



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Ю-ЕН-11-136

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	9	—	3	—	10	10	15	15	62

Вариант 1

1.

$$9\sqrt{2 - \log_2 x} - 2/4 \log_2 x - 7 \leq 9 \log_2 x - 2/4 \sqrt{2 - \log_2 x} - 7$$

$$9\sqrt{2 - \log_2 x} + 2/4 \sqrt{2 - \log_2 x} - 7 \leq 9 \log_2 x + 2/4 \sqrt{2 - \log_2 x} - 7$$

пусть $\alpha = \sqrt{2 - \log_2 x}$, $\beta = \log_2 x$

$f(t) = 9t + 2/4t - 7$ — функция возрастает при t

тогда $f(\alpha) \leq f(\beta)$

т.к. $f(t) \uparrow$, то

наименьшему значению аргумента соответствует наименьшее значение функции

$$\Rightarrow \alpha \leq \beta$$

(т.к. если раскроем модуль отрицательно, то $f(t) = t + 14 \uparrow$ если положительно, то $f(t) = 18t - 14 \uparrow$)

$$\sqrt{2 - \log_2 x} \leq \log_2 x$$

$$2 - \log_2 x - \log_2^2 x \leq 0$$

$$\log_2 x \in (-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$$

$$\log_2 x \in (-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$$

$$\{x \in (-\infty; \frac{1}{4}] \cup [2; +\infty) \mid x \in [1; 4]\}$$

Ответ: $x \in [2; 4]$

$$2 - \log_2 x \geq 0, x \geq 1$$

$$x \in [1; 4]$$

$$x \in [2; 4]$$

$$x \in [2; 4]$$

6.

$$C = 200 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$R_1 = 10 \text{ Ohm}$$

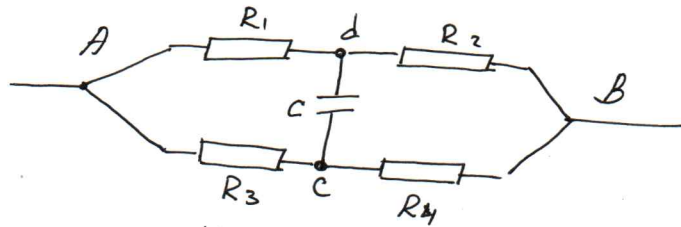
$$R_2 = 20 \text{ Ohm}$$

$$R_3 = 30 \text{ Ohm}$$

$$R_4 = 40 \text{ Ohm}$$

$$U_0 = 210 \text{ V}$$

$$q_c = ?$$



$$U = I R$$

$$\varphi = I R$$

$$U_{12} = U_{34}$$

$$I_{12} \cdot R_{12} = I_{34} \cdot R_{34}$$

$$\frac{I_{12}}{I_{34}} = \frac{R_{34}}{R_{12}} = \frac{R_3 + R_4}{R_1 + R_2} = \frac{7}{3}$$

$$I_0 = \frac{U_0}{R_0} = \frac{210}{21} = 10 \text{ A} = I_{12} + I_{34} \quad \Rightarrow \begin{cases} I_{12} = 7 \text{ A} \\ I_{34} = 3 \text{ A} \end{cases}$$

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{34}}$$

$$R_0 = \frac{R_{12} \cdot R_{34}}{R_{12} + R_{34}} = 21 \text{ Ohm}$$

$$U_c = |U_d - U_c| = |I_{12} \cdot R_1 - I_{34} \cdot R_3|$$

$$q = U_c$$

$$U_c = |7 \cdot 10 - 3 \cdot 30| = 20 \text{ V}$$

$$q_c = U_c \cdot C$$

$$q_c = 20 \cdot 200 \cdot 10^{-6} = 4 \mu\text{C}$$

$$\text{Or. Bern: } q_c = 4 \mu\text{C}.$$



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

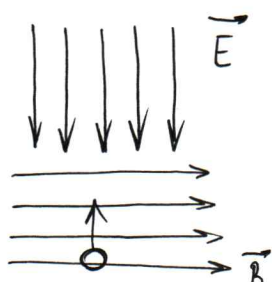
шифр 10-ЭИ-11-136

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

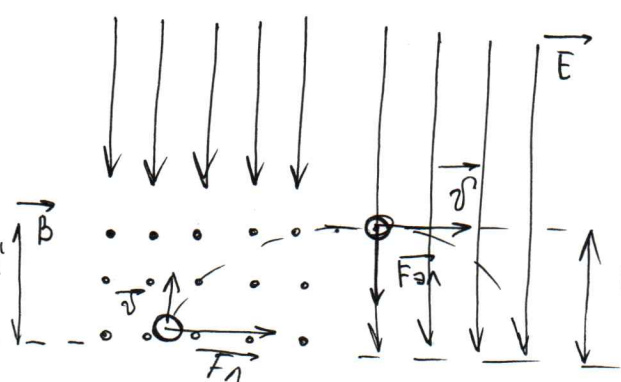
Вариант 1

5.

$m, q > 0$
 h, B, E
 $t' - ?$



рассмотрим данную систему так, чтобы линии магнитной индукции были направлены "к нам".
 по ЗСМЭ: $K = \Pi$ ^{находясь скорости}
 $\frac{mv^2}{2} = mgh$ $v = \sqrt{2gh}$



дв-ше в магнитном поле:
 - дв-шие по окружности
 $a_{ц.е} = \frac{v^2}{R_B}$
 по II з. Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$
 $q v B = \frac{v^2}{R} m$ $l - \text{длина окр.}$
 $l = 2\pi R$
 $R_B = \frac{mv}{qB} = \frac{m\sqrt{2gh}}{qB} = h'$
 в нашем случае $t_B = \frac{l}{v}$

наивысшая точка полета в м.п. — $h' = R_B$

~~дв-ше в э.п.н. — равноускоренное дв-ие!~~
~~по II з. Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$~~
 ~~$F_{эл} = ma$~~
 ~~$qE = \frac{mv^2}{R_E}$~~
 ~~$qE = m a$~~
 ~~$a = \frac{qE}{m}$~~
~~равномерное дв-ие $h' = R_E$~~
 ~~$R_E = \frac{mv^2}{qE}$~~

частица пройдет лишь $\frac{1}{4} l$
 $m.e. \quad t_B = \frac{l}{v}$
 $t_B = \frac{2\pi R}{4v}$
 $t_B = \frac{\pi m}{2qB}$

считаем движение в э. н. равноускоренное:

но II з. Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$

$$\cancel{qE = \frac{mv^2}{2}} \quad qE = ma$$

$$a = \frac{qE}{m}$$

$$s_y = v_{cy}t + \frac{at^2}{2}$$

$$h' = R_B = \frac{at_E^2}{2}$$

$$t_E = \sqrt{\frac{2R_B}{a}}$$

$$\cancel{t_E} = \sqrt{\frac{2R_B m}{qE}}$$

$$t' = t_B + t_E = \frac{\pi m}{2qB} + \sqrt{\frac{2m^2 \sqrt{2gh'B}}{qE}}$$

$$\text{Ответ: } t' = \frac{\pi m}{2qB} + m \sqrt{\frac{2\sqrt{2gh'B}}{qE}}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр

10-ЭЧ-11-136

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

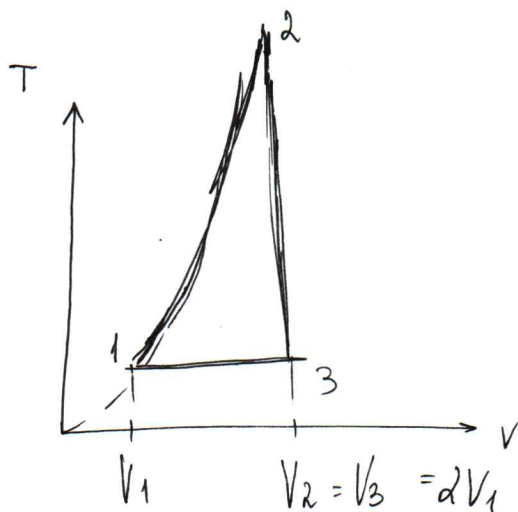
Вариант 1

7.

$$\frac{|A_{12}|}{|A_{31}|} = 2,16$$

$$\frac{V_{\max}}{V_{\min}} = 2$$

$$\eta = ?$$



по графику
получено, что

$$V_{\max} = V_2 = V_3$$

$$V_{\min} = V_1$$

$$V_2 = V_3 = 2V_1$$

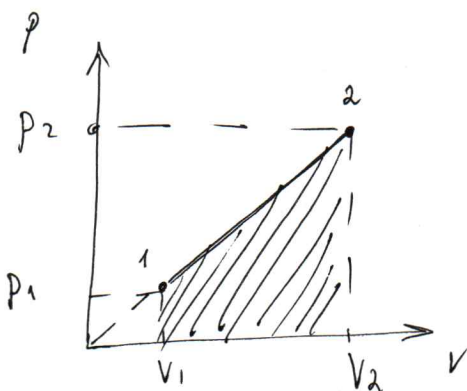
$$\eta = \frac{Q_H - Q_K}{Q_H} \cdot 100\%$$

$$pV = \frac{i}{2} RT$$

$$U = \frac{i}{2} RT$$

$$1-2: T = kV^2$$

$$p(V) = \frac{\frac{i}{2} RT}{V} = \frac{\frac{i}{2} k V^2 R}{V} = \frac{i}{2} k V R - \text{прямая}$$



$$A_{12} = \int (по графику - трапеция) \frac{i}{2} k V R$$

$$A_{12} = 0,5 \cdot (V_2 - V_1) (p_2 + p_1) = \frac{i}{2} k V_1 R$$

$$A_{12} = 0,5 \cdot 3 V_1^2 k R = 1,5 \frac{i}{2} R T_1$$

$$\Delta U_{12} = U_2 - U_1 = \frac{i}{2} R (T_2 - T_1) = 1,5 \frac{i}{2} R V_1^2 k = 1,5 \frac{i}{2} R T_1$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = 1,5 \frac{i}{2} R T_1 (1 + i) > 0$$

12-3: изохорный $V = \text{const} \Rightarrow A_{23} = 0$

$$\Delta U_{23} = U_3 - U_1 = \frac{i}{2} \nu R (T_3 - T_2) = -1,5 i \nu R T_1 < 0$$

$T_1 = k v_1^2$
" $k 4 v_1^2$

$$Q_{23} = \Delta U_{23} = -1,5 i \nu R T_1 < 0$$

3-1: изотермический $T = \text{const} \Delta U_{31} = 0$

$A_{31} < 0$ (по из графике $p(V)$ 3-1 - сжатие газа)

$$|A_{31}| = \frac{|A_{21}|}{2,16}$$

$$A_{31} = \frac{1,5 \nu R T_1}{2,16} =$$

$$Q_{31} = A_{31} < 0$$

$$Q_x = |Q_{23}| + |Q_{31}| = 1,5 i \nu R T_1 + \frac{1,5 i \nu R T_1}{2,16} = 1,5 \nu R T_1 \left(i + \frac{1}{2,16} \right)$$

$$Q_H = Q_{12} = 1,5 \nu R T_1 (i + 1)$$

$$\eta = \left(1 - \frac{Q_x}{Q_H} \right) \cdot 100\% = \left(1 - \frac{i + \frac{1}{2,16}}{i + 1} \right) \cdot 100\%$$

если газ одноатомный $i = 3$

$$\eta = 13,42\%$$

если газ двухатомный $i = 4$

$$\eta = 10,74\%$$

если газ трёх и более атомный $i = 5$

$$\eta = 8,95\%$$

Ответ:

если газ одноатомный
 $\eta = 13,42\%$

если двухатомный
 $\eta = 10,74\%$

если трёх и более атомный
 $\eta = 8,95\%$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 10-ЕЧ-11-136

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

8.

$$\begin{aligned} D_p &= -4 \text{ гнмр} \\ d_1 &= 5 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ d_2 &= 2 \cdot 10^{-1} \text{ м} \\ D_c &= ? \end{aligned}$$

гнр рассеивающей

$$-D_p = \frac{1}{d_p} \neq \frac{1}{f_p}$$

из подобия

$$\frac{d_p}{f_p} = \frac{d_2}{d_1}$$

$$f_p = \frac{d_2 \cdot d_p}{d_1} = 4 d_p$$

$$-D_p = \frac{1}{d_p} \neq \frac{1}{4 d_p} = \frac{3}{4 d_p}$$

$$d_p = \frac{3}{-4 D_p} = \frac{3}{16}$$

гнр собирающей: $d_p = d_c$

$$D_c = \frac{1}{d_c} + \frac{1}{f_c} = \frac{1}{d_p} + \frac{1}{f_c}$$

из подобия

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{f_c}{d_c} = \frac{f_c}{d_p}$$

$$f_c = \frac{d_2 \cdot d_p}{d_1} = 4 d_p$$

$$D_c = \frac{1}{d_p} + \frac{1}{4 d_p} = \frac{5}{4 d_p} = \frac{5 \cdot 16}{4 \cdot 3} = \frac{20}{3} \text{ гнмр}$$

Ответ: $D_c = \frac{20}{3} \text{ гнмр}$.

3.

$$f(x) = ax^2 + (a+1)x + b \geq 0 \text{ при } \forall x$$

$$\Delta = (a+1)^2 - 4ab$$

т.к. $f(x) \geq 0$ при $\forall x$, то $\Delta \leq 0$,
 $a > 0$

$$a^2 + 2a + 1 - 4ab \leq 0$$

если
 при $a < 0$ $f(x)$ - парабола ветви направлены вниз
 ~~$f(x)$~~

если $a = 0$ то $f(x)$ - прямая

$$\Rightarrow a > 0$$



$$b \geq \frac{a^2 + 2a + 1}{4a}$$