

Задача №1.

Пусть n - кол-во студентов изначальное;
 m - сумма денег в тысячах $\times$ каждого студента изначальное.
 $n, m \in \mathbb{N}$; $nm \geq 3 \leq nm \leq 10$

По условию:

$$nm = (n-2)(m+1)$$

$$nm = nm + n - 2m - 2$$

$$m = \frac{n}{2} - 1$$

n	m
1	$-0,5 \ominus (m \in \mathbb{N})$
2	$0 \ominus (m \in \mathbb{N})$
3	$0,5 \ominus (m \in \mathbb{N})$
4	$1 \oplus (m=1)$
5	$1,5 \ominus (m \in \mathbb{N})$
6	$2 \ominus (m \leq 10)$

Если увеличивать n , то увеличивается и $m \Rightarrow$ и их произведение $\Rightarrow$ все варианты, где $n \geq 6$ и $m \geq 2$ не подходят. Значит есть единственный ответ при $n=4$ и $m=1$.

Ответ: 4 тыс. руб.

125

Задача №2.

Чтобы число было наибольшим, в его начале должно быть наибольшее число 9, ведь кол-во цифр в получаемом числе фиксированно.

Ответ: 99997849505152535455565758596061626364656667

6869707172737475767778798081.

об.

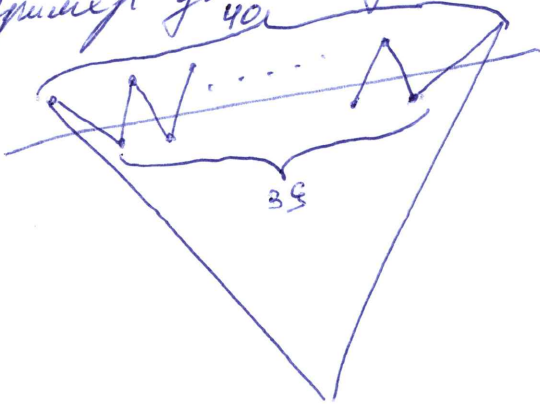
Задача №3.

~~Проведём прямую и выберем точку, лежащую на этой прямой. Чтобы построить удовлетворяющий условию n -угольник, будем $n-1$ раз выбирать точку в другой полуплоскости и соединять. Проведём прямую, хотим построить n -угольник; если $n \neq 2$ то в одной полуплоскости будет больше точек чем в другой (точки не лежат на прямой по условию) из вершин лежащих в полуплоскости, где вершин меньше, выходит максимум $2(\frac{n+1}{2}-1)$ отрезков, а всего сторон n . $2(\frac{n+1}{2}-1) = n-1 < n \Rightarrow$ найдутся 2 вершины, соединённые отрезком и лежащие в одной полуплоскости $\Rightarrow$ их отрезок не пересекает прямую, противоречие.~~

Пример для 80-угольника:

Ответ: а) существует.
 б) не существует.

135



1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
12	0	13	13	9	9	15	15	86

Задача №4.

$7^{2024} < 10^{2024} \Rightarrow$ в числе 7^{2024} меньше 2025 цифр.
 Максимальная сумма цифр 2024-значного числа $2024 \cdot 9 = 18216$,
 значит 2-ой член последовательности имеет не более 5 цифр.
 Максимальная сумма цифр 5-значного числа $5 \cdot 9 = 45$, значит
 3-ий член последовательности имеет не более 2 цифр.
 Максимальная сумма цифр 2-значного числа $2 \cdot 9 = 18$, значит
 4-ый член последовательности не больше 18 $\Rightarrow$ 5-ый член по-
 следовательности — однозначное число.
 Заметим, что любой член последовательности имеет такой
 же остаток от деления на 9 как и 7^{2024} , ведь сумма цифр
 числа имеет такой же остаток при делении на 9 как и число
 с такой суммой цифр.

$$7^1 \cdot 7^3 \equiv 1 \pmod{9}$$

$$(7^3)^{674} \equiv (1)^{674} \pmod{9}$$

$$7^{2022} \equiv 1 \pmod{9}$$

$$7^{2024} \equiv 49 \equiv 4 \pmod{9}$$

Значит 5-ый член последовательности — однозначное число и делится на 9 с остатком 4.

Ответ: 4.

135

Задача №5.

$$m = \rho V; V = \rho S; S = \pi r^2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\rho_1 \pi r^2 + \rho_2 \pi (R^2 - r^2)}{\rho_2 \pi r^2 + \rho_1 \pi (R^2 - r^2)} = \frac{\cancel{\rho_1 r^2} + \rho_2 R^2 - \cancel{\rho_2 r^2}}{\rho_2 r^2 + \cancel{\rho_1 R^2} - \cancel{\rho_1 r^2}} =$$

$$= \frac{\rho_1 r^2 + \rho_2 (R^2 - r^2)}{\rho_2 r^2 + \rho_1 (R^2 - r^2)} = \frac{\left(\frac{17}{4} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right)^2 1500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} + 6000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \left((1 \text{ м})^2 - \left(\frac{1}{4} \text{ м}\right)^2\right)}{6000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - \left(\frac{1}{4} \text{ м}\right)^2 + 1500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \left((1 \text{ м})^2 - \left(\frac{1}{4} \text{ м}\right)^2\right)} =$$

$$= \frac{61}{19}$$

Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{61}{19}$

95

Задача №6. Запишем уравнения теплового баланса:

$$\begin{cases} Q_1 = c m \Delta t \\ Q_2 = m_1 (\lambda + c \Delta t) \end{cases}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{c m \Delta t}{m_1 (\lambda + c \Delta t)}$$

$$m_1 = \frac{c m \Delta t \pm Q_2}{Q_1 (\lambda + c \Delta t)} = \frac{4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 3 \text{ кг} \cdot 100^\circ\text{C} \cdot 15 \text{ мин}}{12 \text{ мин} (330000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} + 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 100^\circ\text{C})} =$$

$$= 1,5 \text{ кг} \quad \text{Ответ: } \underline{1,5 \text{ кг}}$$

Задача №7. $F_A = \rho V g$ $P = mg$ $m = \rho V$
Плотность ρ тела зависит от направленной силы F .
 F сонаправлена с весом тела P :

$$P + F = F_A$$

$$\rho V g + F = \rho \times V g$$

$$\rho = \frac{\rho \times V g - F}{V g} = \frac{1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,001 \text{ м}^3 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - 5 \text{ Н}}{0,001 \text{ м}^3 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

F сонаправлена с силой Архимеда F_A :

$$P = F_A + F$$

$$\rho V g = \rho \times V g + F$$

$$\rho = \frac{\rho \times V g + F}{V g} = \frac{1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,001 \text{ м}^3 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + 5 \text{ Н}}{0,001 \text{ м}^3 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 1500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\text{Ответ: } 500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; 1500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

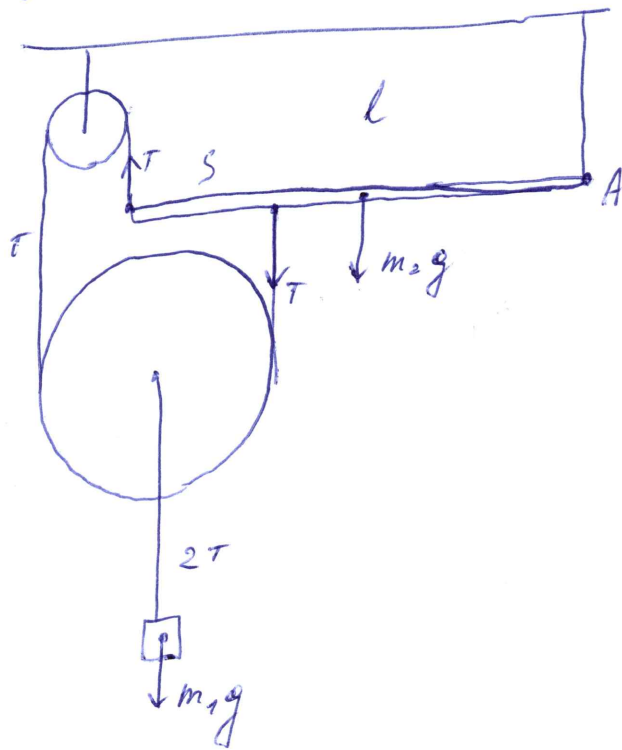
дано:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= 12 \text{ мин} \\ \tau_2 &= 15 \text{ мин} \\ m &= 3 \text{ кг} \\ \Delta t &= 100^\circ\text{C} \end{aligned}$$

95

155

Задача №8.



$$m_1 g = 2T$$

Рассмотрим моменты относительно оси $m. A$:

$$m_2 g \frac{l}{2} + T(l-s) = Tfl$$

$$m_2 g \frac{l}{2} + \frac{m_1 g}{2}(l-s) = \frac{m_1 g}{2} l$$

$$\frac{m_1 l}{2} - \frac{m_1 l}{2} + \frac{m_1 s}{2} = \frac{m_2 l}{2}$$

$$m_1 = \frac{m_2 l}{s} = \frac{2 \text{ кг} \cdot 50 \text{ см}}{10 \text{ см}} = 10 \text{ кг}$$

Ответ: 10 кг.

155