



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

М-Ю-10-016

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	0	7	10	8	0	14	62

Handwritten signature

Вариант 1

№1

Посчитаем ~~ка~~ степени, входящую в $80!$. Число $2 - \frac{80}{2} = 40$ штук, каждое число 4 добавляет $+1$ к ~~каждой~~ ^{полученной} степени 2 , каждое число 8 добавляет ещё $+1$ к полученной степени 2 и так далее.

$$n_2 = \frac{80}{2} + \frac{80}{4} + \frac{80}{8} + \frac{80}{16} + \frac{80}{32} + \frac{80}{64} = 40 + 20 + 10 + 5 + 2 + 1 = 78$$

Если при делении получается нецелое число, то округлим в меньшую сторону, так как нам нужны только числа, входящие в промежуток от 1 до 80 . Аналогично посчитаем для 5 .

$$n_5 = \frac{80}{5} + \frac{80}{25} = 16 + 3 = 19$$

$10^{80} = 2^{80} \cdot 5^{80}$, поэтому сокращение возможно только на 2 и на 5 . Пусть $80! = k \cdot 2^{78} \cdot 5^{19}$, тогда $\frac{80!}{10^{80}} = \frac{k \cdot 2^{78} \cdot 5^{19}}{2^{80} \cdot 5^{80}} = \frac{k}{4 \cdot 5^{61}}$, знаменатель $- 4 \cdot 5^{61}$
 Ответ: $4 \cdot 5^{61}$

№2

Пусть в кружке «Олимпиадная математика» занимаются a человек, а в кружке «Робототехника» b человек. Составим неравенства: $19, b - \frac{a+b}{2} \leq 19$ (не забудем, что a, b — целые).

$$\begin{cases} a - 2 > 3b \\ 3a - 2b < 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > 3b + 2 \\ 3a - 2b < 60 \end{cases}$$

 Подставим $3b + 2$ вместо a во второе неравенство. Знак не нарушится, так как вместо большего a мы подставили $3b + 2$ меньшее a . Полученное выражение будет меньше предыдущего, а значит < 60 .

$$3(3b + 2) - 2b < 60$$

$$7b < 54$$

$$b < \frac{54}{7}$$

$$b \leq 7$$
, так как b — целое.

Подставим 7 вместо b в ~~первое~~ ^{второе} неравенство, знак также не нарушится.

$$\begin{cases} a - 2 > 3 \cdot 7 \\ 3a - 2 \cdot 7 < 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > 23 \\ 3a < 74 \end{cases}$$

$$a \leq 24$$
, так как a — целое.

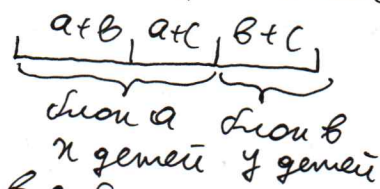
Также известно, что $a + b > 29$ или $a + b \geq 30$. Возможны 3 варианта:
 $a = 23, b = 7$ (не подходит по 1 неравенству); $a = 24, b = 6$ (не подходит по 2 неравенству); $a = 24, b = 7$ (подходит)

Ответ: 24

Мет 1

Предположим, что это неверно, и у каждого деда не больше 53 внуков.
 Рассмотрим какого-нибудь деда a , назовём блоком a всех детей и внуков
 с деда a , и количество x ($x \leq 53$). Рассмотрим какого-нибудь ребёнка
 из блока a . Пусть во второй дед-дед b , тогда по условию у всех
 детей не ~~из блока a~~ ~~должен быть~~ ~~каждый из детей не из блока a~~
 должен быть своим общим дед. Тогда у него деда a, b , у детей из блока
 a нет деда a , значит у ~~каждого~~ ~~каждого~~ внука не из блока a есть дед b .
 Назовём блоком b внуков с деда b , под дедом a , и количество y ($y \leq 53$)
 Все дети разделились на 2 блока, поэтому $x + y = 80$ так как $x \leq 53$ и $y \leq 53$
 получаем $27 \leq x \leq 53$, $27 \leq y \leq 53$. Из этого следует, что ~~в блоке a~~
 дед b есть не более чем у $53 - 27 = 26$ внуков. Значит в блоке
 a есть ребёнок с дедами a , но не деда b . Рассмотрим этого ребёнка.
 Пусть у этого ребёнка деда ~~a и b~~ a и c . У внуков из блока b дол-
 жен быть своим общий дед, значит у всех детей блока b есть
 дед c . Заметим, что если таких детей в блоке a было несколько,
 то у всех них деда a и c (так как у них должны быть общие деда
 с внуками из блока b , а в блоке b есть только дед b и c).
 Пусть не найденная общности в блоке a детей с дедами b не меньше
 у тех детей с дедами c (мы можем так сказать, так как при замене
 дедов b на c ничего не изменилось).

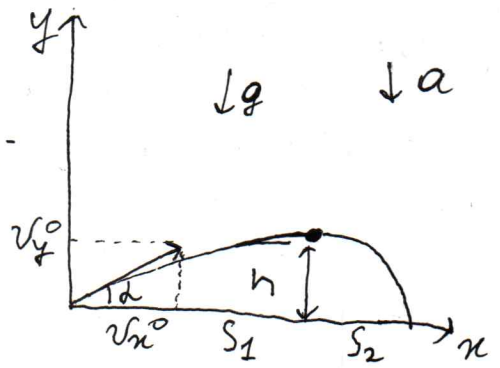
Нет ответа на вопрос
 сколько



Из этого следует, что детей с дедами b в блоке a не больше
 всего и $y + \frac{x}{2} = 80 - x + \frac{x}{2} = 80 - 0,5x$. Тогда $x \leq 53$, то детей
 с дедами b не меньше, чем $80 - 0,5 \cdot 53 = 80 - 26,5 = 53,5$, то есть
 не меньше чем 54. Получаем противоречие ~~указанному пред-~~
 положению, а значит есть дед c 54 внуками

Дано:
 $\angle = 30^\circ$
 $v_0 = 10 \frac{м}{с}$
 $g = 10 \frac{м}{с^2}$
 $S = 5,196 м$
 $a = ?$

Пусть S_1 и S_2 расстояния до
 верхней точки и после соответствен-
 но. v_y^0 и v_x^0 - проекции v_0 на
 ось y и x .
 По оси x ускорение нигде не дей-
 ствует, значит v_x^0 остается





Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр _____

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

постоянной на всем пути,

$$v_y^0 = v_0 \cdot \sin \alpha$$

$v_x^0 = v_0 \cdot \cos \alpha$. Разложим первый участок с ускорением g .
В верхней точке $v_y = 0$, поэтому

$$h = \frac{v_y^2 - 0^2}{2g} = \frac{v_y^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

До верхней точки пройдет время t_1 ,
 $t_1 = \frac{v_y^0 - 0}{g} = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$

$$S_1 = v_x^0 \cdot t_1 = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

Разложим второй участок с ускорением a . В верхней точке v_y также равно 0.

$$S_2 = S - S_1 = S - \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

$$S_2 = t_2 \cdot v_x^0$$

$$t_2 = \frac{S_2}{v_x^0} = \frac{S - \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}}{v_0 \cos \alpha} = \frac{S}{v_0 \cos \alpha} - \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

На 2 участке начинается падение с начальной скоростью $v_y = 0$.

$$h = \frac{a t_2^2}{2}$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}}{a}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{\sqrt{g \cdot a}}$$

$$\frac{S}{v_0 \cos \alpha} - \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0 \sin \alpha}{\sqrt{g \cdot a}}$$

$$\sqrt{g \cdot a} = \frac{v_0 \sin \alpha}{\frac{S}{v_0 \cos \alpha} - \frac{v_0 \sin \alpha}{g}}$$

$$a = \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{\frac{S}{v_0 \cos \alpha} - \frac{v_0 \sin \alpha}{g}} \right)^2 \cdot \frac{1}{g} = \left(\frac{10^{\frac{m}{c}} \cdot 0,5}{\frac{5,196 \mu}{10^{\frac{m}{c}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} - \frac{10^{\frac{m}{c}} \cdot 0,5}{10^{\frac{m}{c}}}} \right)^2 \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{1}{10^{\frac{m}{c^2}}} =$$

мм/с²

10

$$= \left(\frac{5 \frac{\mu}{\text{с}}}{\frac{5,196}{5\sqrt{3}} \text{с} - 0,5\text{с}} \right)^2 \cdot \frac{1}{10 \frac{\mu}{\text{с}^2}} = \left(\frac{5 \frac{\mu}{\text{с}}}{0,6\text{с} - 0,5\text{с}} \right)^2 \cdot \frac{1}{10 \frac{\mu}{\text{с}^2}} \approx \frac{2500 \frac{\mu^2}{\text{с}^4}}{10 \frac{\mu}{\text{с}^2}} = 250 \frac{\mu}{\text{с}^2}$$

Ответ: $Q = 250 \frac{\mu}{\text{с}^2}$

~6

Дано:

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{с} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$$

$$L = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$$

$$D = 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$U = 220 \text{ В}$$

$$I = 5 \text{ А}$$

$$T = ?$$

Заметим, что температура, получаемая из закона излучения электромагнитного тела за время Δt будет всегда одинаковой, так как U и I не изменяются. Температура, излучаемая телом будет ~~и~~ сначала возрастать, так как тело нагревается. Из этого следует, что сначала тело будет нагреваться и работа электрического тока будет больше, чем излучаемое тепло. Но в какой-то момент эти две температуры станут одинаковыми и тело перестанет нагреваться.

$$Q_1 = Q_2$$

$$Q_1 = UI \Delta t$$

$$Q_2 = W S \Delta t$$

$$W = \sigma T^4$$

$$Q_2 = \sigma T^4 S \Delta t$$

$$S = \pi d \cdot L$$

$$Q_2 = \sigma T^4 \pi d \cdot L \Delta t$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{Q_2}{\sigma \pi d \cdot L \Delta t}} = \sqrt[4]{\frac{Q_1}{\sigma \pi d \cdot L \Delta t}}$$

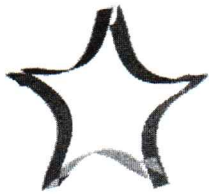
$$= \sqrt[4]{\frac{220 \text{ В} \cdot 5 \text{ А}}{5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{с} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{К}^4} \cdot \pi \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot 0,5 \text{ м}}}$$

$$= 2700 \text{ К}$$

Ответ: 2700 К

$$= \sqrt[4]{\frac{1100}{5,67 \cdot 10^{-11}}} \approx \sqrt[4]{60,11} \cdot 10^3 \approx 2,7 \cdot 10^3 = 2700 \text{ К}$$

8



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр _____

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№ 8

Дано:

$$n = 1,5$$

Заметим, что $\alpha = 45^\circ$

$$n = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = 1,5$$

$$n = \frac{\sin \beta}{\sin(90-\beta)} = 1,5 \sin \beta = 1,5 \sin 45^\circ = 1,5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin(90-\beta) = \frac{\sin(90-\beta)}{1,5} = \frac{\sin(90-\beta)}{1,5} = 1,5 \checkmark$$

Пусть линия AB проходит через точку D и перпендикулярна CE и AB . По теореме Пифагора:

$$CE^2 + ED^2 = CD^2$$

$$CD = \sqrt{CE^2 + ED^2} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

$$\sin \beta = \frac{ED}{CD} = \frac{\Delta y}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}} = 1,5 \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1) \quad \sin(90-\beta) = \frac{CE}{CD} = \frac{\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}} = \frac{\sin 45^\circ}{1,5} \quad (1)$$

У точки D будут координаты: $(2+\Delta x; 4-\Delta y)$. Заметим, что прямая AB имеет вид $y = -x + 5$. Точка D лежит на прямой, поэтому

$$4-\Delta y = -(2+\Delta x) + 5$$

$$4-\Delta y = -2-\Delta x+5$$

$$\Delta y = \Delta x + 1 \checkmark$$

или $\Delta y = \Delta x + 1$

Подставим Δy в (1) уравнение:

$$\frac{\Delta y}{\sqrt{(\Delta y-1)^2 + \Delta y^2}} = 1,5 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\Delta y^2}{2\Delta y^2 - 2\Delta y + 1} = \frac{2,25}{2}$$

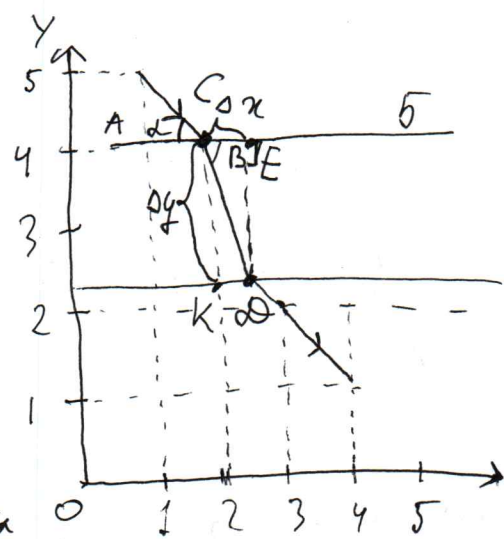
$$\frac{8}{9} \Delta y^2 = 2\Delta y^2 - 2\Delta y + 1$$

$$\frac{\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + (\Delta x+1)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot 1,5}$$

$$\frac{\Delta x^2}{2\Delta x^2 + 2\Delta x + 1} = \frac{2}{9}$$

$$\frac{\Delta x^2}{2\Delta x^2 + 2\Delta x + 1} = \frac{2}{9}$$

мет 3



$$\frac{10}{9}y^2 - 20y + 1 = 0$$

$$y^2 - 180y + \frac{9}{10} = 0$$

$$D = 1,8^2 - 4 \cdot \frac{9}{10} = 3,24 - 3,6$$

$$\Delta x = \frac{0,8 \pm \sqrt{2,24}}{2}$$

Знач - не подходит, так как $\Delta x > 0$

$$\Delta x = \frac{0,8 + \sqrt{2,24}}{2}$$

$$\Delta y = \Delta x + 1 = \frac{0,8 + \sqrt{2,24}}{2} + 1 = 2,15$$

Координата y точки D равна:

$$4 - \Delta y = 4 - \left(\frac{0,8 + \sqrt{2,24}}{2} + 1 \right) = 3 - \frac{0,8 + \sqrt{2,24}}{2} \approx 3 - \frac{0,8 + 1,5}{2} = 3 - \frac{2,3}{2} = 3 - 1,15 = 1,85$$

Илиная грань - это прямая вида $y = 1,75$

Ответ: 1,75

~ 7

Поскольку процессы происходят из одного состояния в то же самое, но по закону Бесселя они совершают одинаковое количество потерь, а значит $KPD_1 = KPD_2 \Rightarrow$

$$\frac{KPD_1}{KPD_2} = 1$$

Ответ: 1

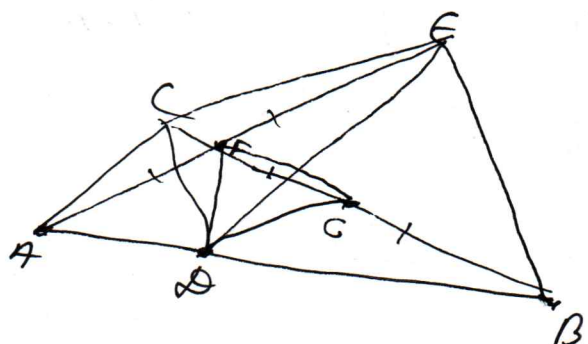
~ 3

$$90x^2 = 40x^2 + 40x + 2$$

$$50x^2 - 40x - 2 = 0$$

$$10x^2 - 8x - 0,4 = 0$$

$$D = 0,8^2 + 4 \cdot 0,4 = 0,64 + 1,6 = 2,24$$





Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр _____

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

1 | $\angle CDB = \angle ADE = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ Вариант 1

2 | Дано: $\triangle ADE$ и $\triangle CDB$

$AD = CD$

$DE = DB$

$\angle CDB = \angle ADE$

$\Rightarrow \triangle ADE = \triangle CDB \Rightarrow AC = CB$

3 | $\triangle AFD = \triangle CDG \Rightarrow FD = DG$



лист 4

