

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 55-10-5

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	13	2	10	10	15	4	77

Вариант 1

1. $\frac{80!}{10^{80}}$, где $80! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 79 \cdot 80$.

В промежутке от 1 до 80 делится на 5 16 чисел. Числа 25, 50, 75 делится на 5 ещё 2 раза. Значит, число 5 содержится 19 раз.

$80:2 = 40$ разок в числе $80!$ (т.к. каждый второй множитель чётное число).

$80:4 = 20$ разок (т.к. каждое четвёртое число делится на 2 два раза)

$80:8 = 10$ разок в числе $80!$

$80:16 = 5$ разок

Так же каждое 32-е число делится на 2 пять раз, значит будет ещё 2 разок в $80!$. И каждое 64-е число делится на 2 шесть раз, значит ещё 1 разок. Итого:

$$40 + 20 + 10 + 5 + 2 + 1 = 78 \text{ разок}$$

$$10^{80} = 5^{80} \cdot 2^{80}$$

$$80! = 5^{19} \cdot 2^{78} \quad \left. \vphantom{80!} \right\} \Rightarrow \frac{5^{19} \cdot 2^{78}}{5^{80} \cdot 2^{80}} = \frac{1}{5^{61} \cdot 2^2} \Rightarrow 4 \cdot 5^{61}$$

Ответ: $4 \cdot 5^{61}$

5. Дано:

$$\alpha = 30^\circ$$

$$v_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$S = 5,196 \text{ м}$$

га-?

Решение:

$$x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t - \text{го анамним}$$

$$x = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot t = 5\sqrt{3} t$$

$$y = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{1}{2} \cdot t - \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot t^2}{2} = 5t - 5t^2 = t(5-5t) =$$

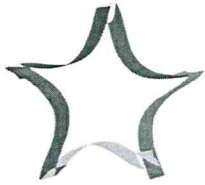
$$v_x = v_0 \cdot \cos \alpha, \quad v_y = v_0 \cdot \sin \alpha - gt$$

$$v_x = 5\sqrt{3}; \quad v_y = 5 - 10t$$

Для верхней точки полета:

$$t_0 = 0,5 \text{ с}; \quad x_0 = 2,5\sqrt{3}; \quad y_0 = 1,25 \text{ м}$$

Продолжение следует



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 55105

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

5. $\begin{cases} S = X_0 + v_0 t = 2,5\sqrt{3} + 5\sqrt{3}t \\ y = 0 = y_0 - \frac{g t^2}{2} = 1,25 - \frac{g t^2}{2} \end{cases}$ - внутри автомобиля

$$\frac{g t^2}{2} = 1,25 ; \quad 2,5\sqrt{3} + 5\sqrt{3}t = 5,196 \Rightarrow t = \frac{5,196 - 2,5\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} \approx 0,1 \text{ с}$$

$$\Downarrow$$

$$g_a = \frac{2 \cdot 1,25}{t^2} = \frac{2 \cdot 1,25}{(0,1)^2} = 250 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Ответ: $250 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

6. Дано:

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot \text{К}^4}$$

$$L = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$$

$$D = 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$U = 220 \text{ В}$$

$$I = 5 \text{ А}$$

$T = ?$

Решение:

$$P = U \cdot I - \text{мощность тока}$$

$$P = W \cdot S = \sigma T^4 L \cdot \pi D - \text{мощность теплового излучения}$$

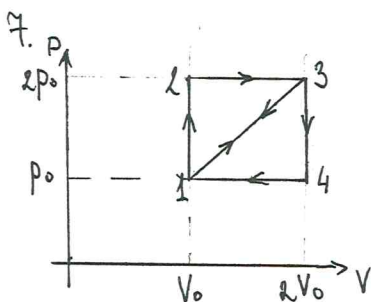
Из данных ~~формулы~~ формулы:

$$U \cdot I = \sigma T^4 L \cdot \pi D$$

$$\sigma T^4 L = \frac{UI}{\pi D} ; \quad T^4 = \frac{UI}{\pi D \cdot \sigma L} ; \quad T = \sqrt[4]{\frac{UI}{\pi D \cdot \sigma L}}$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{220 \cdot 5}{3,14 \cdot 0,5 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}}} \approx 1576 \text{ К}$$

Ответ: 1576 К



Для цикла 1-2-3-4-1:

$$A'_1 = \frac{1}{2} p_0 V_0, \text{ где } A'_1 - \text{работа газа}$$

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{23} = Q_{12} = \Delta U_{123} ; \quad Q_{23} = A'_{123}$$

$$Q_1 = \Delta U_{123} + A'_{123} = \frac{3}{2} (4 p_0 V_0 - p_0 V_0) + 2 p_0 V_0$$

$$\eta_{123} = \frac{A'_1}{Q_1}$$

Для цикла 1-3-4-1:

$$A'_2 = \frac{1}{2} p_0 V_0$$

Программа не нужна.

$$7. Q_2 = Q_{13}; Q_{13} = \Delta U_{13} + A'_{13} = \frac{3}{2}(4p_0V_0 - p_0V_0) + 1,5p_0V_0$$

55-10-5

$$Q_2 = \Delta U_{13} + A'_{13}$$

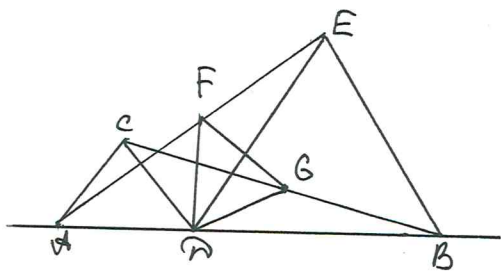
$$\eta_{134} = \frac{A'_{12}}{Q_2}$$

$$\frac{\eta_{134}}{\eta_{123}} = \frac{A'_{12}}{Q_2} \cdot \frac{Q_1}{A'_{11}} = \frac{\frac{1}{2}p_0V_0}{\frac{3}{2}(4p_0V_0 - p_0V_0) + 1,5p_0V_0} \cdot \frac{\frac{3}{2}(4p_0V_0 - p_0V_0) + 2p_0V_0}{\frac{1}{2}p_0V_0} =$$

$$= \frac{\frac{3}{2}(4p_0V_0 - p_0V_0) + 2p_0V_0}{\frac{3}{2}(4p_0V_0 - p_0V_0) + 1,5p_0V_0} = \frac{6,5p_0V_0}{6p_0V_0} = \frac{6,5}{6} \approx 1,08$$

Ответ: 1,08

3.



Дано: $\triangle ACD$ и $\triangle BED$ - равнобедренные,
 $AC = 2$ см, $BE = 5$; $AF = EF$, $CG = BG$

Найти: DF

Решение: $\triangle DFG$ - равнобедренный

Решение: $\triangle ADE$ и $\triangle CDB$:

$$DE = DB \text{ (м.к. } \triangle BED - \text{п/с)}$$

$$AD = CD \text{ (м.к. } \triangle ACD - \text{п/с)}$$

$$\angle ADE = \angle CDB = \angle CDE + 60^\circ \text{ (} \angle CDE = 180^\circ - \angle ADC - \angle BDE = 60^\circ \text{)} = 120^\circ$$

Итак, $AE = BC \Rightarrow DF = DG$ (как медианы $\triangle ADE = \triangle CDB$). $\Rightarrow \angle ADF = \angle CDB$

$$\angle ADF = \angle ADC + \angle CDF = 60^\circ + \angle CDF$$

$$\angle CDB = \angle CDE + \angle EDG = 60^\circ + \angle EDG$$

$$\angle FDG = \angle FDE + \angle EDG = \angle FDE + \angle CDF = 60^\circ \Rightarrow \triangle FDG - \text{равнобедренный. итд.}$$

Решение: $\triangle CDB$: по м-е косинусов: $CB^2 = CD^2 + BD^2 - 2CD \cdot BD \cdot \cos \angle ADE$

$$CB^2 = 2^2 + 5^2 - 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 29 + 10 = 39; CB = \sqrt{39}$$

Из формулы для вычисления медианы треугольника:

$$DG = \frac{1}{2} \sqrt{2DE^2 + 2DB^2 - BC^2} = \frac{1}{2} \sqrt{2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 5^2 - 39} = \frac{\sqrt{19}}{2}$$

Ит.к. $\triangle FDG$ - равнобедренный (по гор-му), то $DG = GF = DF = \frac{\sqrt{19}}{2}$

Ответ: $\frac{\sqrt{19}}{2}$

4. Рассмотрим любую генетическую X и ее аллели M, N . Не все генотипы - булевы или бинарные, однако из них, образуя единичные генотипы Y , которые не взаимодействуют с булевыми M , и генотипом Z , который не взаимодействует с Y .

4. Выходя из точки (X, Y) есть обходный путь Р.

Указание: группа детей, кроме M, N, P у дежурной нем. На трёх ~~трёх~~ детей приходится 80 дежурной, значит тоже бы у одного было не менее $\frac{2}{3} \cdot 80$ (это не менее 54). Следовательно, найдется день, у которого тоже бы 54 выхода (в том числе и выход).

2. Пусть x - кол-во школьников в "В.м.", y - кол-во школьников в "Р.б.". По условию: в группе кружка более 29 ребят. Значит:

$$x + y > 29$$

Кол-во школьников в 1-й группе, увеличенное на 2, более чем в 3 раза превышает кол-во школьников во 2-й группе: $x - 2 > 3y$

Увеличение кол-во участников в 1-й группе превышает удвоенное кол-во участников 2-й группы, но менее чем на 60: $3x - 2y < 60$

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y > 29 \\ x - 2 > 3y \\ 3x - 2y < 60 \end{cases}$$

Сложим первые два уравнения:

$$\Rightarrow x + x + y - 2 > 29 + 3y; \quad 2x - 2y > 31 \quad | :2$$

$$x - y > 15,5$$

Из уравнений $x + y > 29$ и $x - y > 15,5$ пусть $x + y = 30$, $x - y = 16$

Сложим эти два у-я, получим $2x = 46 \Rightarrow x = 23$; $y = 30 - 23 = 7$.

$$\begin{cases} 23 + 7 > 29 \quad \checkmark \\ 23 - 2 > 3 \cdot 7 \quad \times \quad (21 < 21) \\ 3 \cdot 23 - 2 \cdot 7 < 60 \quad \checkmark \end{cases}$$

Тогда увеличим: $\begin{cases} x + y = 31 \\ x - y = 17 \end{cases}; x = 24; y = 7$

$$\begin{cases} 24 + 7 > 29 \quad \checkmark \\ 24 - 2 > 3 \cdot 7 \quad \checkmark \\ 3 \cdot 24 - 2 \cdot 7 < 60 \quad \checkmark \end{cases}$$

Все условия выполнены, НО проверим:

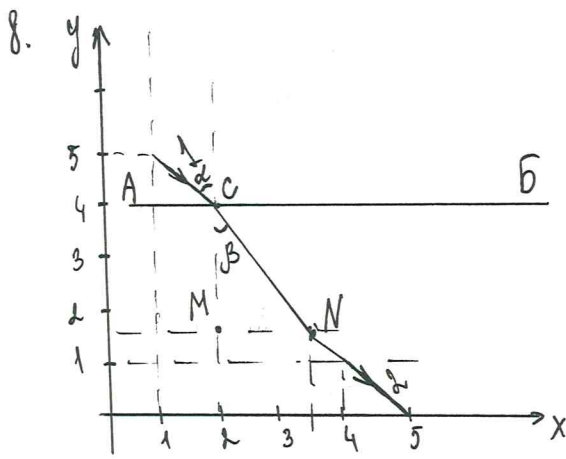
$$\text{пусть } \begin{cases} x + y = 32 \\ x - y = 18 \end{cases}; x = 25; y = 7$$

$$\begin{cases} 25 + 7 > 29 \quad \checkmark \\ 25 - 2 > 3 \cdot 7 \quad \checkmark \\ 3 \cdot 25 - 2 \cdot 7 < 60 \quad \times \quad (61 < 60) \end{cases}$$

Значит $x = 25$ не подходит

Следовательно, 24 школьника занимаются в кружке "В.м.мат."

Ответ: 24 школьника



$$n = \frac{\sin d}{\sin \beta} = 1,5$$

My прапрана: $d = 45^\circ$ $\Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin 45^\circ}{1,5} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1,5} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

В-м CMN: $\frac{MC}{CN} = \cos \beta$

My m-мe cмyгeб: $\frac{CN}{\sin 90^\circ} = \frac{MN}{\sin \beta} \Rightarrow CN = \frac{MN}{\sin \beta}$,
м.к. $\sin 90^\circ = 1$

По m-мe Пифагора: $CN^2 = CM^2 + MN^2$

$\left(\frac{CM}{\cos \beta}\right)^2 = CM^2 + MN^2$; $\left(\frac{CM}{\cos \beta}\right)^2 = CM^2 + (CN \sin \beta)^2$

$$\frac{9CM^2}{7} = CM^2 + \frac{8CM^2}{7} \cdot \frac{2}{9}$$

$$\frac{9CM^2}{7} = CM^2 + \frac{CM^2}{7} \cdot 2$$

$$\frac{9CM^2}{7} = CM^2 + \frac{2CM^2}{7} \quad | \cdot 7$$

$$9CM^2 = 7CM^2 + 2CM^2$$

$$9CM^2 = 9CM^2$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$