

Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр 02-10-25

~ 2

Дано:

$$D = r = 8$$

$AD, DC, AC$  и  $D$  —  
ар. прогрессия.

Решение:

т.к.  $D < AB \Rightarrow$

пусть разность прогрессии  $\rightarrow x$

$$\Rightarrow D = 8; AC = 8 + x; DC = 8 + 2x; AB = 8 + 3x.$$

$$\Rightarrow P = 24 + 6x \Rightarrow p = \frac{P}{2} = 12 + 3x$$

$$S = p \cdot r = \sqrt{p(p-a)p-b)p-c} \Rightarrow r \cdot \sqrt{p} = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)} \Rightarrow$$

$$p r^2 = (p-a)(p-b)(p-c) \Rightarrow r = \frac{D}{2} = 4$$

$$\Rightarrow 16 \cdot (12 + 3x) = (12 + 3x - 8 - 3x)(12 + 3x - 8 - 2x)(12 + 3x - 8 - x)$$

$$16 \cdot (12 + 3x) = 4 \cdot (4 + x)(4 + 2x)$$

$$48 + 12x = 4 \cdot 4 + 8x + 4x + 2x^2$$

$$2x^2 + 12x - 12x + 16 - 48 = 0$$

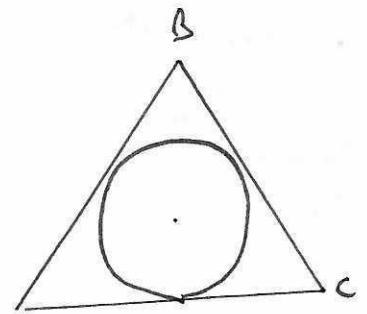
$$2x^2 = 32$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4; \text{ т.к. } x > 0; \Rightarrow x = 4$$

$$p = 12 + 3x = 24; \Rightarrow P = 48 = 24 \cdot 2.$$

Ответ:  $P = 48$



№ 6.

Дано:

$m = 3 \text{ кг}$

$\eta = 0,15$

$\phi_0 = \phi_1 = 0^\circ$

$C_b = 150000 \text{ Дж/К}$

$\lambda = 3300000 \frac{\text{Дж}}{\text{м}}$

Найти:

$\Delta T_b$

Дано:

$\phi_0 = \phi_1 \Rightarrow Q_n = 1 \text{ м} = 3 \cdot 330000 = 990000 \text{ Дж}$

$\Rightarrow Q_3 = Q_n \Rightarrow Q_3 = 2 \cdot Q_n = 198 \cdot 10^4 \text{ Дж}$

$\Rightarrow Q_3 = C_b T \Rightarrow T = \frac{Q_3}{C_b} = \frac{198 \cdot 10^4 \text{ Дж}}{15 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}} = \frac{198}{15} \text{ К}$

$\Rightarrow \Delta T = 13,2 \text{ К} = 13,2^\circ \text{C}$

Ответ:  $\Delta T \rightarrow \Delta T = 13,2 \text{ К}$

№ 7

Дано:

$m = 1 \text{ м}$

$L = 2 \text{ м}$

$\angle \alpha = 45^\circ$

$r = 0,1 \text{ м}$

Найти:

$T_0$

Дано:

$L_{\text{loop}} = 2\pi r \Rightarrow L_{\text{hangup}} = \pi r \Rightarrow L_n = 0,1\pi$

$\Rightarrow \alpha = 45^\circ \Rightarrow L_{n1} = \frac{\alpha}{180} \cdot L_n = \frac{0,1\pi}{4}; L_{n2} = 3L_{n1} = \frac{0,3\pi}{4}$

$\Rightarrow m = L \rho \Rightarrow \rho = \text{const} \Rightarrow m = Lk \Rightarrow L_{af} = L - L_n =$

$2 - \frac{0,1\pi}{4} \Rightarrow L_1 = L_{n1} + L_{af} = \frac{0,1\pi}{4} + \frac{4 - 0,1\pi}{4} = \frac{4 - 0,1\pi}{4} = 1 - \frac{0,1\pi}{4}$

$L_2 = L - L_1 = 2 - 1 + \frac{0,1\pi}{4} = 1 + \frac{0,1\pi}{4} \Rightarrow$

$m_1 = \left(1 - \frac{0,1\pi}{4}\right)k$

$m_2 = \left(\frac{0,1\pi}{4} + 1\right)k = 7$

но 2 горизонтальных шнура:  $m\vec{a} = \vec{F}$

$\Rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow m_{\text{cp}} = 2L_{n1}k = 2 \cdot \frac{0,1\pi}{4}k = \frac{0,1\pi k}{2}$

$\Rightarrow N_{\text{cp}} = m_{\text{cp}}g = \frac{0,1\pi k}{2}g$

1.  $m_1g = T \cos \alpha + N_b$

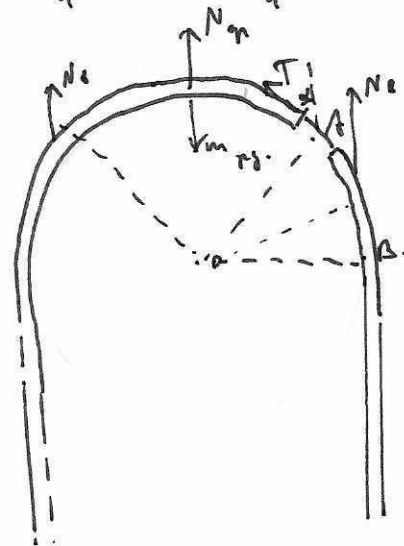
2.  $m_2g = T \cos \alpha + N_b + N_{\text{cp}}$

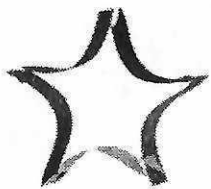
$g(m_1 + m_2) = 2N_b + N_{\text{cp}} \Rightarrow N_b = \frac{g(m_1 + m_2) - N_{\text{cp}}}{2}$

$T \cos \alpha = m_1g - N_b = m_1g - \frac{m_1g + m_2g + N_{\text{cp}}}{2} = \frac{m_1g - m_2g - N_{\text{cp}}}{2} \Rightarrow$

$T = \frac{1 - \frac{0,1\pi}{4}k \cdot g - \left(\frac{0,1\pi}{4} + 1\right)gk + \frac{0,1\pi k}{2}g}{2 \cdot \cos \alpha} = \frac{gk \cdot \left(1 - \frac{0,1\pi}{4} - \frac{0,1\pi}{4} - 1 + \frac{0,2\pi}{4}\right)}{2 \cdot \cos \alpha} = 0$

Ответ:  $T = 0$





# Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Шифр 02-10-25

продолжение №1

$$\Rightarrow \text{Ответ: } X \in (-\infty; -\frac{526 - \sqrt{320593}}{2}] \cup [-\frac{526 + \sqrt{320593}}{2}; -0,75] \cup [1; +\infty)$$

~5

Дано:

Знаем:

$$S = 20 \text{ м}$$

$$H = 3 \text{ м}$$

$$V_0 = 20 \text{ м/с}$$

$$h = 2,15 \text{ м}$$

$$d = 0,35 \text{ м}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Найти:

d.

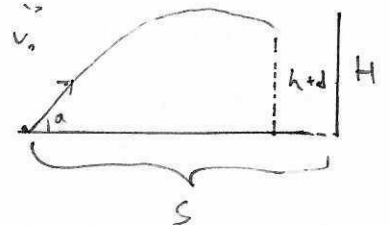
$$\Delta H = H - h - d = 0,5 \text{ м} \Rightarrow h + d = 2,5 \text{ м}$$

$$\Rightarrow V_{0y} = V_0 \sin \alpha$$

$$V_{0x} = V_0 \cos \alpha \Rightarrow \text{координаты тела в зависимости от времени} \Rightarrow (x_m; y_m) = (V_0 \cos \alpha t; V_0 \sin \alpha t - \frac{g t^2}{2})$$

$\Rightarrow$  координаты тела в бране прохода  $\Rightarrow$

$$(x_m; y_m) = (20 \text{ м}; 2,5 \text{ м}) \Rightarrow \text{т.к. лет поочной} \Rightarrow$$



максимальной угол достигается при попадании в верш браны

$(x_b; y_b) = (20 \text{ м}; 3 \text{ м})$ , а минимальной при попадании

в верхнюю часть браны  $\Rightarrow x_m: n \Rightarrow V_0 \cos \alpha t = 20 \text{ м}$

$$\cos \alpha = \frac{20}{20 \cdot t} = \frac{1}{t}; \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{t^2}} \Rightarrow V_0 \sin \alpha t - \frac{g t^2}{2} = 2,5 \text{ м}$$

$$= \frac{\sqrt{t^2 - 1}}{t} \Rightarrow V_0 \frac{t \cdot \sqrt{t^2 - 1}}{t} - \frac{g t^2}{2} = 2,5 \Rightarrow 2 V_0 \sqrt{t^2 - 1} - g t^2 = 2,5 \cdot 5$$

$$4 V_0^2 \cdot (t^2 - 1) = 62,5 + 10 g t^2 + g^2 t^4 \Rightarrow 1600 t^2 - 1600 = 25 + 100 t^2 + 100 t^4$$

$$100 t^4 + 100 t^2 + 25 + 1600 - 1600 t^2 = 0 \Rightarrow 100 t^4 - 1500 t^2 + 1625 = 0$$

$$4 t^4 - 60 t^2 + 65 = 0$$

$$D = 60^2 - 4 \cdot 4 \cdot 65 = 3600 - 1040 = 2560 = 16 \cdot 16 \cdot 10$$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{60 \pm 16\sqrt{10}}{8} = \frac{30 \pm 2\sqrt{10}}{4} = \frac{15 \pm 2\sqrt{10}}{2}$$

$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{15 \pm 2\sqrt{10}}$  два значения т.к. если тело не летит по бране  $\beta$  к горизонту пролетит через бран.  $\Rightarrow$  оно пролетит через все браны  $\Rightarrow \beta$

$\Rightarrow$  возмем минимальное  $\Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{15 - 2\sqrt{10}} \Rightarrow$

зад. передан ботом  $\Rightarrow V_0 \cos \delta \cdot t = 20 \Rightarrow \cos \delta = \frac{1}{t}$   
 $V_0 \sin \delta \cdot t - \frac{g t^2}{2} = 3 \Rightarrow \sin \delta = \frac{\sqrt{t^2 - 1}}{t}$

$$\Rightarrow V_0 \cdot \sqrt{t^2 - 1} - 5 t^2 = 3$$

$$20 \sqrt{t^2 - 1} = 3 + 5 t^2$$

$$400 t^2 - 400 = 9 + 30 t^2 + 25 t^4$$

$$25 t^4 - 370 t^2 + 409 = 0$$

$$D = 370^2 - 4 \cdot 25 \cdot 409 = 50000$$

$$t^2 = \frac{370 \pm 220}{2 \cdot 25} = \frac{740 \pm 440}{100} = \frac{74 \pm 44}{10} = \frac{37 \pm 22}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{t^2}} \Rightarrow$$

6 вариантов из которых 2 отбрасываем; м.к. если  
 тело пролетит через точку под углом  $\beta$ , то  
 он пролетит через нее и при  $30^\circ - \beta$

$$\Rightarrow 1. \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15 - 4\sqrt{10}}} \quad (\text{дуги не имеют значения})$$

$$2. \cos \delta = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{37 - 30}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{5}{7}}$$

$$\alpha = \arccos \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15 - 4\sqrt{10}}} \quad \delta = \arccos \sqrt{\frac{5}{7}}$$

$$\alpha < \delta \Rightarrow$$

$\Rightarrow$

$$\text{Ответ: } \alpha \in \left( \arccos \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15 - 4\sqrt{10}}}; \arccos \sqrt{\frac{5}{7}} \right)$$



Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр 02-10-25

~1.

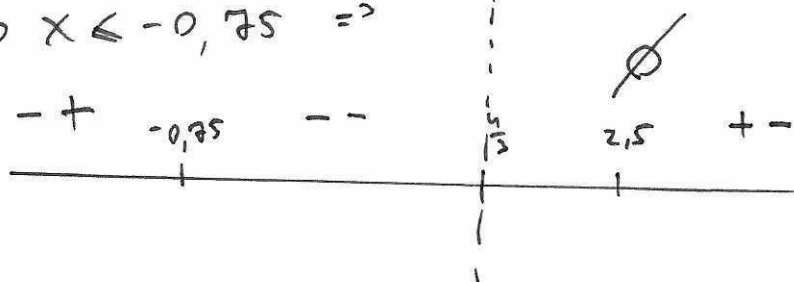
$$\sqrt{4-3x} - 3|2x-5| \leq 7x - 5|2\sqrt{4-3x} - 5|$$

$$4-3x \geq 0 \Rightarrow 3x \leq 4 \Rightarrow x \leq \frac{4}{3} \rightarrow \text{огр: } x \leq \frac{4}{3}$$

$$1. 2x-5 \geq 0 \quad 2x \geq 5 \quad x \geq 2,5$$

$$2. 2\sqrt{4-3x} - 5 \geq 0; \Rightarrow \sqrt{4-3x} \geq 2,5 \Rightarrow 4-3x \geq 6,25 \Rightarrow 3x \leq -2,25$$

$$\Rightarrow x \leq -0,75 \Rightarrow$$



$$\Rightarrow \text{при } x < -\frac{3}{4} \Rightarrow \sqrt{4-3x} - 15 + 6x \leq 7x - 6\sqrt{4-3x} + 15$$

$$13\sqrt{4-3x} - x - 30 \leq 0$$

$$13\sqrt{4-3x} \leq x + 30$$

|     |     |
|-----|-----|
| 169 | 169 |
| 4   | 3   |
| 676 | 507 |

$$169 \cdot 4 - 169 \cdot 3x \leq x^2 + 60x + 900 \Rightarrow$$

$$x^2 + 567x + 224 \geq 0$$

$$D = 567^2 - 4 \cdot 224 = 320593 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \in \left[ \frac{-567 - \sqrt{320593}}{2}; -5 \right] \cup \left( -\infty; \frac{-567 - \sqrt{320593}}{2} \right] \cup \left[ \frac{-567 + \sqrt{320593}}{2}; +\infty \right)$$

$$\text{при } x \geq -\frac{3}{4} : \dots$$

$$\sqrt{4-3x} - 15 + 6x \leq 7x - 15 + 6\sqrt{4-3x}$$

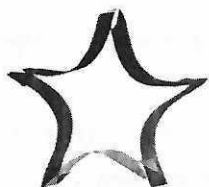
$$\sqrt{4-3x} - x \leq 0 \Rightarrow x \geq \sqrt{4-3x}$$

$$x^2 \geq 4-3x \Rightarrow x^2 + 3x - 4 \geq 0; \quad x_{01} = -4; \quad x_{02} = 1$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -4] \cup [1; +\infty)$$

1.

2.



Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр 02-10-25

~2

$$\begin{cases} a + \frac{1}{b} = 4 \\ b + \frac{1}{c} = 1 \\ c + \frac{1}{d} = 4 \\ d + \frac{1}{a} = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1. a + \frac{1}{b} = 4 \Rightarrow a = 4 - \frac{1}{b} = \frac{4b-1}{b}$$

$$2. d = 1 - \frac{1}{a} = \frac{a-1}{a} = \frac{\frac{4b-1}{b} - 1}{\frac{4b-1}{b}} = \frac{3b-1}{4b-1}$$

$$3. c = 4 - \frac{1}{d} = \frac{4d-1}{d} = \frac{\frac{12b-4}{4b-1} - 1}{\frac{3b-1}{4b-1}} = \frac{8b-3}{3b-1}$$

$$4. b = 1 - \frac{1}{c} = \frac{c-1}{c} = \frac{\frac{8b-3}{3b-1} - 1}{\frac{8b-3}{3b-1}} = \frac{5b-2}{8b-3}$$

$$\Rightarrow 8b^2 - 3b = 5b - 2 \Rightarrow 8b^2 - 8b + 2 = 0 \quad 4b^2 - 4b + 1 = 0$$

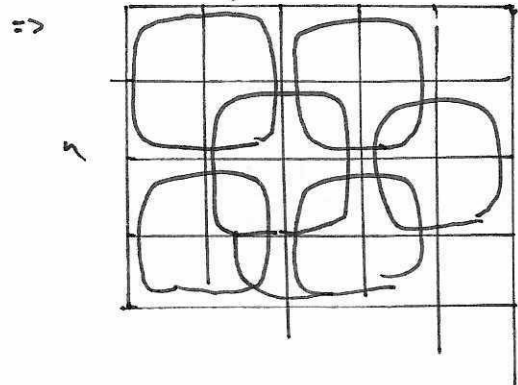
$$\Rightarrow (2b-1)^2 = 0 \rightarrow 2b-1=0 \rightarrow b = \frac{1}{2}; \quad a = \frac{2-1}{1} \cdot 2 = 2.$$

$$d = 1 - \frac{1}{a} = \frac{1}{2}; \quad c = 4 - \frac{1}{d} = 2.$$

$$\text{Answer: } (a; b; c; d) = (2; \frac{1}{2}; 2; \frac{1}{2})$$

~ч.

для того чтобы расположить квадратики максимально эстетично  $\Rightarrow$  они должны быть максимально нагружены группой из группы.  
 $\Rightarrow$  нагруженное должно быть  $m$   $\Rightarrow$  предположим схему



$\Rightarrow$  квадраты в ряду имеют максимальное количество нагруженных элементов с 1 группой квадратов

и т.д. квадраты в ряд верхних и нижних рядов, максимум с группой, все остальные с 1, но есть с максимальным количеством  $\Rightarrow$  что и предположим  $\Rightarrow$  для прямоугольника

размеров  $m$  на  $n$ , ~~каждый~~ максимальное

каждо квадратов  $= \frac{(m-1) \cdot (n-1)}{2}$  (не все значение округлено в сторону сверху  $\Rightarrow$  в нашем случае  $m=25$   $n=23$ )

$$\Rightarrow S = (25-1) \cdot (23-1) \cdot \frac{1}{2} = \frac{24 \cdot 22}{2} = 12 \cdot 22 = 264 \text{ квадрата.}$$

Ответ:  $S = 264$  квадрата.

~б.

Дано:

$$R = 16 \text{ см}$$

$$r = 4 \text{ см}$$

Значение:

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_x + R} + \frac{1}{r} \Rightarrow R_2 = \frac{(R_x + R) \cdot r}{R_x + R + r} \Rightarrow$$

$$R_1 = R_x$$

Найдем:

$$R_x$$

$$R_1 = R_x = R + \frac{r R_x + r R}{R_x + R + r} = \frac{R^2 + R R_x + R_x r + R r}{R_x + R + r} = R_x^2 + R R_x + R_x r = R R_x + R^2 + R r + R_x + R$$

$$\Rightarrow R_x^2 = R^2 + 2 R r \Rightarrow R_x = \sqrt{R^2 + 2 R r} = \sqrt{16 \cdot 16 + 2 \cdot 4 \cdot 16} = \sqrt{4 \cdot 4 \cdot 24} = 4 \cdot \sqrt{24}$$

$$= 4 \cdot 2\sqrt{6} = 8\sqrt{6} \text{ см}$$

Ответ:  $R_x = 8\sqrt{6} \text{ см}$