

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 55-8-3

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	13	13	10	10	15	15	100

Вариант 1

N5

$$m_1 = \rho_2 V_1 + \rho_1 V_2$$

$$m_2 = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2$$

$$V_1 = R^2 \pi h - r^2 \pi h$$

$$V_2 = r^2 \pi h$$

$$\rho_2 = 2 \rho_1$$

$$m_1 = 2 \rho_1 (R^2 \pi h - r^2 \pi h) + \rho_1 (r^2 \pi h) = 2 \rho_1 \pi h (R^2 - r^2) + \rho_1 r^2 \pi h = \rho_1 \pi h (2R^2 - 2r^2 + r^2)$$

$$m_2 = \rho_1 (R^2 \pi h - r^2 \pi h) + 2 \rho_1 r^2 \pi h = \rho_1 \pi h (R^2 - r^2 + 2r^2)$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\rho_1 \pi h (2R^2 - r^2)}{\rho_1 \pi h (R^2 + r^2)} = \frac{2R^2 - r^2}{R^2 + r^2} = \frac{2 \cdot 4 \text{ cm}^2 - 1 \text{ cm}^2}{4 \text{ cm}^2 + 1 \text{ cm}^2} = 1,4$$

N6

Найти магнитный момент

$$p = \frac{Q_1}{\tau_1} = \frac{cm(t_k - t)}{\tau_1} = \frac{c \rho V(t_k - t)}{\tau_1} = \frac{4200 \cdot 1000 \cdot 0,001 \cdot 100}{600} = 1400 \text{ J/m}$$

$$Q_2 = p \tau_2 = 1400 \cdot 900 = 1260000 \text{ Дж}$$

$$Q_2 = cm_1(t_k - t) + \lambda m_1 = m_1(c(t_k - t) + \lambda)$$

$$m_1 = \frac{Q_2}{c(t_k - t) + \lambda} = \frac{1260000}{4200 \cdot 100 + 33 \cdot 10^5} = 1,68 \text{ кг}$$

$$c(t_k - t) + \lambda$$

N7

Рассмотрим 2 случая

1) Если $mg + F = F_A$

$$\rho V g = \rho_m g V + F$$

$$\rho V g = 8 \text{ Н}$$

$$\rho = \frac{8}{10 \cdot 0,001} = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

2) Если $mg = F_A + F$

$$\rho V g = \rho_m g V + F$$

$$\rho V g = 12 \text{ Н}$$

$$\rho = 1200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 55-8-3

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№8

Относительно расстояния S от левого конца стержня:

$$\frac{gm_1}{2}S = m_2gl$$

$$m_1S = m_2l$$

$$m_2 = \frac{m_1S}{l} = \frac{1 \cdot 0,1}{0,5} = 0,2 \text{ кг}$$

№1

Пусть y - кол-во студентов, которые жили по х рублей.

$$xy = (x + 1000)(y - 2)$$

$$xy = xy - 2x + 1000y - 2000$$

$$2x = 1000y - 2000$$

$$x = 500y - 1000$$

При этом: $8000 < xy < 20000$; $\frac{x}{1000}$ - целое число

Поэти условия показывают $y = 6$ и $x = 2000$

Значит, комната стоит $xy = 12000$ руб.

№2

Сначала нужно вычеркивать цифры так, чтобы в числе стали цифры 9. Измеркнув 65 цифр, можно получить число 999940414243...4980.

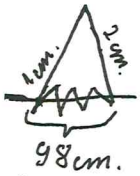
Далее надо вычеркнуть 15 цифр так, чтобы числа были как можно больше.

Полученное число:

999944849505152...484980.

N3

а) да, например:



б) Нет, так как линия начинается и заканчивается во внешней области многоугольника и каждый раз при пересечении стороны она сначала пописывает во внутреннюю область, потом снова во внешнюю и так далее. Поэтому у многоугольника должно быть чётное количество сторон.

N4

$$4^{2024} = (2^2)^{2024} = 2^{4048} = 2^{4047} \cdot 2 = (2^3)^{1345} \cdot 2 = 8^{1345} \cdot 2$$

Все нечётные степени числа 8, умноженные на 2, в сумме своих цифр дают такое число, что сумма его цифр равна 7. Например:

$$8^1 = 8 \quad 8 \cdot 2 = 16 \quad 1+6=7$$

$$8^3 = 512 \quad 512 \cdot 2 = 1024 \quad 1+0+2+4=7$$

$$8^5 = 32768 \quad 32768 \cdot 2 = 65536 \quad 6+5+5+3+6=25 \quad 2+5=7$$

Значит, $8^{1345} \cdot 2$ и потому тоже даст 7.