

шифр ЕН-29/1-10-58

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1 Лист 1

$$g\sqrt{8-7x} - 2|x-7| \stackrel{N-4.}{\leq} gx - 2|\sqrt{8-7x} - 7| \quad \text{Q3: } x \in [-1; 1\frac{1}{7}]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{8-7x} \geq 7 \\ \sqrt{8-7x} - 2|4x-7| \leq 9x+14 \\ \sqrt{8-7x} \leq 7 \\ 17\sqrt{8-7x} - 2|4x-7| \leq 9x+14 \end{array} \right.$$

$$4x - 7 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{7}{4}, \text{ no } \quad \frac{7}{4} \geq \frac{8}{7} \text{ and } x \leq \frac{8}{7} \Rightarrow 4x - 7 < 0;$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} x \geq \frac{79}{112} \\ \sqrt{8-7x} - 28 \leq \cancel{28} x + 28 \end{array} \right. \\ & \left\{ \begin{array}{l} x > \frac{79}{112} \\ \sqrt{178-7x} \leq \cancel{28} x + 28 \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$-2|4x-7| = 8x-14$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{8-7x} \leq 17x \quad ; x \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

$$\left[\begin{array}{l} x \leq \frac{79}{112} \\ 8-7x \leq x^2 - 56x + 784 \\ x \geq \frac{79}{112} \\ 289 - 8 - 289 \cdot 7x \leq x^2 \end{array} \right.$$

$$\begin{bmatrix} x^2 + 63x + 776 \geq 0 \\ x^2 + 4897x - 2898 \geq 0 \end{bmatrix}$$

~~Omben: $x \in \left[\frac{1}{59}, \frac{79}{112} \right]$~~

$$1) x^2 + 6x + 776 \quad 20$$

$$D = 3969 - 276 \cdot 4 = 865$$

$$L = -63 \pm \sqrt{865}$$

$$x = \frac{-63 \pm \sqrt{965}}{2} \quad 2) \quad x \in \mathbb{R}$$

$$2) x^2 + 289x - 285820$$

$$Q = 289 \cdot 249 + 289 \cdot 32 = 289(289 \cdot 49 + 32)$$

$$x = \frac{-289.7 \pm 17\sqrt{214193}}{2}$$

$$x = \frac{-289.7 + 12\sqrt{6}}{2} \approx 0.7e$$

Orden $\in (-\infty; \frac{-63 - \sqrt{865}}{2}] \cup [\frac{-63 + \sqrt{865}}{2}; \frac{79}{112}]$



шифр ЕН-29/1-10-56

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1 Лист 2

N-2.

Пусть $c > b > a$

~~Не угадали, обратимся к задаче N-1. Если $c > b > a$, они не могут быть равны т.к. $d \neq 0$. Т.к. тогда a и b были бы равносторонними, а $r \neq \frac{a}{2}$.~~

По св-ву отрезков касательных:

$$AC_1 = AB_1 : BC_1 = BA_1 : CA_1 = CB_1$$

$$BC_1 = AB - AC_1 = AB - CA_1$$

$$BC_1 + AC_1 = a$$

$$BA_1 + AC_1 = b$$

$$AB_1 + AC_1 = c$$

$$AB = a$$

$$BC = a + d$$

$$CA = a + 2d$$

$$2r = a + 3d = 6$$

$$S = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-CA)} = \sqrt{\frac{1}{2}(a+d) \cdot \frac{1}{2}(a+d) \cdot \frac{1}{2}(a+3d) \cdot \frac{1}{2}(a-d)} = \frac{3}{4}(a+d) \cdot \sqrt{2(a-d)}$$

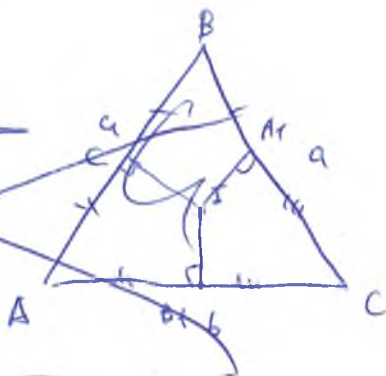
$$r = \frac{S}{p} \Rightarrow p = \frac{S}{r} = \frac{\frac{3}{4}(a+d) \sqrt{2(a-d)}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}(a+d) \Rightarrow$$

$$\sqrt{2(a-d)} = 12$$

$$\begin{cases} a-d=18 \\ a+3d=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=15 \\ d=-3 \end{cases} \Rightarrow p = \frac{3}{2}(a+d) =$$

$$= 3(15-3) = 36$$

Ответ: $p = 36$





Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр ЕК-29/1-10-56

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1 лист 3

N. 9.

$$\begin{cases} a + \frac{1}{b} = 1 \\ b + \frac{1}{c} = 4 \\ c + \frac{1}{d} = 1 \\ d + \frac{1}{a} = 4 \end{cases}$$

$$1 = a + \frac{1}{b} = c + \frac{1}{d} \Rightarrow a - c = \frac{b-d}{bd} \Rightarrow b-d = (a-c)bd$$

$$4 = b + \frac{1}{c} = d + \frac{1}{a} \Rightarrow b-d = \frac{c-a}{ac}$$

$$b-d = \frac{c-a}{ac} = (a-c)bd \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a=c \\ abcd = -1, \text{ но } a, b, c, d > 0 \Rightarrow \text{такого жутко не бывает} \end{cases}$$

$$a=c \Rightarrow a-c=0 \Rightarrow b-d=0 \Rightarrow b=d$$

$$\begin{cases} a + \frac{1}{b} = 1 \\ b + \frac{1}{c} = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + \frac{1}{b} = 1 \\ b + \frac{1}{a} = 4 \end{cases} \Rightarrow a = 1 - \frac{1}{b}$$

$$b + \frac{1}{1 - \frac{1}{b}} = 4 \Rightarrow$$

$$b + \frac{b}{b-1} = 4$$

$$b^2 - b + b = 4(b-1)$$

$$b^2 = 4(b-1)$$

$$b^2 - 4b + 4 = 0$$

$$(b-2)^2 = 0$$

$$b=2 = d$$

$$a = \frac{1}{2} = c$$

Проверка.

$$\begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 & \text{Верно} \\ 2 + \frac{1}{2} = 4 & \text{Верно} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 & \text{Верно} \\ 2 + \frac{1}{2} = 4 & \text{Верно} \end{cases}$$

Ответ: $a=c=\frac{1}{2}, b=d=2$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр ЕН-29/1-10-56

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

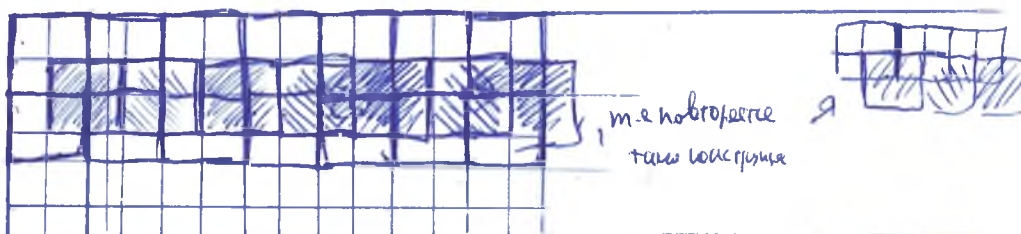
Вариант 1 Лист 4

Рассмотрим прямоугольник 26×26 внутри данного. Каждая его клетка принадлежит ≤ 2 квадратам 2×2 , а в квадратах 2×2 4 клетки поэтому число квадратов $n \leq \frac{26 \cdot 26 \cdot 2}{4} = 312$

Ответ: $n \leq 312$

Пример:

Будем рисовать квадраты следующим образом



Такая обложка условия ~~будет нарушаться, а количество квадратов не меньше из 25 клеток...~~
 $\frac{25}{2}$ ~~один в каждую сторону, $n=13$, а на стороне n , 2-й квадрат $\frac{25}{2}$ разукладывается 13 раз~~
 $2 \cdot 12 = 24$ ~~также~~

Такая конструкция ~~внутри~~ будет содержать всего $12 \cdot 2 = 24$ квадрата, а повторение она будет
 $\frac{25}{2}$ разукладывается в каждую сторону $- 13$ раз $\Rightarrow$ всего квадратов: $24 \cdot 13 = 312$

Ответ: 312.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

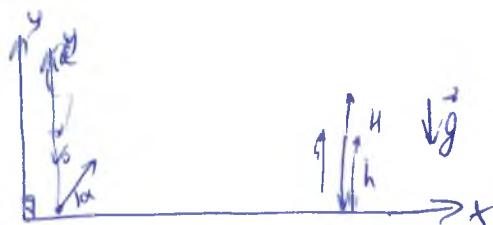
шифр ЕН-29/1-10-56

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Мис 5

Н. 5.
Камень движется по оси Ox равномерно
поэтому $a_x = 0 \Rightarrow$ по оси Ox движение
равномерное $\Rightarrow V_x = \text{const}; x = V_x \cdot t$
Камень движется только с ускорением $\Rightarrow$
 $a_y = -g; V_y = V_{0y} - g \cdot t; y = V_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$



$$t = \frac{x}{V_x} \Rightarrow y = \frac{V_0 \sin \alpha \cdot x}{V_0 \cos \alpha} - \frac{g \cdot x^2}{2(V_0 \cos \alpha)^2} = x \cdot \tan \alpha - \frac{g x^2}{2 V_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$y(x) = x \cdot \tan \alpha - \frac{g x^2}{2 V_0^2 \cos^2 \alpha}$$

Чтобы найти угол α при $x = S = 20$ м, нужно выполнить условие, что
 $y \in (h; H)$

$$y(x) = x \cdot \tan \alpha - \frac{g x^2}{2 V_0^2} \cdot (\tan^2 \alpha + 1) <$$

$$2,5 < 20 \cdot \tan \alpha - \frac{9 \cdot 10 \cdot 20^2}{2 \cdot 20^2} (\tan^2 \alpha + 1) < 3$$

$$2,5 < 20 \tan \alpha - 5(\tan^2 \alpha + 1) < 3$$

$$7,5 < 20 \tan \alpha - 5 \tan^2 \alpha < 8$$

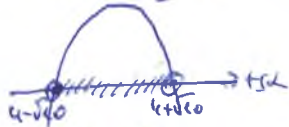
$$\begin{cases} 20 \tan \alpha - 5 \tan^2 \alpha > 7,5 \Leftrightarrow 8 \tan \alpha - 2 \tan^2 \alpha > 7,5 \Leftrightarrow -2 \tan^2 \alpha + 8 \tan \alpha - 7,5 > 0 \\ 20 \tan \alpha - 5 \tan^2 \alpha < 8 \Leftrightarrow 8 \tan \alpha - 2 \tan^2 \alpha < 8 \Leftrightarrow -2 \tan^2 \alpha + 8 \tan \alpha - 8 < 0 \end{cases}$$

$$D = 64 - 24 = 40$$

$$\tan \alpha = \frac{-8 \pm \sqrt{40}}{-2} = 4 \pm \sqrt{10} \Rightarrow \tan \alpha \in (4 - \sqrt{10}; 4 + \sqrt{10})$$

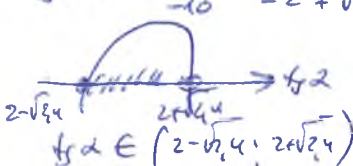
$$D = 400 - 160 = 240$$

$$\tan \alpha = \frac{-20 \pm \sqrt{240}}{-10} = 2 \pm \sqrt{2,4} \Rightarrow$$



$$\sqrt{10} \approx 3,1 \quad 4 - \sqrt{10} \approx 0,9; 4 + \sqrt{10} \approx 7,1$$

$$\sqrt{2,4} \approx 1,6 \Rightarrow 2 - \sqrt{2,4} \approx 0,4; 2 + \sqrt{2,4} \approx 3,4$$



$$\Rightarrow \tan \alpha \in (4 - \sqrt{10}; 2 + \sqrt{2,4})$$

$$\text{Ответ: } \alpha \in \arctan(4 - \sqrt{10}; 2 + \sqrt{2,4})$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр ЕН-29/1-10-56

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

лист 6

N.6.

$$\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{затр}}}$$

$$A_{\text{затр}} - A_{\text{пол}} = Q_{\text{пот}} = A_{\text{затр}} (1 - \eta) = A_{\text{пол}} \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right)$$

$$A_{\text{пол}} = \lambda \cdot m = A_{\text{затр}}$$

$$Q_{\text{пот}} = C \cdot \Delta t$$

$$\lambda \cdot m \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right) = C \cdot \Delta t \Rightarrow \text{Изменение температуры } ^\circ\text{C и к.ч. двигателя.}$$

$$\Delta t = \frac{\lambda \cdot m (1 - \eta)}{C \cdot \eta} = \frac{330 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{с)} \cdot (1 - 0,4)}{1800 \text{ Дж/К} \cdot 0,4} = 6,6 \text{ К} = 6,6^\circ\text{C}$$

Ответ: воздух нагрелся на $6,6^\circ\text{C}$.
N.8.

$$U_{AD} = I_1 \cdot R + (I_1 - I_x) r$$

$$U_{AD} = I_2 \cdot r + (I_2 + I_x) R \rightarrow$$

$$I_1(R+r) - I_x \cdot r = I_2(r+R) + I_x R \Rightarrow$$

$$I_1(R+r) = (I_2 + I_x)(r+R)$$

$$r+R \neq 0 \Rightarrow I_1 = I_2 + I_x$$

$$U_{BD} = (I_1 - I_x) r = I_x \cdot R + (I_2 + I_x) R$$

$$U_{BD} = (I_1 - I_x) r = I_x \cdot R + (I_2 + I_x) R$$

$$I_2 r = I_x \cdot R + (R + I_x) R$$

$$I_2 = I_x \left(\frac{R+R}{r-R} \right)$$

$$U_{AD} = I_2(r+R) + I_x \cdot R = (I_1 + I_2) R + (I_1 + I_2) R + (2I_2 + I_x) R$$

$$(r+R) I_x \cdot \frac{R+R}{r-R} + I_x \cdot R = I_x \left(2 \cdot \frac{R+R}{r-R} + 1 \right) R$$

$$(r+R) \frac{R+R}{r-R} + R = \left(2 \cdot \frac{R+R}{r-R} + 1 \right) R$$

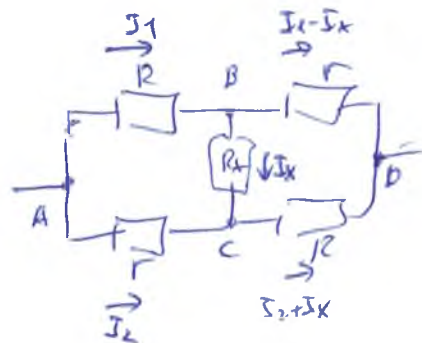
$$\frac{0,5}{2,5} \cdot R - \frac{0,5}{2,5} \cdot 4,5 + 4,5 = -\frac{2}{2,5} R^2 - \frac{2}{2,5} \cdot 4,5 + R$$

$$0,8 R^2 + \frac{9}{2,5} R - \frac{0,5}{2,5} R - R = \frac{0,5}{2,5} \cdot 4,5 - 4,5$$

$$0,8 R^2 = 4,5 \left(\frac{0,5}{2,5} - 1 \right) = -4,5 \cdot \frac{2}{2,5} = -3,6$$

$$R = \sqrt{\frac{3,6}{0,8}} = 2,25 \text{ } \Rightarrow R = 3 \text{ } \Omega$$

Ответ: $R_x = 3 \text{ } \Omega$





Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр ЕН-29/1-10-56

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Мит 7

№ 7.

Отметим за C точку вершины каната BC (или DE)

Ведущая — l ; $BD = \pi R$ $\Rightarrow$ $BC = DE = \frac{l - \pi R}{2}$

Воспользуемся методом виртуальных перемещений
и возьмем малый кусочек каната массой dm и переместим
его на левую часть каната за т. E .

Работа перемещения равна:

$$A = dm \cdot g \cdot h = dm \cdot g \left(\Delta h + \frac{l - \pi R}{2} \right)$$

$$\Delta h = \frac{R\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A = \frac{dm \cdot g}{2} (l - \pi R + \sqrt{2} R)$$

Если канат переместим каната в т. A совершим работу

$$A_A = T_A \cdot ds, \text{ где } ds - \text{длина куска } dm. \text{ Тогда } \frac{m}{l} = \frac{dm}{ds};$$

Тогда т. A переместим, то $A = A_A \Rightarrow$

$$\frac{dm \cdot g}{2} (l - \pi R + \sqrt{2} R) = T_A \cdot ds$$

$$T_A = \frac{mg}{2l} (l - \pi R + \sqrt{2} R)$$

подставим значение

$$T_A = \frac{200 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 1,2} (1,2 - 3,14 \cdot 0,05 + 1,41 \cdot 0,05) \approx 9,1 \text{ Н}$$

Ответ: $T_A \approx 9,1 \text{ Н}$

