



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 77/5-11-07

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

N1

$$9\sqrt{2-\log_2 x} - 2|4\log_2 x - 7| \leq 9\log_2 x - 2|4\sqrt{2-\log_2 x} - 7|$$

$$x \leq 0$$

$$2 - \log_2 x < 0$$

$$\log_2 x > 2$$

$$x \leq 0$$

$$x > 4$$

$\Rightarrow x \in (-\infty; 0] \cup (4; +\infty)$ — невозможные значения.

Область допустимых значений: $x \in (0; 4]$

Пусть $\log_2 x = t$

$$9\sqrt{2-t} - 2|4t-7| \leq 9t - 2|4\sqrt{2-t} - 7|$$

$$9\sqrt{2-t} - 2|4t-7| - 9t + 2|4\sqrt{2-t} - 7| \leq 0$$

$$\begin{cases} 9\sqrt{2-t} - 2(4t-7) - 9t + 2(4\sqrt{2-t} - 7) \leq 0 & ① \\ 4t-7 \geq 0 \\ 4\sqrt{2-t} - 7 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9\sqrt{2-t} - 2(-(4t-7)) - 9t + 2(4\sqrt{2-t} - 7) \leq 0 & ② \\ 4t-7 < 0 \\ 4\sqrt{2-t} - 7 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9\sqrt{2-t} - 2(4t-7) - 9t + 2(-|4\sqrt{2-t} - 7|) \leq 0 & ③ \\ 4t-7 \geq 0 \\ 4\sqrt{2-t} - 7 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9\sqrt{2-t} - 2(-(4t-7)) - 9t + 2(-(-4\sqrt{2-t} - 7)) \leq 0 & ④ \\ 4t-7 < 0 \\ 4\sqrt{2-t} - 7 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 & 9\sqrt{2-t} - 8t + 14 - 9t + 8\sqrt{2-t} - 14 \leq 0 \quad |^{\wedge 2} \\
 & 81(2-t) - 64t^2 - 14^2 - 81t^2 + 64(2-t) - 14^2 \leq 0 \\
 & 162 - 81t - 64t^2 + 128 - 81t^2 - 64t \leq 0 \\
 & -145t^2 - 145t + 290 \leq 0 \\
 & 145t^2 + 145t - 290 \geq 0 ; 145t^2 + 145 - 290 = 0 \\
 & t = 1 \\
 & t = -290 \quad t \in [1; +\infty)
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} t \in [1; +\infty) \\ t \geq \frac{7}{4} \\ t \leq -\frac{17}{16} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 & 9\sqrt{2-t} - 2(-4t+7) - 9t + 2(4\sqrt{2-t} - 7) \leq 0 \\
 & 9\sqrt{2-t} + 8t - 14 - 9t + 8\sqrt{2-t} - 14 \leq 0 \quad |^{\wedge 2} \\
 & 81(2-t) + 64t^2 - 14^2 - 81t^2 + 64(2-t) - 14^2 \leq 0 \\
 & 162 - 81t + 64t^2 - 196 - 81t^2 + 128 - 64t - 196 \leq 0 \\
 & -17t^2 - 145 - 102 \leq 0 \\
 & 17t^2 + 145 + 102 \geq 0 \\
 & \cancel{17t^2 + 145 - 102}
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} t \in \left[\frac{-145 + \sqrt{145^2 - 6936}}{34}; +\infty \right) \\ t < \frac{7}{14} \\ t \leq \frac{17}{16} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 & 9\sqrt{2-t} - 8t + 14 - 9t + 2(-4\sqrt{2-t} + 7) \leq 0 \\
 & 9\sqrt{2-t} - 8t + 14 - 9t - 8\sqrt{2-t} + 14 \leq 0 \\
 & 9\sqrt{2-t} - 17t + 28 - 8\sqrt{2-t} \leq 0 \quad |^{\wedge 2} \\
 & 81(2-t) - 289t^2 + 784 - 64(2-t) \leq 0 \\
 & 162 - 81t - 289t^2 + 784 - 128 + 64t \leq 0 \\
 & -289t^2 - 17t + 818 \leq 0 \\
 & 289t^2 + 17t - 818 \geq 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \cancel{t \in \left[\frac{-289 + 7}{289 \cdot 2}; 17 + \sqrt{17^2} \right]} \\
 & \begin{cases} t \in \left[\frac{-17^2 + \sqrt{17^2 + 945608}}{289 \cdot 2}; +\infty \right) \\ t \geq \frac{7}{14} \\ t > -\frac{17}{16} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 9\sqrt{2-t} - 2(-4t+7) - 9t + 2(4\sqrt{2-t} + 7) \leq 0 \\
 & 9\sqrt{2-t} + 8t - 14 - 9t + 8\sqrt{2-t} + 14 \leq 0 \quad |^{\wedge 2} \\
 & 81(2-t) + 64t^2 - 14^2 - 81t^2 + 64(2-t) - 14^2 \leq 0 \\
 & 162 - 81t + 64t^2 - 81t^2 + 128 - 64t \leq 0 \\
 & -17t^2 - 145 + 290 \leq 0 \\
 & 17t^2 + 145 - 290 \geq 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} t \in \left[\frac{-145 + \sqrt{145^2 + 19720}}{34}; +\infty \right) \\ t < \frac{7}{4} \\ t > -\frac{17}{16} \end{cases}$$

$\sqrt{\text{CXP} 2}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 77/5-11-07

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№1 продолжение

$$\left\{ \begin{array}{l} t \in [-1; +\infty) ; \emptyset \\ t \in \left[\frac{-145 + \sqrt{145^2 - 6936}}{34} ; +\infty \right) ; t \in \left(-\infty ; -\frac{17}{16} \right] \\ t \in \left[\frac{-17^2 + \sqrt{17^2 + 945608}}{289 \cdot 2} ; +\infty \right) ; t \in \left[\frac{7}{4} ; +\infty \right) \\ t \in \left[\frac{-145 + \sqrt{145^2 + 19720}}{34} ; +\infty \right) ; t \in \left(-\frac{17}{16} ; \frac{7}{4} \right) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \emptyset \\ \emptyset \\ t \in \left[\frac{7}{4} ; +\infty \right) \Rightarrow t \in [1; +\infty) \Rightarrow t \geq 1 \\ t \in [1; \frac{7}{4}] \end{array} \right.$$

Опр. Замени : $\log_2 x \geq 1$
 $x \geq 2$

с учётом ОДЗ $x \in [0; 4] \Rightarrow x \in [2; 4]$

Ответ: $x \in [2; 4]$



N2

8

12

	с		с		с	с	с
с		с	с	с	с	с	с
	с		с		с		с
с		с		с		с	с
	с		с		с		с
с		с		с		с	с
	с		с		с		с
с		с		с		с	с
	с		с		с		с
с		с		с		с	с
	с		с		с		с
с		с		с		с	с
	с		с		с		с
с		с		с		с	

серые в шахматном порядке
черные и белые без разницы в
каком расположении на оставшихся
клетках

всего свободных : 48

всего нужных раскрасить

2^{48} - провери.
 в верхн. лев. кл.
 может быть 4 или 5
 или с, картинка
 перевернута

всего раскрасить : $3^{12 \cdot 8} = 3^{96}$

$$p = \frac{2^{48}}{3^{96}}$$

ответ: $p = \frac{2^{48}}{3^{96}}$

N3

$f(x) = ax^2 + (a+1)x + b$, $f(x) \geq 0 \forall x$ $2a+b+1 \min - ?$

$f(x) \geq 0 \forall x \Rightarrow D \leq 0$

$D = (a+1)^2 - 4ab$

$(a+1)^2 \leq 4ab$

$a, b \geq 0$ или $a, b \leq 0$

если $f(x) \geq 0 \forall x \Rightarrow a \geq 0 \Rightarrow b \geq 0$

$\frac{(a+1)^2}{a} \leq 4b$; $b \geq \frac{(a+1)^2}{4a}$

$2a + \underline{b} + 1 = \min$

$b \geq \frac{(a+1)^2}{4a}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 77/5-11-07

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

N3 продолжение

$$2a + \frac{(a+1)^2}{4a} + 1 = \min$$

$$\left(2a + \frac{(a+1)^2}{4a} + 1\right)' = \frac{9a^2 - 1}{4a^2}$$

$$\frac{9a^2 - 1}{4a^2} = 0 \quad ; \quad \begin{cases} 9a^2 - 1 = 0 \\ (3a - 1)(3a + 1) = 0 \end{cases}$$

$$a = \pm \frac{1}{3}, \text{ но } a \geq 0 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$b \geq \frac{\left(\frac{1}{3} + 1\right)^2}{4} \cdot 3 \quad ; \quad b \geq \frac{\left(\frac{1}{9} + \frac{2}{3} + 1\right) \cdot 3}{4}$$

$$b \geq \frac{\frac{1}{3} + 2 + 3}{4}$$

$$b \geq \frac{4}{3 \cdot 4} = \frac{4}{3}$$

Ответ: $\frac{4}{3}$



1005

N8

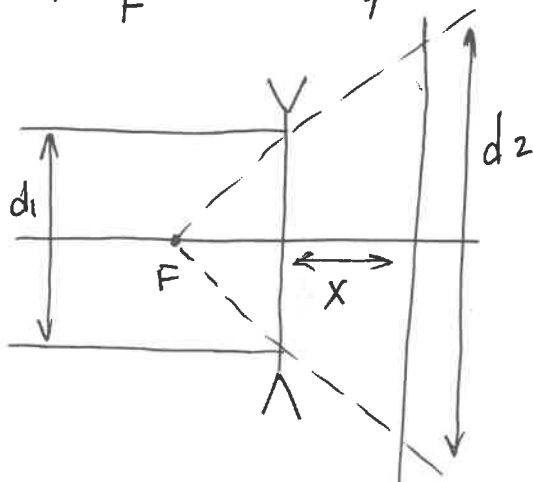
$$R_p = -4 R_{np}$$

$$d_1 = 5 \text{ cm}$$

$$d_2 = 20 \text{ cm}$$

$$R_c = ?$$

$$R_p = \frac{1}{F} \Rightarrow F = \frac{1}{-4} = -0,25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

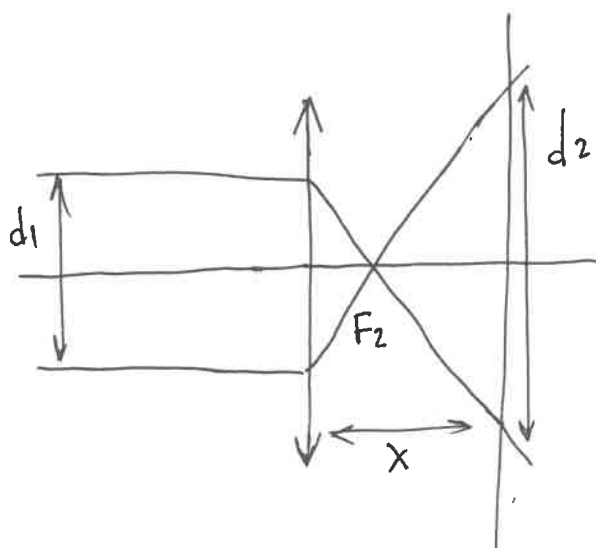


$$\frac{|F|}{d_1} = \frac{|F|+x}{d_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{d_1(|F|+x)}{|F|}$$

$$|F|+x = \frac{d_2 |F|}{d_1}$$

$$x = \frac{d_2 |F|}{d_1} - |F|$$



$$\frac{x - F_2}{d_2} = \frac{F_2}{d_1}$$

$$\frac{(x - F_2) |F|}{d_1(|F|+x)} = \frac{F_2}{d_1}$$

$$F_2 = \frac{d_1(x - F_2) |F|}{d_1(|F|+x)}$$

$$R_c = \frac{1}{F_2} = \frac{d_1(|F|+x)}{d_1(x - F_2) |F|} = \frac{d_1 |F| + d_1 x}{d_1 x - d_1 F_2}$$

$$R_c = 5(25 -$$

$$F_2 d_1(|F|+x) = d_1 |F| (x - F_2)$$

$$F_2 \cdot d_1 \cdot |F| + F_2 \cdot d_1 \cdot x = d_1 |F| \cdot x - d_1 |F| \cdot F_2$$

$$F_2 d_1 x + F_2 d_1 |F| + F_2 d_1 |F| = d_1 |F| \cdot x$$

$$F_2 d_1 x + 2 F_2 d_1 |F| = d_1 |F|$$

$$F_2 (d_1 x + 2 d_1 |F|) = d_1 |F|$$

$$F_2 = \frac{d_1 |F|}{d_1 x + 2 d_1 |F|}$$

$$R_c = \frac{1}{F_2}$$

$$R_c = \frac{d_1 x + 2 d_1 |F|}{d_1 |F|} =$$

$$= \frac{d_1 \left(\frac{d_2 |F|}{d_1} - |F| \right) + 2 d_1 |F|}{d_1 |F|}$$

$$R_c = \frac{5 \left(\frac{20 \cdot 25}{5} - 25 \right) + 2 \cdot 5 \cdot 25}{5 \cdot 25} = 5 R_{np}$$

Ответ: 5 Rnp [ср 6]



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 77/5-11-07

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

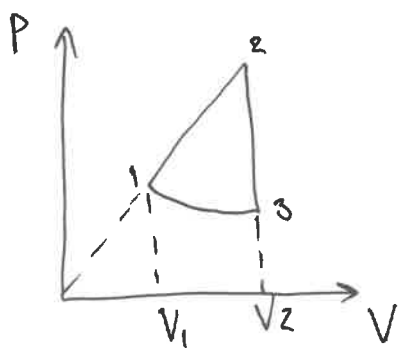
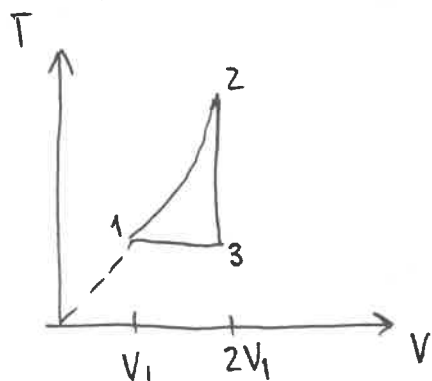
№

$$T = kV^2 \quad ; \quad A_{12} = 2,16 A_{31}$$

по 3. Менделеева-Клапейрона : $pV = \nu RT$

$$pV = kV^2 \nu R$$

$$p = k \nu R V$$



d - дифференциал
(малое приращение)

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} k \nu R V dV = k \nu R \frac{V^2}{2} \Big|_{V_1}^{V_2} =$$

$$= \frac{k \nu R}{2} (V_2^2 - V_1^2) = \frac{\nu R}{2} (T_2 - T_1)$$

$$A_{31} = \nu R T_1 \ln \frac{V_1}{V_2} = \nu R T_1 \ln \frac{1}{2} = \nu R k V_1^2 \ln \frac{1}{2}$$

$$\frac{k \nu R}{2} (4V_1^2 - V_1^2) = 2,16 (\nu R k V_1^2 \ln \frac{1}{2})$$

$$A_{12} = \frac{k \nu R}{2} \cdot 3V_1^2; \quad A_{31} = -\frac{k \nu R}{2 \cdot 2,16} \cdot 3V_1^2$$

$$A = \frac{k \nu R}{2} \cdot 3V_1^2 \left(1 - \frac{1}{2,16}\right)$$



077

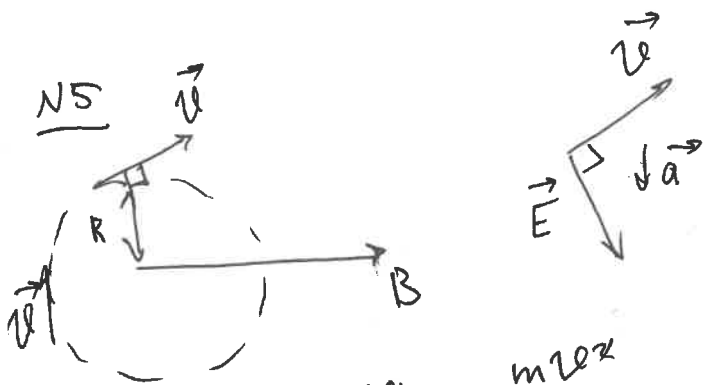
$$Q_+ = Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = \frac{3}{2} k \nu R V_1^2 + \frac{3}{2} \nu R T_2 - \frac{3}{2} \nu R T_1 = \frac{1}{2} k \nu R V_1^2 + \frac{3}{2} \nu R k \frac{4}{3} V_1^2 - \frac{3}{2} \nu R k V_1^2$$

$$Q_+ = \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \cdot 4 - \frac{3}{2} \right) k \nu R V_1^2 = 5 k \nu R V_1^2$$

$$\eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{\frac{29}{36} k \nu R V_1^2}{5 k \nu R V_1^2} \approx 0,16$$

$$A = \left(1 - \frac{1}{2,16} \right) \cdot \frac{3}{2} \cdot k \nu R V_1^2 = \frac{29}{36} k \nu R V_1^2$$

Ответ: $\eta = 0,16$



$$q \nu B = \frac{m \nu^2}{R}$$

$$R = \frac{m \nu}{q B}$$

$$t_1 = \frac{\pi R}{2 \nu}$$

$$m a = q E$$

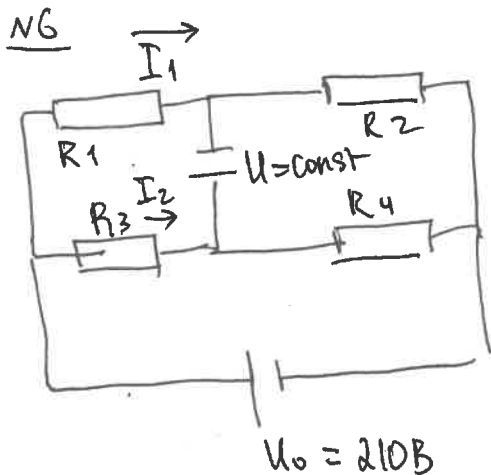
$$a = \frac{q E}{m}$$

$$R = \frac{v}{\omega} = \frac{v}{\frac{2\pi}{t_2}}; t_2 = \sqrt{\frac{R m}{q E}} = \sqrt{\frac{2 m^2 \nu}{q^2 B}}$$

$$t = t_1 + t_2 = \frac{\pi R}{2 \nu} + \sqrt{\frac{2 m^2 \nu}{q^2 B}}$$

проанализировав ответ задачи, и поняла, что он совсем зависит от скорости

Ответ: $t = \frac{\pi R}{2 \nu} + \sqrt{\frac{2 m^2 \nu}{q^2 B}}$



Ответ: $4 \cdot 10^{-3} \text{ Kн}$

$$\begin{aligned} C &= 200 \text{ мкФ} \\ R_1 &= 10 \text{ Ом} \\ R_2 &= 20 \text{ Ом} \\ R_3 &= 30 \text{ Ом} \\ R_4 &= 40 \text{ Ом} \\ U_0 &= 210 \text{ В} \\ q &= ? \end{aligned}$$

$$U_0 = I_1 (R_1 + R_2); I_1 = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$$

$$U_0 = I_2 (R_3 + R_4); I_2 = \frac{U_0}{R_3 + R_4}$$

$$I_1 R_1 + U = \frac{U_0 R_3}{R_3 + R_4} = I_2 R_3$$

$$\frac{U_0 R_1}{R_1 + R_2} + U = \frac{U_0 R_3}{R_3 + R_4}$$

$$q = |U| C = C U_0 \left| \frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right|$$

$$q = 200 \cdot 10^{-6} \cdot 210 \left| \frac{30}{30 + 40} - \frac{10}{10 + 20} \right| = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Кл}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

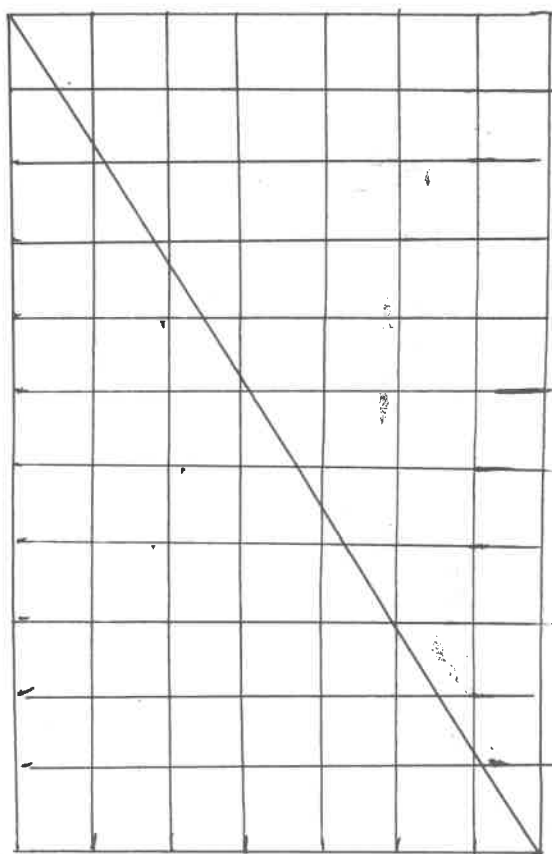
шифр 77/5-11-07

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

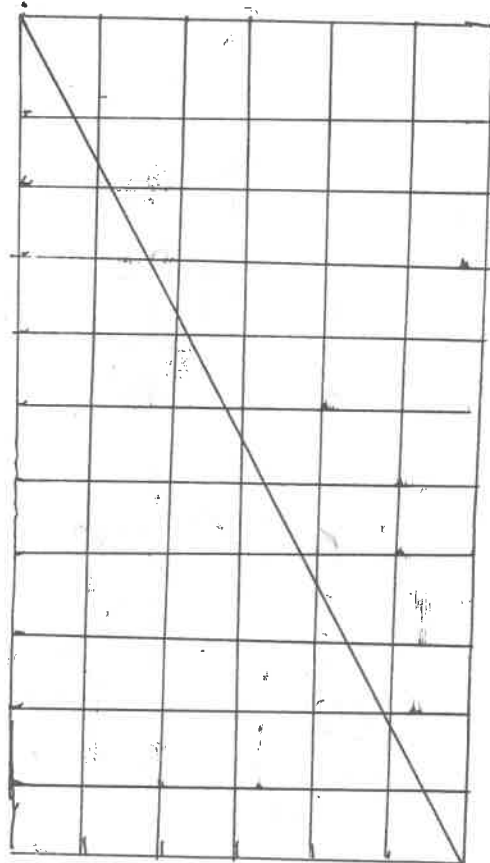
Вариант 1

№4

7

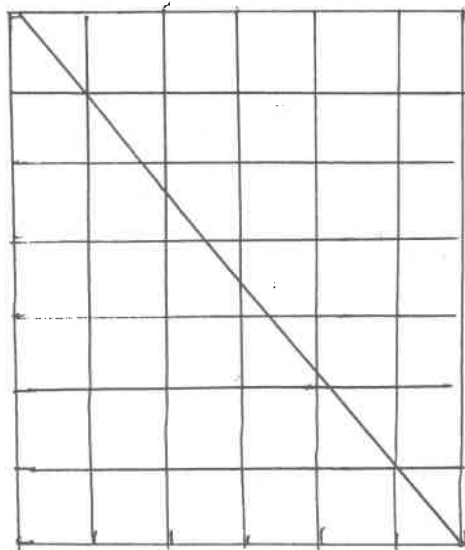


11



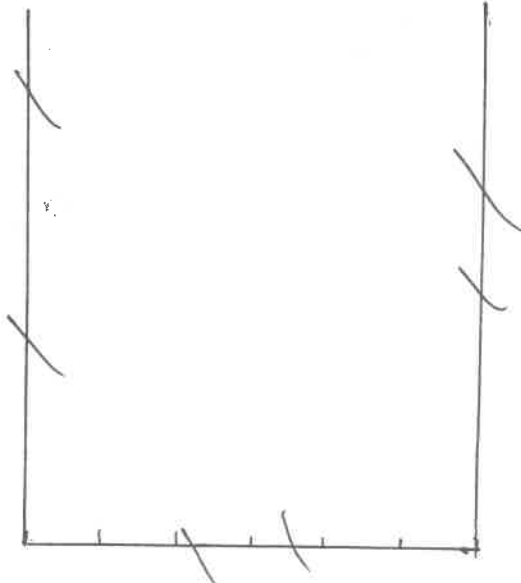
11

6

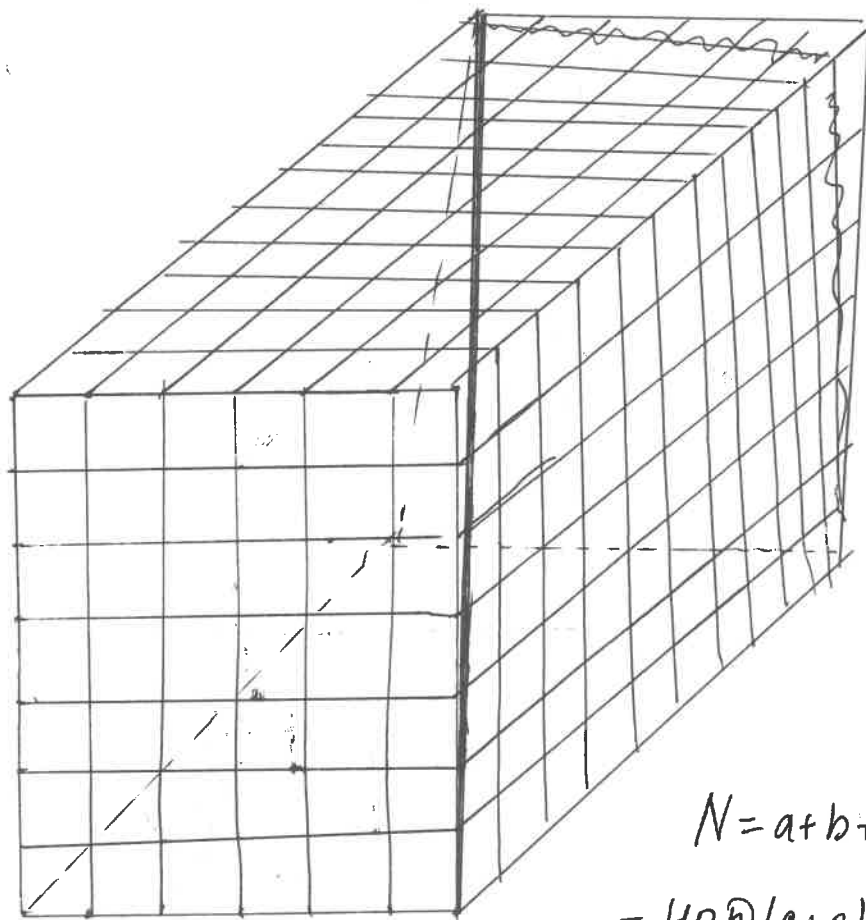


7

6



стр. 9



представим
столоний
параллелограмм

рассмотрим плоскость
параллельную основанию

$$7 \times 11$$

они разит диагональ
на 6 кусков

группы, также, на 7
и на 11

$$N = a + b + c - \text{НОД}(a; b) - \text{НОД}(b; c) - \text{НОД}(c; a) + \text{НОД}(a; b; c)$$

$$a = 6$$

$$b = 7$$

$$c = 11$$

$$\text{НОД}(6; 7) = 1$$

$$\text{НОД}(7; 11) = 1$$

$$\text{НОД}(11; 6) = 1$$

$$\text{НОД}(6; 7; 11) = 1$$

$$N = 6 + 7 + 11 - 1 - 1 - 1 + 1 = 24 - 3 + 1 = 22$$

Ответ: 22

№5 ~~применяя~~ реш. поочередно.

Дано:

m

q

$$h_1 = h_2 = h$$

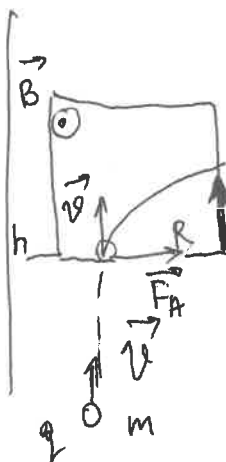
В.

E и U_B

$$t_1 \neq t_2 = 0$$

$$t_2 = ?$$

$$r = ?$$



$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

$$F_A = q U_B \sin 90^\circ = \frac{m v^2}{R}; R = \frac{m v^2}{q B}$$

$$F_z = q E$$

$$F = m g$$

$$r = t_1 + t_2$$

$$t_1 = \frac{T}{4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi m}{q B} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{m}{q B}$$

$$= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{m}{q B}$$

$$F_z = m a \Rightarrow a = \frac{q E}{m} = \text{const}$$

$$F_z = q E$$

$$R = v_{0y} t + \frac{a t^2}{2} \rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2R}{a}}$$

$$R = \frac{m v}{q B}; t_2 = \sqrt{\frac{2 q m v}{q E q B}}$$

$$t_2 = \frac{m}{q} \sqrt{\frac{2 v}{B E}}$$

ср 10