

Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Ю-Ю-10-161

шиф

| Задание | 1            | 2             | 3                                           | 4              | 5   | 6    | 7               | 8    | Всего |
|---------|--------------|---------------|---------------------------------------------|----------------|-----|------|-----------------|------|-------|
| Баллы   | <del>1</del> | <del>24</del> | <del><math>\frac{\sqrt{19}}{2}</math></del> | <del>250</del> | 250 | 1576 | $\frac{12}{13}$ | 1,85 |       |

9 13  
Вариант 1

10 10 15 15 (72)

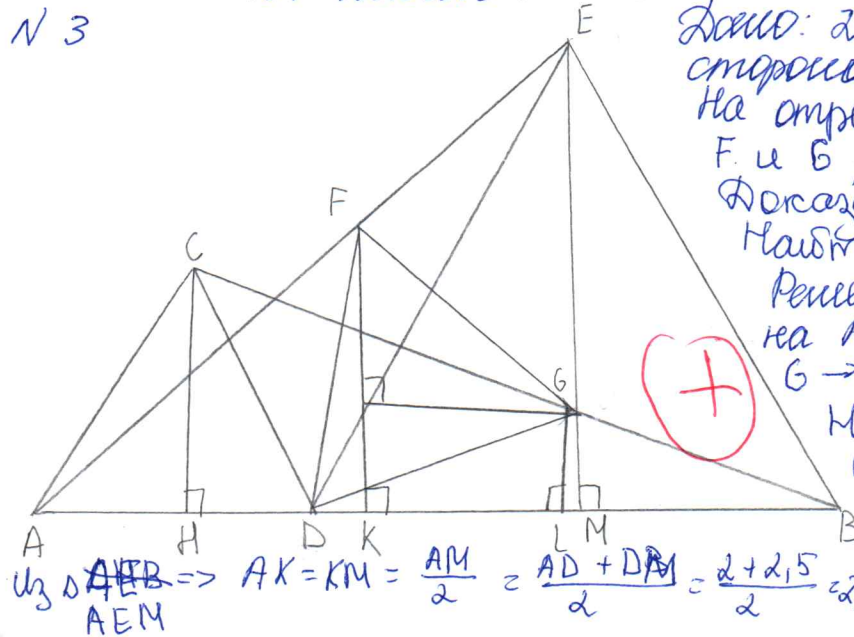
XUN

N2.

Пусть в кружке «О.м.» («олимпиадная математика») занимается  $x$  ребят, а в кружке «Р.б.» («робототехника»)  $y$  ребят, тогда в 2-х кружках:  $x+y \geq 30$ . Запишем условие задачи в виде 2-х неравенств:  $\begin{cases} x-2 > 3y \\ 3x < 2y+60 \end{cases}$  I  
 $x-2 > 3y \Rightarrow 3x-6 > 9y \Rightarrow 3x > 9y+6$   
Теперь с учетом 2-го неравенства можно составить двойное неравенство  $9y+6 < 3x < 2y+60 \Rightarrow 9y+6 < 2y+60 \Rightarrow 7y < 54 \Rightarrow y < \frac{54}{7} = 7\frac{5}{7} \Rightarrow$  это  $y$  может равняться 7, тогда  $x \geq 30-y \Rightarrow x \geq 30-7 \Rightarrow x \geq 23$ ; возьмем  $x=23, y=7$  и проверим I неравенство:  $23-2 > 21$  { неравенство не выполняется }  
тогда в условии  $x+y \geq 30$  подставим  $x+y=31$ , а т.к.  $y=7$ , то  $x=24$  проверим неравенства:  $\begin{cases} x-2 > 3y \\ 3x < 2y+60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 24-2 > 3 \cdot 7 - \text{верно} \\ 3 \cdot 24 < 2 \cdot 7 + 60 - \text{верно} \end{cases}$  { условие задачи выполнено, следовательно в кружке «олимпиадная математика» занимается 24 школьника. }  
Ответ: 24 школьника.

N3

Дано: 2 равнобедренных  $\Delta$ :  $\Delta ACD$  со сторонами  $=2$ , и  $\Delta BED$  со сторонами  $=5$ . На отрезках  $AE$  и  $CB$  отметили точки  $F$  и  $G$ , так что  $AF=FE$  и  $CG=GB$ . Доказать, что  $\Delta DFG$  - равнобедренный. Найти: длину стороны  $\Delta DFG$ .  
Решение: опустим перпендикуляры на  $AB$  из точек  $C \rightarrow m.H$ ;  $F \rightarrow m.K$ ,  $G \rightarrow m.L$ ;  $E \rightarrow m.M$ .  
Найдем расстояние между точками  $AH=HD=1$ ; Из  $\Delta CHB \Rightarrow HL=LB=\frac{HB}{2}=\frac{HD+DB}{2}=\frac{1+5}{2}=3$ ;  $GL=\frac{CH}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;  $m.k. CH=\sqrt{3}$ ;  $FK=\frac{EM}{2}=\frac{5\sqrt{3}}{4}$ , м.к.  
Из  $\Delta AFB \Rightarrow AK=KM=\frac{AM}{2}=\frac{AD+DM}{2}=\frac{2+2,5}{2}=2,25$   $EM=\frac{5\sqrt{3}}{4}$ .



$DK = AK - AD = 2,25 - 2 = 0,25 = \frac{1}{4}$ ;  $LM = BL - MB = 3 - 2,5 = 0,5 = \frac{1}{2}$ ;  
 $KL = DM - DK - LM = 2,5 - 0,25 - 0,5 = 1,75 = \frac{7}{4}$ ; В  $\triangle DFG$  каждая сторона; ~~для~~  
 для этого из м. G опустим  $\perp$  на  $FK = T$ .

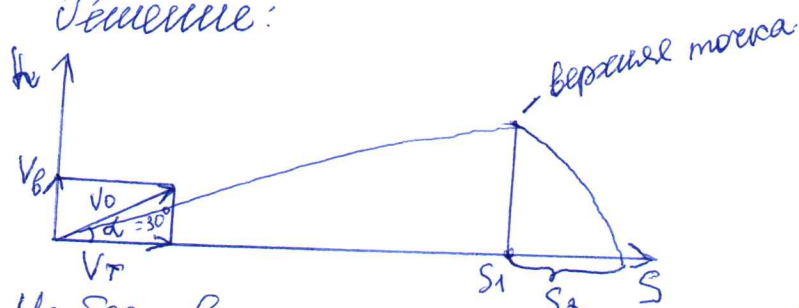
$$\begin{aligned}
 DG &= \sqrt{DL^2 + LG^2} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{4 + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{19}{4}} = \frac{\sqrt{19}}{2} = GD \\
 FD &= \sqrt{DK^2 + KF^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{75}{16}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 19}{4 \cdot 4}} = \frac{\sqrt{19}}{2} = FD \\
 FG &= \sqrt{DF^2 + OF^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{75}{16}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 19}{4 \cdot 4}} = \frac{\sqrt{19}}{2} = FG \Rightarrow \\
 &= \sqrt{\left(\frac{7}{4}\right)^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{49}{16} + \left(\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{49 + 27}{16}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 19}{4 \cdot 4}} = \frac{\sqrt{19}}{2} = FG \Rightarrow \\
 \triangle DFG - \text{равносторонний.}
 \end{aligned}$$

м.к  $FG = GD = DF = \frac{\sqrt{19}}{2}$  Ответ:  $\frac{\sqrt{19}}{2}$

N5.

Дано:  
 $V_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$   
 $\alpha = 30^\circ$   
 $g_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$   
 $S = 5,196 \text{ м}$   
 $g_a = ?$

Решение:



Найдем вертикальную и горизонтальную составляющие.

$$V_0 = V_r = V_0 \cdot \cos 30^\circ = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}} \checkmark$$

$$V_b = V_0 \cdot \sin 30^\circ - g t = 10 \cdot \frac{1}{2} - 10 \cdot t = 5 - 10t = 0 \Rightarrow t = 0,5 \checkmark$$

м.е. время подъема до верхней точки  $t = 0,5 \text{ с}$ .

$$S_1 = V_r \cdot t = 5\sqrt{3} \cdot 0,5 = 2,5 \cdot \sqrt{3} \approx 2,5 \cdot 1,732 \approx 4,33$$

$$S_2 = S - S_1 = 5,196 - 4,33 = 0,866 \text{ м. } h = V_0 \cdot \sin 30^\circ \cdot t - \frac{g t^2}{2} = 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,5 - \frac{10 \cdot 0,5^2}{2}$$

$$= 2,5 - 1,25 = 1,25 \text{ м. } t_2 = \frac{S_2}{V_r} = \frac{0,866}{5\sqrt{3}} = \frac{0,866}{8,66} = 0,1 \checkmark$$

$$h = 1,25 \text{ за } t_2 = 0,1 \text{ с.}$$

$$\text{Ответ: } 250 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \quad h = \frac{g a t^2}{2} \Rightarrow g_a = \frac{2h}{t^2} = \frac{2 \cdot 1,25}{(0,1)^2} = \frac{2,5}{0,01} = 250 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \checkmark$$

N6.

Дано:  
 $W = \sigma \cdot T^4$   
 $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$   
 $L = 0,5 \text{ м}$   
 $D = 2 \text{ мм} = 0,002 \text{ м}$   
 $V = 220 \text{ В}$   
 $I = 5 \text{ А}$   
 $T = ?$

Решение:

максимальной температуры  $T$ , которой может достигнуть проводка излучение в том случае, когда количество излучаемой энергии будет равно количеству подводимой энергии. Для этого запишем уравнение:  $V \cdot I = W \cdot S$  - кал-во излучаемой

$$\sigma \cdot T^4 \cdot S = I \cdot V \Rightarrow T^4 = \frac{I \cdot V}{\sigma \cdot S} \Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{I \cdot V}{\sigma \cdot S}}$$

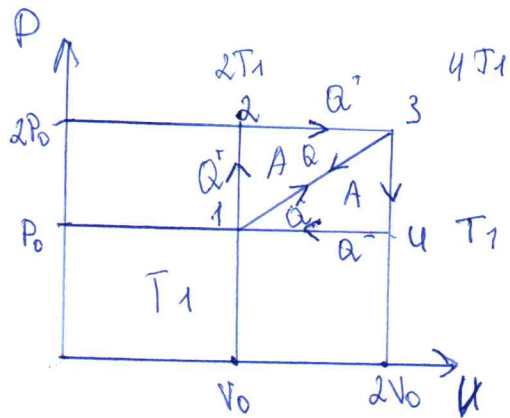
$$= \sqrt[4]{\frac{5 \text{ А} \cdot 220 \text{ В}}{5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4} \cdot \pi \cdot d \cdot L}} = \sqrt[4]{\frac{1100 \cdot 10^8}{5,67 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5}} [\text{К}^4] =$$

$$= \sqrt[4]{\frac{1100 \cdot 10^{15}}{567 \cdot 314}} = \sqrt[4]{\frac{1100 \cdot 10^{12}}{178}} \approx 10^3 \cdot \sqrt[4]{6,178} \approx$$

$$\approx 10^3 \cdot 1,576 = 1,576 \cdot 10^3 = 1576^\circ \text{ К.} \checkmark$$

Ответ:  $1576^\circ \text{ К}$ .

N7.



$$T_2 = 2T_1$$

$$T_3 = 4T_1$$

$$T_4 = 2T_1$$

$$VRT_1 = P_0 V_0$$

$$\eta_{123} = \eta_1$$

$$A_{1231} = A_{1341} = A = \frac{1}{2} P_0 V_0$$

$$y_1 = \frac{A}{Q_{12} + Q_{23}} = \frac{0,5 P_0 V_0}{1,5 P_0 V_0 + 5 P_0 V_0}$$

$$Q_{12} = 1,5 V R T_1$$

$$Q_{23} = 1,5 V R \cdot 2T_1 + 2 P_0 V_0 = 3 P_0 V_0 + 2 P_0 V_0 = 5 P_0 V_0$$

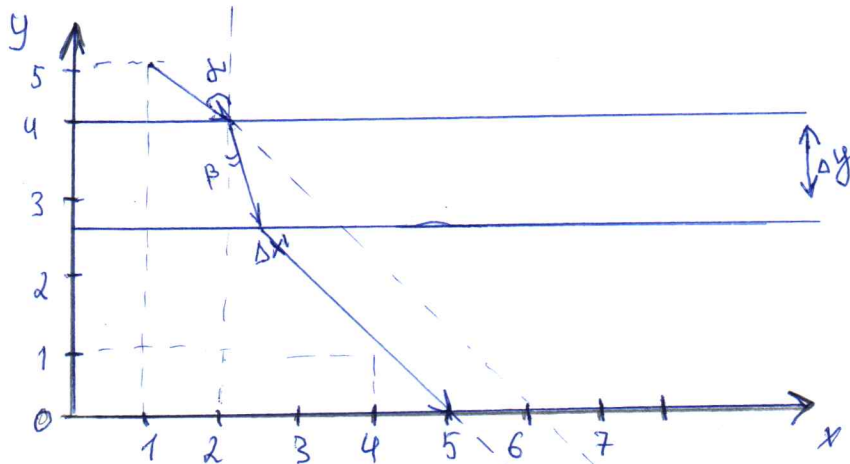
$$y_1 = \frac{0,5 P_0 V_0}{6,5 P_0 V_0} = \frac{1}{13}$$

$$y_2 = \frac{A}{Q_{13}} = \frac{0,5 P_0 V_0}{6 P_0 V_0} = \frac{1}{12} \quad \eta_{1231} = \frac{1}{13} \cdot \frac{12}{1} = \frac{12}{13}$$

$$Q_{13} = P_0 V_0 + 0,5 P_0 V_0 + 1,5 V R \cdot 3T_1 = 1,5 P_0 V_0 + 4,5 P_0 V_0 = 6 P_0 V_0$$

Answer:  $\frac{12}{13}$

N8.



$$\tan \beta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} \Rightarrow \Delta x = \sqrt{\frac{2}{7}} \Delta y$$

$$1 + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} \Delta y = \Delta y$$

$$1 = \Delta y \left( 1 - \sqrt{\frac{2}{7}} \right)$$

$$\Delta y = \frac{1}{1 - \sqrt{\frac{2}{7}}} \approx 2,15 \Rightarrow \text{нужная парусная} \approx 1,85$$

Answer: 1,85

$$\sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \beta \approx 28,125^\circ$$

$$\frac{\Delta x + \Delta x'}{\Delta y} = \tan \alpha' = 1$$

$$\Delta x + \Delta x' = \Delta y \quad \Delta x = 1 \quad (\text{no pacyency})$$

$$\frac{\Delta x'}{\Delta y} = \tan \beta$$

$$\tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{3}{\sqrt{7}}$$

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$$

$$\frac{2}{9} + \cos^2 \beta = 1$$

$$\cos^2 \beta = \frac{7}{9}$$

