$$2\log_3 x - 5 = 10 - 2y^2 - 5 = 5 - 2y^2$$

$$7y - 3|5 - 2y^2| \leq 14 - 7y^2 - 3|2y - 5|$$

$$7y - 3|5 - 2y^2| = -7y^2 - 3|2y - 5| + 14$$

Рассмотрим все возможные случаи:

① $\begin{cases} 2y^2 - 5 \geq 0 \\ 2y - 5 \geq 0 \end{cases} y \in [\frac{5}{2}, +\infty)$

$$y^2 + 13y - 14 = 0$$

$$y_1 = -14 \text{ — не подходит}$$

$$y_2 = 1 \text{ — не подходит}$$

② $\begin{cases} 2y^2 - 5 \geq 0 \\ 2y - 5 < 0 \end{cases} y \in [-\frac{\sqrt{10}}{2}, \frac{5}{2})$

$$7y^2 + 7y + 3(-(-2y - 5)) - 3(2y^2 - 5) - 14 = 0$$

упрощаем:

$$y^2 + y + 16 = 0$$

$$y_3 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{65}}{2} \text{ — не подходит}$$

$$y_4 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{65}}{2} \text{ — не подходит}$$

③ $\begin{cases} 2y^2 - 5 < 0 \\ 2y - 5 \geq 0 \end{cases}$ — не заполняем

④ $\begin{cases} 2y^2 - 5 < 0 \\ 2y - 5 < 0 \end{cases} (-\frac{\sqrt{10}}{2}, \frac{5}{2})$

$$7y^2 + 7y + 3(-(-2y - 5)) - 3(-(-2y^2 - 5)) - 14 = 0$$

$$13y^2 + y - 14 = 0$$

$$y_5 = -\frac{14}{13}$$

$$y_6 = 1$$

$$\Rightarrow y_1 = -\frac{14}{13}$$

$$y_2 = 1$$

— корни являются точками
смены знака кр-ва

⑤ определяет знак в крайней левой точке:

$$y_0 \leq y_1$$

пусть $y_0 = y_1 - \frac{1}{10} = -\frac{14}{13} - \frac{1}{10} = -\frac{153}{130}$

①

пог смещением в направлении.

$$7y - 3|5 - 2y^2| \leq -7y^2 - 3|2y - 5| + 14$$

$$7\left(-\frac{153}{130}\right) - 3\left|5 - 2\left(-\frac{153}{130}\right)^2\right| \leq -3\left|(-1)5 + 2\left(-\frac{153}{130}\right)\right| - 7\left(-\frac{153}{130}\right)^2 + 14$$

Решаем:

$$\frac{-63069}{4225} \leq \frac{-300103}{16900} \quad \text{НО} \quad \frac{-63069}{4225} \geq \frac{-300103}{16900} \quad \text{тогда } y \leq -\frac{p_1}{B}$$

не выполняется

$\Rightarrow$ одно из решений не-важно при:

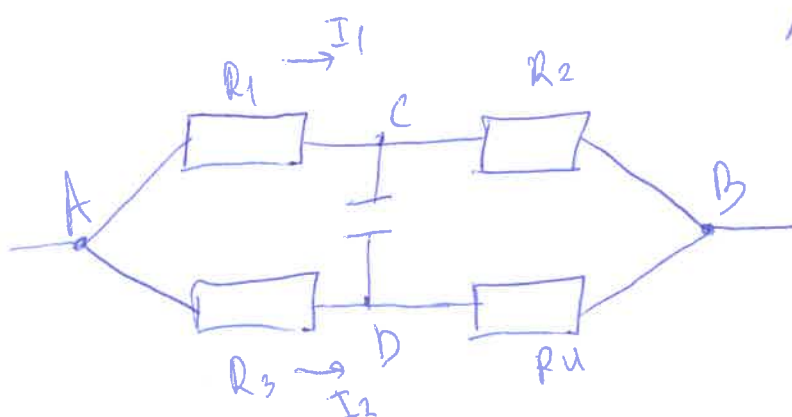
$$y \in \left[-\frac{14}{13}; 1\right]$$

3: $y \geq 0 \Rightarrow y \in [0; 1]$

$$0 \leq 2 - \log_3 x \leq 1; \quad -2 \leq -\log_3 x \leq -1; \quad 2 \geq \log_3 x \geq 1;$$

$$9 \geq x \geq 3$$

Ответ: $9 \geq x \geq 3$



№6

$$R_1 = 20 \quad R_3 = 40$$

$$R_2 = 10 \quad R_4 = 30$$

$$\varphi_A - \varphi_C = I_1 R_1$$

$$\varphi_C - \varphi_B = \varphi_C = I_1 R_2 \Rightarrow I_1 = \frac{\varphi_C}{R_2}$$

$$\varphi_A - \varphi_C = \frac{\varphi_C}{R_2} R_1$$

$$\varphi_A = \varphi_C \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \Rightarrow \boxed{\varphi_C = \frac{\varphi_A}{1 + \frac{R_1}{R_2}}}$$

Находим φ_C по:

$$\varphi_A - \varphi_D = I_2 R_3$$

$$\varphi_D - \varphi_B = \varphi_D = I_2 R_4 \Rightarrow I_2 = \frac{\varphi_D}{R_4}$$

$$\varphi_A - \varphi_D = \varphi_D \frac{R_3}{R_4}$$

$$\varphi_A = \varphi_D \left(\frac{R_3}{R_4} + 1\right) \Rightarrow \varphi_D = \frac{\varphi_A}{1 + \frac{R_3}{R_4}}$$

$$U_C = \varphi_C - \varphi_D = \varphi_A \left(\frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}} - \frac{1}{1 + \frac{R_3}{R_4}} \right)$$

$$q_c = C U_C = C \varphi_A \left(\frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}} - \frac{1}{1 + \frac{R_3}{R_4}} \right)$$

φ_C

Погнабнем:

$$q_c = 420 \cdot 500 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{2}{21}\right) = 20 \mu\text{Kn}$$

Ответ: $20 \mu\text{Kn}$ (2)

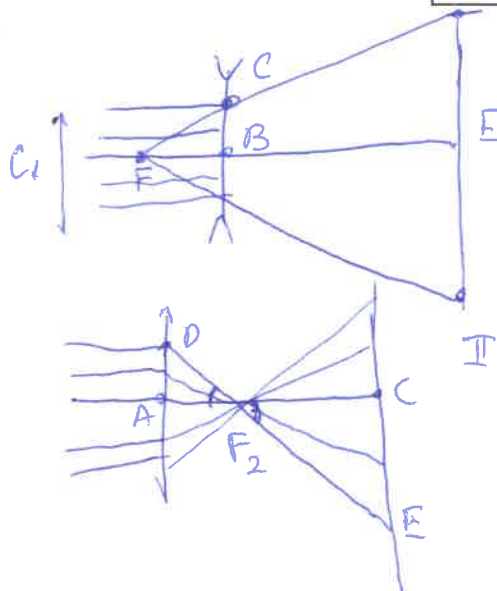


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 77/5-11-06

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2



$$\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED} \quad \left| \begin{array}{l} BC = \frac{d_1}{2} \\ ED = \frac{d_2}{2} \end{array} \right. ; \quad \frac{AB}{d_1} = \frac{EA}{d_2} ; AB = \frac{1}{|D_p|}$$

$$BE = \frac{d_2}{d_1} \cdot \frac{1}{|D_p|} - \frac{1}{|D_p|} = \frac{1}{|D_p|} \left(\frac{d_2}{d_1} - 1 \right) \quad \boxed{BE = \text{const} = L}$$

$$AD = \frac{d_1}{2}, \quad CE = \frac{d_2}{2}$$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{AB}{BC} = \frac{AD}{CE} \\ AB + BC = L \end{array} \right. \quad \frac{AB}{BC} = \frac{d_1}{d_2} ; AB = \frac{1}{D_c}$$

$$BC = \frac{d_2}{d_1} \cdot \frac{1}{D_c} ; AB + BC = \frac{1}{D_c} \left(\frac{d_2}{d_1} + 1 \right)$$

$$\frac{1}{D_c} \left(\frac{d_2}{d_1} + 1 \right) = \frac{1}{|D_p|} \left(\frac{d_2}{d_1} - 1 \right)$$

$$\frac{1}{D_c} = \frac{1}{|D_p|} \frac{\left(\frac{d_2}{d_1} - 1 \right)}{\left(\frac{d_2}{d_1} + 1 \right)} \Rightarrow D_c = |D_p| \cdot \frac{\frac{d_2}{d_1} + 1}{\frac{d_2}{d_1} - 1} = 5 \cdot \frac{\frac{12}{6} + 1}{\frac{12}{6} - 1} = 15 D_{нтр}$$

$$\text{Ответ: } 15 D_{нтр} ; D_c = |D_p| \cdot \frac{\frac{d_2}{d_1} + 1}{\frac{d_2}{d_1} - 1}$$

№3

$$f(x) = ax^2 + (3a+1)x + b ; f(x) \geq 0 \text{ при } \forall x ; 4a+b - \min$$

$$f(x) \geq 0 \text{ при } \forall x \Rightarrow D \leq 0 ; a > 0$$

$$D = (3a+1)^2 - 4ab ; (3a+1)^2 \leq 4ab$$

$$a > 0 \Rightarrow b > 0$$

$$\frac{(3a+1)^2}{4a} \leq b$$

$$4a+b = \min$$

$$\geq \left(\frac{3a+1}{4a} \right)^2 \Rightarrow b = \left(\frac{3a+1}{4a} \right)^2$$

$$4a + \frac{(3a+1)^2}{4a} = \min$$

$$\left(4a + \frac{(3a+1)^2}{4a} \right)' = 0$$

$$\left(\text{что бы найти min найдем нули производной} \right)$$

$$\frac{25a^2}{4a^2} = 0 \quad a = \pm \frac{1}{5} ; a > 0 \Rightarrow a = \frac{1}{5}$$

(3)

полагая

$$b = \frac{(3a+1)^2}{4a}$$

$$b = \frac{(3 \cdot \frac{1}{5} + 1)^2}{4 \cdot \frac{1}{5}}$$

$$b = \frac{16}{5}$$

$$4a + b = 4 \cdot \frac{1}{5} + \frac{16}{5} = \frac{36}{25} = \frac{144}{100} = 1,44$$

Ответ: 1, 44

	e	c	e
c		c	e
e	c		c
c		e	e
e	e	c	
c	c		c
e		c	c
c	c	c	
c	e	c	c
c	c	c	c
e	c	c	c

серия 3 ^{N₂} шахматной партии
первый и белый - без разницы на остальных
клетках

Всего свободных: 14-3=11

Всего уникальных раскрасок

2¹¹ ² ¹
перекрестное

Всего раскрасок = 2¹¹ = 2048

$$p = \frac{2^{11}}{2048}$$

Ответ: $p = \frac{2^{11}}{2048}$

Если ^{N₄} квадрат имеет стороны по одной из сторон, то против N₄

если для Длинной большой диагонали $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

$$d = \sqrt{49 + 64 + 49} = \sqrt{162}$$

Формула для подсчета практических кубов: $N = a + b + c - \text{НОД}(a, b) - \text{НОД}(a, c) - \text{НОД}(b, c) + \text{НОД}(a, b, c)$

$$\text{НОД}(7, 8) = 1; \text{НОД}(8, 13) = 1; \text{НОД}(13, 7) = 1; \text{НОД}(7, 8, 13) = 1$$

(4)



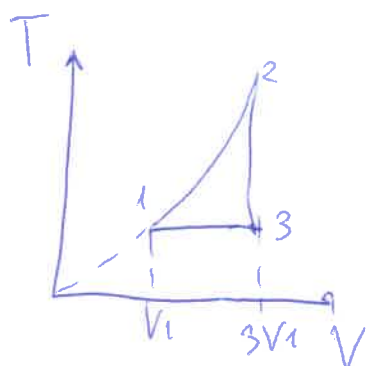
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 47/5-11-06

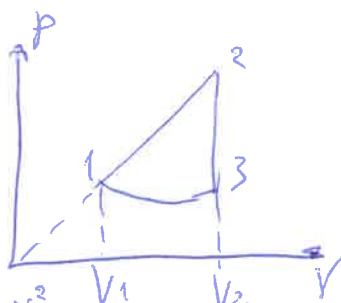
Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2
№4 (продолжение)

подсчитывается
 $N = 7 + 8 + 13 - 1 - 1 - 1 + 1 = 26$
ОмЗет: 26



$T = kV^2$; $pV = \nu RT$; $pV = k\nu^2 R$; $p = k\nu^2 R/V$



$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} k\nu^2 R \frac{V_1^2}{V^2} dV = k\nu^2 R \frac{V_1^2}{2} \left| \frac{1}{V} \right|_{V_1}^{V_2} = \frac{k\nu^2 R}{2} (V_1^2 - V_2^2) = \frac{\nu R}{2} (T_2 - T_1)$$

$$A_{31} = \nu R T_1 \ln \frac{V_1}{V_2} = \nu R T_1 \ln \frac{1}{3} = \nu R k V_1^2 \ln \frac{1}{3}$$

$$\frac{k\nu^2 R}{2} (9V_1^2 - V_1^2) = 3,64 \left(\nu R k V_1^2 \ln \frac{1}{3} \right)$$

$$A_{12} = \frac{k\nu^2 R}{2} \cdot 8V_1^2; A_{31} = - \frac{k\nu^2 R}{2 \cdot 3,64} \cdot 8V_1^2$$

$$A = \frac{k\nu^2 R}{2} \cdot 8V_1^2 \left(1 - \frac{1}{3,64} \right)$$

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = \frac{8}{2} k\nu^2 R V_1^2 + \frac{5}{2} \nu R T_2 - \frac{3}{2} \nu R T_1 =$$

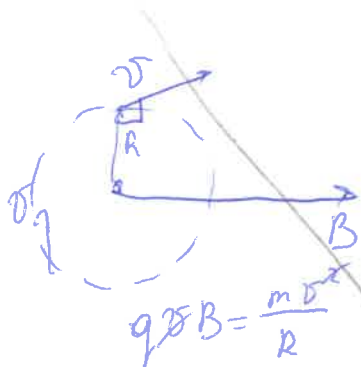
$$= \frac{8}{2} k\nu^2 R V_1^2 + \frac{3}{2} \nu R k \cdot 9V_1^2 - \frac{3}{2} \nu R k V_1^2; \eta = \frac{A}{Q_{12}} \text{ — подставляем}$$

5

$$J = \frac{kVR \cdot 8V_1^2 \left(1 - \frac{1}{3,66}\right)}{\cancel{d} \cdot \left(\frac{8}{2} kVRV_1^2 + \frac{3}{2} VRk \cdot 9V_1^2 - \frac{3}{2} VRk \cdot V_1^2\right)} =$$

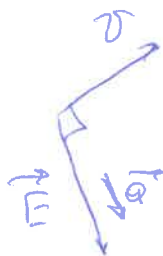
$$= \frac{kVRV_1^2 \cdot 8 \left(1 - \frac{1}{3,66}\right)}{kVRV_1^2 \left(8 + 3 \cdot 9 - \frac{3}{2}\right)} = \frac{8 - \frac{8}{3,66}}{8 + 27 - \frac{3}{2}} \approx 0,178 \approx 17,8\%$$

Отвѣт: 17,8%



$$R = \frac{mv}{qB}$$

$$t_1 = \frac{\pi R}{2v}$$



N5

$$ma = qE$$

$$a = \frac{qE}{m}$$

$$R = at_2^2; t_2 = \sqrt{\frac{Rm}{qE}} = \sqrt{\frac{m^2 v}{q^2 B}}$$

$$t = t_1 + t_2 = \frac{\pi R}{2v} + \sqrt{\frac{m^2 v}{q^2 B}}$$

НО как не учитывать скорости?

Продолжение

ген. поле

но ось x - нет гравитации.

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m} [\vec{v} \times \vec{B}] + \vec{g}$$

$$\vec{v} = \{0; v_y; v_z\}$$

$$\vec{B} = \{B; 0; 0\}$$

$$\vec{g} = \{0; 0; g\}$$

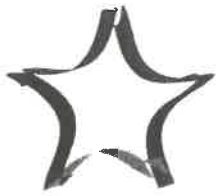
$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & v_y & v_z \\ B & 0 & 0 \end{vmatrix} = B(v_z \vec{j} - v_y \vec{k})$$

$$\frac{dv_x}{dt} = 0 \Rightarrow v_x = 0 = \text{const}$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{q}{m} B (-v_z) \Rightarrow v_z = -\frac{m}{qB} \frac{dv_y}{dt}$$

$$\frac{dv_z}{dt} = \frac{q}{m} B v_y - g$$

$$\frac{d}{dt} \left(-\frac{m}{qB} \frac{dv_y}{dt} \right) = \frac{q}{m} B v_y - g \quad \text{и} \quad \frac{d^2 v_y}{dt^2} = -v_y + \frac{qB}{m} g$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 77/5-11-06

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

1) строка - из 14 клеток
2) кол-во допустимых расширений строки можно вычислить рекуррентно, если
3) для первой строки есть значения (Б, С, Ч): для каждой следующей строки зависит от предыдущего цвета:
Если предыдущий - белый $\Rightarrow$ следующий может быть серый
Если предыдущий - серый $\Rightarrow$ следующий белый или черный
Если предыдущий - черный $\Rightarrow$ следующий серый $\Rightarrow$ запишем рекуррентное соотношение
 $a_n = a_{n-1} \cdot 2$; т.к. для каждого предыдущего есть 2 варианта

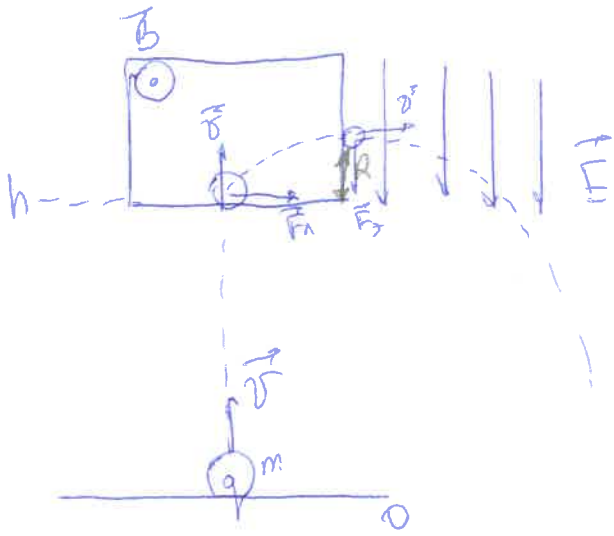
Для строки из 14 клеток:

$$a_{14} = 3 \cdot 2^{13}$$

каждая строка может быть расширена независимо, но с учетом ограничений между строками.
Общее кол-во допустимых расширений: $= (3 \cdot 2^{13})^6$

$$P = \frac{(3 \cdot 2^{13})^6}{3^{84}} = \frac{3^6 \cdot 2^{78}}{3^{84}} = \frac{2^{78}}{3^{78}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{78}$$

$$\text{Ответ } \left(\frac{2}{3}\right)^{78}$$



N 3 E
 (I) $F_2 = qE$
 $\boxed{?}$

$$T = t_1 + t_2$$

$$t_1 = \frac{T}{u} = \frac{1}{u} \cdot \frac{2\pi m}{qB} = \frac{\pi m}{qB}$$

$$F_{\text{magnet}} = qvB \sin \alpha = qvB \sin 45^\circ = \frac{mv^2}{R}$$

$$T = \frac{2\pi m v}{qB} = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$(II) F_2 = ma = qE$$

$$\Rightarrow ma = qE$$

$$a = \frac{qE}{m} \quad (a = \text{const})$$

$$R = v_{\text{oy}} t_2 + \frac{at_2^2}{2}; \quad t_2 = \sqrt{\frac{2R}{a}}$$

$$R = \frac{mv}{qB}$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2m^2 v}{q^2 B E}} = \frac{m}{q} \sqrt{\frac{2v}{BE}}$$

$$T = t_1 + t_2 = \frac{m}{q} \sqrt{\frac{2v}{BE}} + \frac{m\pi}{2qB}$$

$$\text{Omsvar: } \frac{m}{q} \sqrt{\frac{2v}{BE}} + \frac{m\pi}{2qB}$$

