





Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр А-61/411-11-04

2.  $R = 3430 \text{ км}$   
 $M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$   
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н м}^2/\text{кг}^2$   
 $g = ?$

СИ  $3430 \cdot 10^3 \text{ м}$

$$g = \frac{F_{\text{тяг}}}{m}$$

$$F_{\text{тяг}} = G \frac{Mm}{R^2}$$

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

$$g = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}}{(3430 \cdot 10^3 \text{ м})^2} \approx 3,63 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$$

Ответ:  $3,63 \text{ м/с}^2$

$H = \frac{c^2}{2g}$

3.  $v = 10 \text{ км/с}$   
 $m_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$   
 $S = 49 \text{ м}^2$   
 $n = 1 \text{ м}^{-3}$   
 $\Delta F_{\text{тяг}} = ?$

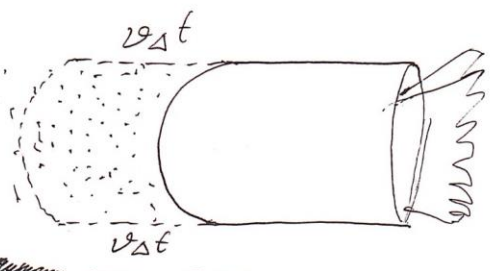
СИ  $10 \cdot 10^3 \text{ м/с}$

За время  $\Delta t$  поверхность цилиндра движется относительно системы координат - метеодром:

$$Mv = M_0 v + N m_0 v$$

$$\Delta p_x = N m_0 v, \text{ т.к. } v = |v|$$

Число метеодров, с которыми сталкивается поверхность цилиндра за время  $\Delta t$



коробки и концентрация метеодров в этом объеме  $N = \Delta V n$

Объем, прошедший в единицу времени через поперечное сечение цилиндра и тем, прошедший за эту единицу времени

$\Delta V = S \Delta l$

Путь при равно ускоренном движении считается по формуле:

$$\Delta l = v \Delta t$$

Итого:

$\Delta p_x = v \Delta t S n m_0 v$

$\frac{\Delta p_x}{\Delta t} = v S n m_0 v$

Изменение импульса за единицу времени это сила

$\Delta F_{\text{тяг}} = v^2 S n m_0$

$\Delta F_{\text{тяг}} = (10^4 \text{ м/с})^2 \cdot 49 \text{ м}^2 \cdot 1 \text{ м}^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг} = 98 \cdot 10^3 \text{ Н}$

Ответ:  $9,8 \cdot 10^4 \text{ Н}$

4.  $h = 3430 \text{ км}$   
 $R_h = 3430 \text{ км}$   
 $\frac{A_1}{A_2} = ?$

СИ  $3430 \cdot 10^3 \text{ м}$   
 $3430 \cdot 10^3 \text{ м}$

Работа, совершаемая при подъеме спутника на орбиту по формуле через интеграл  $F_{\text{тяг}}$  по  $dr$

$$A_1 = \int_{R_h} F_{\text{тяг}} dr$$

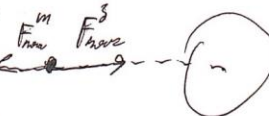


Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр А-61/411-11-04

1.  $M_z = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$   
 $M_m = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$   
 $r = 54,6 \cdot 10^6 \text{ км}$   
 $r_z = ?$

В точке Лаврентиса уравновешивает  
 планет уравно величина  
 друг друга, значит для  
 неё справедливо следующее  
 $F_m = F_z$   
 $F_m + F_z = 0$



$$F_m = F_z$$

$$F_m = G \frac{M_m m}{r_m^2}$$

$G \frac{M_m m}{r_m^2} = G \frac{M_z m}{r_z^2}$ , где  $m$  - масса тела в этой точке,  $r_z$  - расстояние  
 до Земли, а  $r_m$  - расстояние до Марса.

Зная всё расстояние, заменим марсианско и выразим  $r_m$  через  $r_z$

$$r_z + r_m = r$$

$$r_m = r - r_z$$

Подставим полученную систему:

$$G \frac{M_m m}{(r - r_z)^2} = G \frac{M_z m}{r_z^2}$$

$$r_m = r - r_z$$

$$G \frac{M_m m}{(r - r_z)^2} = G \frac{M_z m}{r_z^2}, \text{ упростим обе части разделив на } \frac{r_z^2 (r - r_z)^2}{G m}$$

$$M_m r_z^2 = M_z r^2 - 2 M_z r r_z + M_z r_z^2$$

$(M_m - M_z) r_z^2 + 2 M_z r r_z - M_z r^2 = 0$ , мы получили квадратное уравнение.

$$D = 4 M_z^2 r^2 + 4 M_z r^2 (M_m - M_z) = 4 M_z r^2 (M_z + M_m - M_z) = 4 r^2 M_z M_m$$

$$r_{z1} = \frac{-2 M_z r \pm 2 r \sqrt{M_z M_m}}{2 (M_m - M_z)} = \frac{-M_z r \pm r \sqrt{M_z M_m}}{M_m - M_z} = \frac{r (M_z \pm \sqrt{M_z M_m})}{M_z - M_m}$$

$$r_{z2} = \frac{r (M_z - \sqrt{M_z M_m})}{M_z - M_m}$$

Подставив численные значения получаем:

$r_{z1} \approx 7,96 \cdot 10^8 \text{ м}$ . точка находится между Землей и Марсом,  $r_{z2}$  не  
 имеет смысла

$r_{z2} \approx 4,12 \cdot 10^{10} \text{ м}$  Юпитер; точка находится на расстоянии  $4,12 \cdot 10^{10} \text{ м}$  от Земли