

Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

шифр 23-11-23

| Задание | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Всего |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|-------|
| Баллы   |   |   |   |   |   |   |   |   |       |

Вариант 1

①

$$9\sqrt{2-\log_2 x} - 2 | 4\log_2 x - 7 | \leq 9\log_2 x - 2 | 4\sqrt{2-\log_2 x} - 7 |$$

$$9(\sqrt{2-\log_2 x} - \log_2 x) \leq 2((4\log_2 x - 7) - |4\sqrt{2-\log_2 x} - 7|)$$

Пусть  $\log_2 x = t$ , тогда

$$9(\sqrt{2-t} - t) \leq 2(4t - 7 - (4\sqrt{2-t} - 7))$$

$$9\sqrt{2-t} - 9t \leq 2(4t - 7 - 4\sqrt{2-t} + 7)$$

$$9\sqrt{2-t} - 9t \leq 2(4t - 4\sqrt{2-t})$$

$$9\sqrt{2-t} - 9t \leq 8t - 8\sqrt{2-t}$$

$$9\sqrt{2-t} + 8\sqrt{2-t} - 9t - 8t \leq 0$$

$$17\sqrt{2-t} - 17t \leq 0 \quad (:17)$$

$$\sqrt{2-t} \leq t$$

интервалы

$$\begin{cases} t \geq 0 \\ 2-t \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t \geq 0 \\ t \leq 2 \end{cases}$$

$$(\sqrt{2-t})^2 \leq t^2$$

$$2-t-t^2 \leq 0$$

$$-t^2 - t + 2 \leq 0 \quad (-1)$$

$$t^2 + t - 2 \geq 0$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 2 = 9 = 3^2$$

$$t_1 = \frac{-1+3}{2} = 1$$

$$t_2 = \frac{-1-3}{2} = -2$$

$$(t-1)(t+2) = 0$$

Вернемся к неравенству:

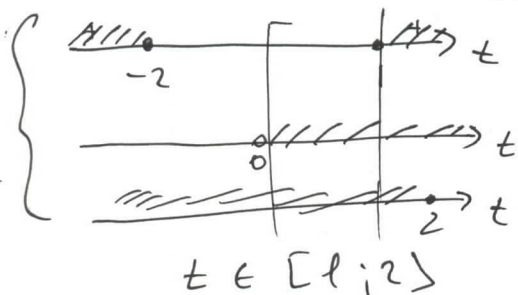
①



Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр 23-11-23

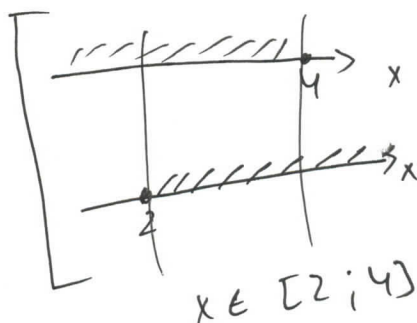
$$(t-1)(t+2) \geq 0 \quad \begin{cases} t=1 \\ t=-2 \end{cases}$$



Взаимно:  $\log_2 x = t$ :

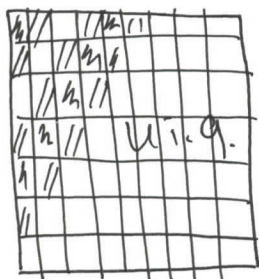
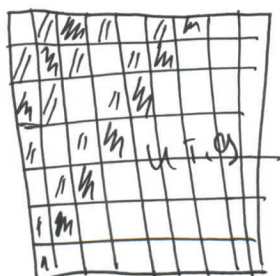
$$\begin{cases} \log_2 x \geq 1 \\ \log_2 x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

Опентай евно имеем:



Обе:  $x \in [2; 4]$

②



и т.д.

□ - 0

▨ - 2

▤ - 1

0 и 2 не могут стоять рядом  
⇒ серый цвет будет занимать  
половину всех клеток, т.е. он  
размещается через 1 клетку

$\frac{1}{2} \cdot (8 \cdot 12) = 48$  клеток - займает серый  
Белый и серый цветом можно замас-  
кировать каждую клетку или серую  
⇒  $2^{48}$  способами, где 2 - цвета и 48 - клеток.  
Но тем нам это может быть белым или серым  
⇒  $2 \cdot 2^{48}$

②



Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр 23-11-23

Так как у нас 3 цвета, а всего точек 96, то всего способов  
 $N = 3^{96}$

$$\Rightarrow \text{вероятность равна } \frac{2 \cdot 2^{48}}{3^{96}} = \frac{2^{49}}{3^{96}}$$

$$0: \frac{2^{49}}{3^{96}}$$

③

$$f(x) = ax^2 + (a+1)x + b$$

1) Если  $a=0$ , то  $f(x) = x+b$  — лин. ср-цис

$$x+b > 0$$

$$x > -b$$

$$2) ax^2 + (a+1)x + b > 0 \quad (a \neq 0)$$

$$\begin{cases} x^2 + \frac{a+1}{a}x + \frac{b}{a} > 0 \\ a \neq 0 \end{cases}$$

$$x_0 = -\frac{a+1}{2a}$$

$$\bigvee_{x_0 = x_{\min}}$$

$$a \left( -\frac{(a+1)}{2a} \right)^2 + (a+1) \left( -\frac{a+1}{2a} \right) + b > 0$$

$$a \frac{(a+1)^2}{4a^2} - \frac{(a+1)^2}{2a} + b > 0$$

$$- \frac{(a+1)^2}{4a} + b > 0$$

$$- \frac{(a+1)^2}{4a} > -b \quad (-1)$$

$$\frac{(a+1)^2}{4a} < b$$

$$\frac{a^2 + 2ab + 1}{4a} < b$$

$$\frac{a^2 + 2ab + 1 - 4ab}{4a} < 0$$

③

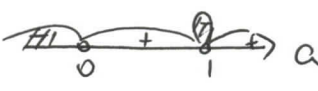


Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр 23-11-23

$$\frac{a^2 - 2ab + 1}{4a} < 0$$

$$\frac{(a-1)^2}{4a} < 0 \quad (1.4)$$

$$\frac{(a-1)^2}{a} < 0 \quad \begin{cases} a=1 \\ a=0 \end{cases}$$


$a < 0; a = 1$

3)  $(2a+b+1)_{\min} = ?$

$$x > -b$$

$$x_0 = -\frac{2}{2} = -1$$

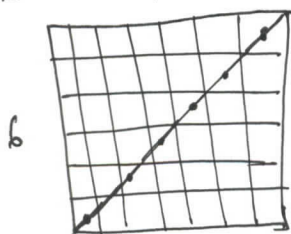
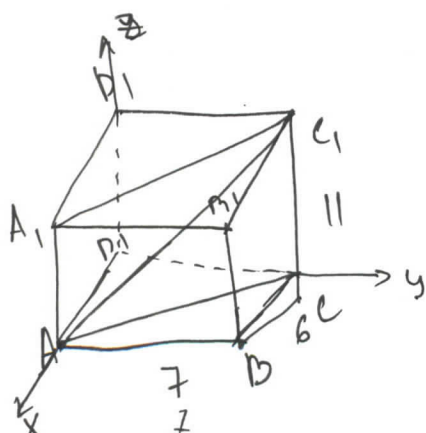
$$-1 > -b$$

$$b > 1$$

$$\Rightarrow 2+0+1=3$$

$$a=1 \quad b=1 \\ b=0$$

ОТВЕТ: 3



④  $AC_1$  - диагональ;  $AC_1 \in (AA_1, C_1C)$

$$AC_1(6; 7; 11)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=6t \\ y=7t \\ z=11t \end{cases} \text{ где } 0 \leq t \leq 1$$

Методом параметра:

Если  $0 \leq x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq t \leq \frac{1}{6}$  т.к.  $x_{\max} = 6$

$$0 \leq 7t \leq \frac{7}{6} \quad 0 \leq y \leq 1 \quad \text{и} \quad 0 \leq y \leq \frac{7}{6}$$

$$0 \leq 11t \leq \frac{11}{6} \quad 0 \leq z \leq \frac{11}{6} \quad \text{и} \quad \frac{11}{7} \leq y \leq \frac{11}{6}$$

$$2+1=3 \text{ куб.}$$

④



Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр 23-11-23

Если  $1 \leq x \leq 2$

$$\frac{1}{6} \leq t \leq \frac{2}{6}$$

$$\frac{7}{6} \leq 7t \leq \frac{14}{6}$$

$$\frac{7}{6} y \leq 2 \quad \text{и} \quad 2 \leq y \leq \frac{14}{6}$$

$$\frac{11}{6} \leq z \leq \frac{22}{7} \quad \text{и} \quad \frac{22}{7} \leq y \leq \frac{22}{6}$$

$$2 \text{ мс} + 1 \text{ мс} = 3 \text{ мс}.$$

Если  $2 \leq x \leq 3$

$$\frac{2}{6} \leq t \leq \frac{3}{6}$$

$$\frac{14}{6} \leq 7t \leq \frac{21}{6}$$

$$\frac{14}{6} \leq y \leq 3 \quad \text{и} \quad 3 \leq y \leq \frac{21}{6}$$

$$\frac{22}{6} \leq z \leq \frac{33}{7} \quad \text{и} \quad \frac{33}{7} \leq z \leq \frac{33}{6}$$

$$2 + 2 = 4$$

Если  $3 \leq x \leq 4$

$$\frac{3}{6} \leq t \leq \frac{4}{6}$$

$$\frac{21}{6} \leq 7t \leq \frac{28}{6}$$

$$\frac{21}{6} \leq y \leq 4 \quad \text{и} \quad 4 \leq y \leq \frac{28}{6}$$

$$\frac{33}{6} \leq z \leq \frac{44}{7} \quad \text{и} \quad \frac{44}{7} \leq z \leq \frac{44}{6}$$

$$2 + 2 = 4$$

Если  $4 \leq x \leq 5$

$$\frac{4}{6} \leq t \leq \frac{5}{6}$$

$$\frac{28}{6} \leq 7t \leq \frac{35}{6}$$

$$\frac{28}{6} \leq y \leq 5 \quad \text{и} \quad 5 \leq y \leq \frac{35}{6}$$

$$\frac{44}{6} \leq z \leq \frac{55}{7} \quad \frac{55}{7} \leq y \leq \frac{55}{6}$$

$$1 + 3 = 4$$

Если  $5 \leq x \leq 6$

$$\frac{5}{6} \leq t \leq 1$$

$$\frac{35}{6} \leq 7t \leq \frac{42}{6}$$

$$\frac{35}{6} \leq y \leq 6 \quad \text{и} \quad 6 \leq y \leq \frac{42}{6}$$

$$\frac{55}{6} \leq z \leq \frac{66}{7} \quad \frac{66}{7} \leq y \leq \frac{66}{6}$$

$$1 + 1 = 2 \text{ мс}$$

$$\Rightarrow 3 + 3 + 4 + 4 + 4 + 2 = 20 \text{ мс} \text{ всего времени}$$

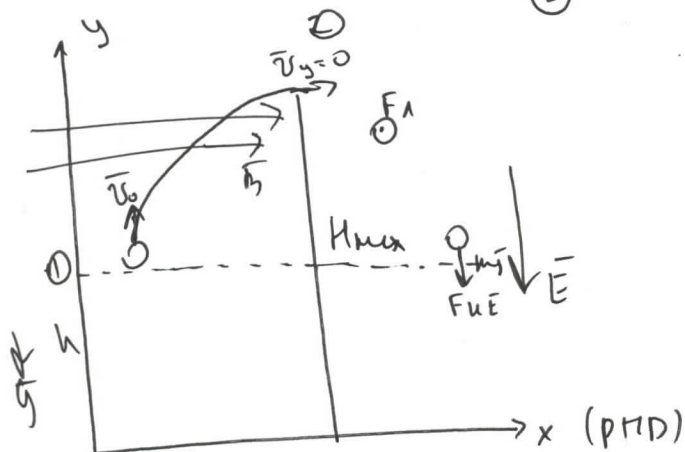
Ответ: 20



Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр 23-11-23

5



- 1)  $H = h + h_{\min}$ , мы минимизируем:  $h_{\min} = \frac{v_0^2 y^2}{2g}$  (РЗСНТ)
- 2) На участке 1-2; сила Лоренца в мин. поле, на <sup>ми</sup>гнетована  $F_A$ .  $\vec{v} \perp \vec{B}$  сила Лоренца по кривой. трекции.

$$F_A = F_{\min} = q \cdot v_y \cdot B, \text{ (графа) скорость}$$

$$F_y = F_A \Rightarrow F_y = \frac{mv^2}{R}$$

$$qvB = \frac{mv^2}{R}, \text{ где } R = H_{\min}$$

$$R = \frac{mv^2}{qvB}$$

3)  $q > 0$   $\vec{F}_u \uparrow \uparrow \vec{E}$

у:  $F_u = q \cdot E + m_y$ , по 3. Нормировка  $F_u = ma$

$$m_y + qE = ma$$

$$q = \frac{qE}{m}$$

мы минимизируем:  $h = \frac{at^2}{2}$ ,  $v_x \perp y$ ,  $v_x \perp \vec{E}$

$$h = R = \frac{at^2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{mv^2}{qvB} = \frac{Eq}{2m} t^2$$



Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр 23-11-23

время движения в эл. поле:

$$t_2 = \sqrt{\frac{mv^2}{q\varphi B}} \cdot \frac{2m}{Eq} = \sqrt{\frac{2m^2 v^2}{q^2 B \cdot E \cdot \varphi}} = \frac{m}{q} \sqrt{\frac{2\varphi}{BE}}$$

время движения в магн. поле:

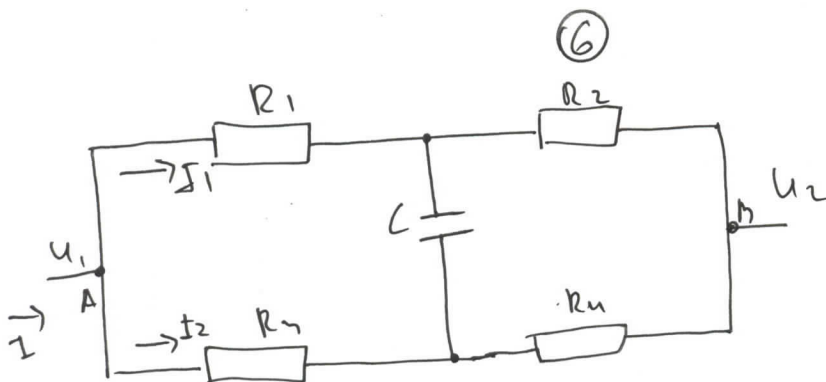
$$t_m = \frac{T}{4}, \text{ где } T = \frac{2\pi R}{v}$$

$$t_m = \frac{2\pi R}{2\pi v} = \frac{\pi R}{2v}, \text{ где } R = \frac{mv^2}{q\varphi B}$$

$$\Rightarrow t_m = \frac{\pi \cdot \frac{mv^2}{q\varphi B}}{2v} = \frac{\pi m}{2qB}$$

$$\Rightarrow t = t_m + t_2 = \frac{m}{q} \sqrt{\frac{2\varphi}{BE}} + \frac{\pi m}{2qB}$$

Ответ:  $t = \frac{m}{q} \sqrt{\frac{2\varphi}{BE}} + \frac{\pi m}{2qB}$



1) // соединены:  $U_1 = U_2$

по 3. Ома:  $I_1(R_1 + R_2) = I_2(R_3 + R_4)$

$$I_1(10 + 20) = I_2(30 + 40)$$

$$30 I_1 = 70 I_2$$

$$3 I_1 = 7 I_2$$

$$I_1 = \frac{7 I_2}{3}$$

Дано:  
 $C = 200 \text{ нФ} = 200 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$

$R_1 = 10 \text{ Ом}$

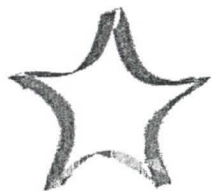
$R_2 = 20 \text{ Ом}$

$R_3 = 30 \text{ Ом}$

$R_4 = 40 \text{ Ом}$

$U_0 = 110 \text{ В}$

q - ?



Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр 23-11-23

2) . A - парал. соедин :  $I = I_1 + I_2$

$$U_0 = I \cdot R_{\text{ос}}, \text{ где}$$

$$\frac{1}{R_{\text{ос}}} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}$$

$$\frac{1}{R_{\text{ос}}} = \frac{R_4 + R_3 + R_2 + R_1}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

$$R_{\text{ос}} = \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_4 + R_3 + R_2 + R_1} = \frac{20 \cdot 70}{100} = \frac{2100}{100} = 21$$

$$\Rightarrow U_0 = (I_1 + I_2) \cdot 21$$

$$10 = (I_2 + \frac{7}{3} I_2) \cdot 21$$

$$10 = I_2 \left( 1 + \frac{7}{3} \right)$$

$$10 = \frac{10}{3} I_2$$

$$I_2 = 3 \text{ (A)}$$

$$I_1 = \frac{7}{3} \cdot 3 = 7 \text{ (A)}$$

3) по 3. Ом :  $U_1 = I_1 R_1 = 7 \cdot 10 = 70 \text{ В}$

$$U_3 = I_2 R_3 = 3 \cdot 30 = 90 \text{ Ом}$$

$$\Rightarrow U_1 = \varphi_1 - \varphi_3 \quad \Rightarrow \quad \varphi_3 = \varphi_1 - U_1$$

$$U_3 = \varphi_1 - \varphi_4$$

$$\varphi_4 = \varphi_1 - U_3$$

где  $\varphi$  - потенциал  
электромагнитного  
поля

$$U_3 - U_4 = \varphi_1 - U_1 - \varphi_1 + U_3 = U_3 - U_1$$

$$\varphi_4 - \varphi_3 = U_1 - U_3 = 70 - 90 = -20 \text{ (В)} \Rightarrow |\varphi_4 - \varphi_3| = 20 \text{ В}$$



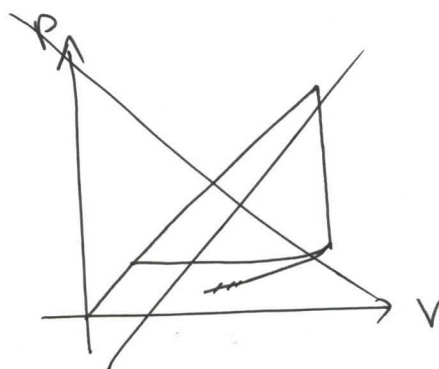
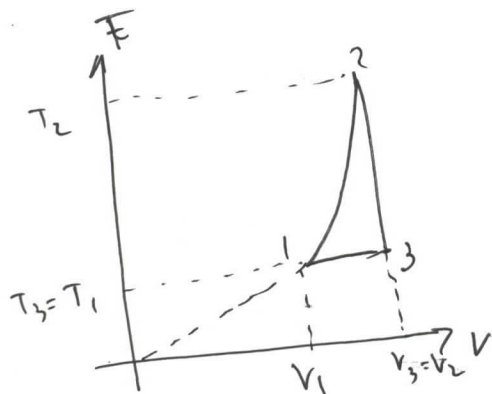
Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр 23-11-23

$$Q = C(\varphi_4 - \varphi_3) = 2 \cdot 10^4 \cdot 20 = 40 \cdot 10^4 = 4 \cdot 10^5 (\text{ккал}) = 4 (\text{Мкал})$$

Ответ:  $Q = 4 \text{ Мкал}$

(7)



1) перепишем графики в координатах (pV)

1-2: изохорический процесс:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow P = \frac{P_2 V_2 T_1}{V_1 T_2}$$

$$P_2 > P_1$$

2-3: изобарный  $\Rightarrow V = \text{const}$   $V_2 = V_3$

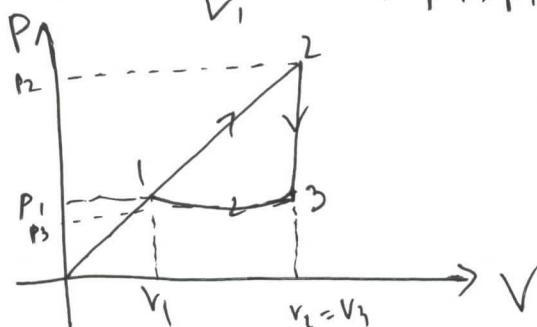
$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3} \Rightarrow P_2 = \frac{P_3 T_2}{T_3}$$

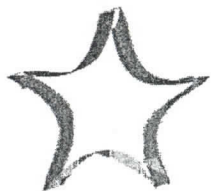
$$\Rightarrow P_2 > P_3$$

3-1: изотерма  $\Rightarrow T = \text{const}$

$$P_1 V_1 = P_3 V_3$$

$$P_1 = \frac{P_3 V_3}{V_1} \Rightarrow P_3 > P_1$$





Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр 23-11-23

$$2) \eta = \frac{A_y}{Q_H}$$

$$A_y = A_{1231} = A_{12} + A_{23} + A_{31} \quad \text{чк} \quad A_{23} = 0 \quad (V = \text{const})$$

$$\Rightarrow A_y = A_{12} + A_{31} = 2,16 A_{31} - A_{31} = 1,16 A_{31}$$

$Q_H$ :

1-2:

$$I_{H.T/g}: \quad Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$$

$$A_{12} = \frac{p_2 + p_1}{2} (V_3 - V_1) = \frac{p_2 + p_1}{2} (2V_1 - V_1) = \frac{p_2 + p_1}{2} \cdot V_1 = \frac{2p_1 + p_1}{2} \cdot V_1 =$$

$$\text{чк} \quad \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_1}{V_1} \Rightarrow \frac{p_2}{2V_1} = \frac{p_1}{V_1} \Rightarrow p_2 = 2p_1 \quad = \frac{3p_1 V_1}{2}$$

$$\Delta U_{12} = \frac{i}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{i}{2} (2V_1 \cdot p_2 - p_1 V_1) = \frac{i}{2} (4p_1 V_1 - p_1 V_1) =$$
$$= \frac{i \cdot 3V_1 p_1}{2} = i \cdot A_{12}$$

$$Q_{12} = A_{12} + i A_{12}$$

2-3:

$$Q_{23} = \Delta U_{23} = \frac{i}{2} (p_3 V_3 - p_2 V_2) < 0$$

3-1:

$$Q_{31} = \Delta A_{31} < 0$$

$$\Rightarrow Q_H = Q_{12}$$

$$3) \eta = \frac{1,16}{i \cdot 2,16 + 2,16}$$

Итак так как ~~идеальный~~ одноименный, то:

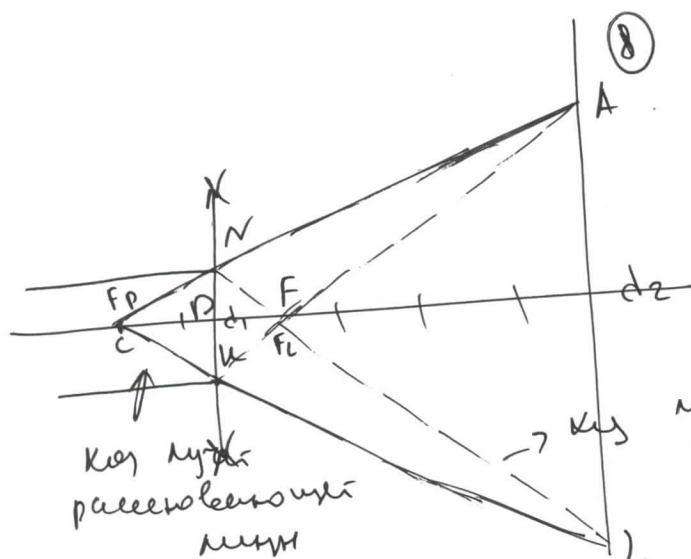
$$\eta = \frac{1,16}{3 \cdot 2,16 + 2,16} = \frac{1,16}{8,64} \approx 0,13$$

$$\text{Ответ: } \eta = 0,13$$



Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр 23-11-23



$$D = DF = -4 \text{ гмр}$$

$$NK = d_1 = 5 \text{ см}$$

$$AL = d_2 = 20 \text{ см}$$

$D_c = ?$

лучи  
собираются  
мин

1)  $F_p = \frac{1}{D_p} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ (м)} - \text{ фокусное расстояние}$

2) из треугольника  $\Delta$ -угол:

$$\frac{NK}{AL} = \frac{F_p}{F_p + DF} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{0,25}{0,25 + DF} = \frac{1}{4}$$

$$0,25 + DF = 1$$

$$DF = 0,75 \text{ (м)}$$

3) из треугольника  $\Delta$ -угол:

$$\frac{NK}{AL} = \frac{F_c}{DF - F_c} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{F_c}{DF - F_c} = \frac{1}{4}$$

$$4F_c = DF - F_c$$

$$5F_c = DF$$

$$5F_c = 0,75 \text{ (м)}$$

$$F_c = 0,15 \text{ (м)}$$

4)  $D_c = \frac{1}{F_c} = \frac{1}{0,15} = 7 \text{ (гмр)}$   
 от фокуса:  $D_c = 7 \text{ гмр}$