

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Решение

10-13-400

шифр 63-10-21

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	6	10	13	6	10	10	15	15	85

SW

Вариант 2

N1

$$7\sqrt{4-3x} - 3|2x-5| \leq 7x - 3|2\sqrt{4-3x} - 5|$$

$$7\sqrt{4-3x} - 3|2x-5| - 7x + 3|2\sqrt{4-3x} - 5| \leq 0$$

$$0 \leq 3: x \leq \frac{4}{3}$$

$$\begin{cases} 2 \cdot 4\sqrt{4-3x} - 3(2x-5) - 7x + 3(2\sqrt{4-3x} - 5) \leq 0 \\ 2x-5 \geq 0; 2\sqrt{4-3x} - 5 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in [1; +\infty) \\ x \geq \frac{5}{2}; x \leq -\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{4-3x} - 3(-(2x-5)) - 7x + 3(2\sqrt{4-3x} - 5) \leq 0 \\ 2x-5 < 0; 2\sqrt{4-3x} - 5 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{-565 + \sqrt{565^2 + 611}}{2}; +\infty) \cap x: \\ x < \frac{5}{2}; x \leq -\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7\sqrt{4-3x} - 3(2x-5) - 7x + 3(-(2\sqrt{4-3x} - 5)) \leq 0 \\ 2x-5 \geq 0; 2\sqrt{4-3x} - 5 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in [-\frac{21}{13}; +\infty) \\ x \geq \frac{5}{2}; x > -\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7\sqrt{4-3x} - 3(-(2x-5)) - 7x + 3(-(2\sqrt{4-3x} - 5)) \leq 0 \\ 2x-5 < 0; 2\sqrt{4-3x} - 5 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} [1; +\infty) \\ x < \frac{5}{2}; x > -\frac{3}{4} \end{cases}$$

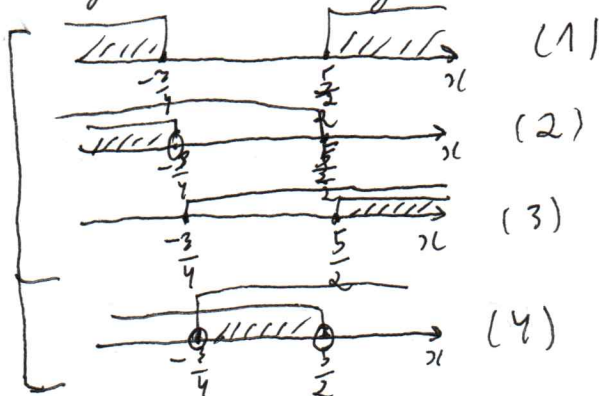
тоже решение!

(+)

найдем совокупности

$$\begin{cases} x \in [1; +\infty); x \geq \frac{5}{2}; x \leq -\frac{3}{4} & (1) \\ x \in \left[\frac{-565 + \sqrt{565^2 + 611}}{2}; +\infty\right); x < \frac{5}{2}; x \leq -\frac{3}{4} & (2) \\ x \in \left[-\frac{21}{13}; +\infty\right); x \geq \frac{5}{2}; x > -\frac{3}{4} & (3) \\ x \in [1; +\infty); x < \frac{5}{2}; x > -\frac{3}{4} & (4) \end{cases}$$

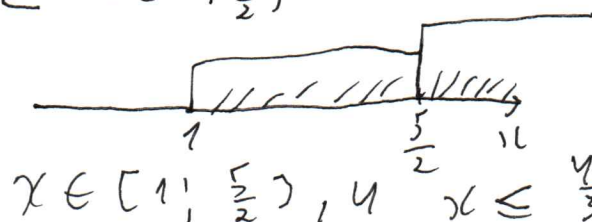
Найдем их обозначения



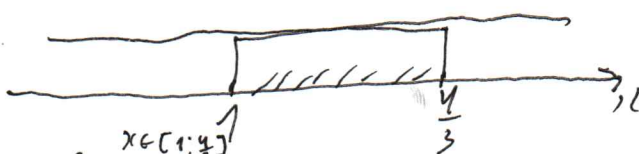
$$\begin{cases} x \in [1; +\infty); \emptyset \\ x \in [-\frac{565 + \sqrt{611 + 565}}{2}; +\infty); x \in (-\infty; -\frac{3}{4}) \\ x \in [-\frac{21}{18}; +\infty); x \in [\frac{5}{2}; +\infty) \\ x \in [1; +\infty); x \in [-\frac{3}{4}; \frac{5}{2}] \end{cases}$$

Найдем общие части.

$$\begin{cases} \emptyset \\ \emptyset \\ x \in [\frac{5}{2}; +\infty) \\ x \in [1; \frac{5}{2}) \end{cases}$$

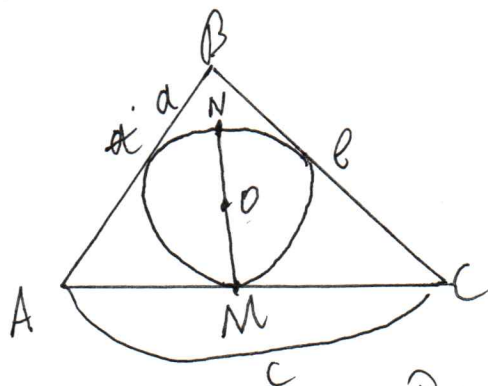


$$x \in [1; \frac{5}{2}), \text{ и } x \leq \frac{4}{3}$$



Ответ: $x \in [1; \frac{4}{3}]$

№2



Дано: $\triangle ABC$;

$$MN = 8$$

$$O \in \text{кр}(O; OM = r)$$

$$AB = a; BC = b; AC = c$$

Найти: $S_{\triangle ABC}$

проект d-перпендикуляр

Решение

1) Так как (по условию) сказано, что $AB = a; BC = b; AC = c$.
 $MN = 8$ — это диаметр вписанной окружности, то $AB = 8 + d; BC = 8 + d; AC = 8 + 3d$; и $r = \frac{S}{p}$; $S = \frac{P_{ABC}}{2}$; $P_{ABC} = 24 + 6d$, тогда

$$S = 12 + 3d; OM = \frac{MN}{2} = 4 = r$$

2) По формуле Герона:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$



*
$$S = \sqrt{(12+3d)(12+3d-8-d)(12+3d-8-2d)(12+3d-8-3d)}$$

$$= \sqrt{(12+3d) \cdot 3(4+d)(4+2d)(4+d) \cdot 4}$$

$$= 2\sqrt{6(4+d)^2(2+d)}$$

$$* 3) v = \frac{S}{p}; \quad y = \frac{2\sqrt{6(4+d)^2(2+d)}}{12+3d} \quad \left| \cdot \frac{12+3d}{2} \right|$$

63-10-21

2. $3(4+d) = \sqrt{6 \cdot (2+d)} \cdot (4+d)$

$6 = \sqrt{6(2+d)}$

$6^2 = \sqrt{6(2+d)}^2 \Rightarrow$ возведём в квадрат левую и правую часть

$36 = 12 + 6d$

$6d = 24 \quad | \cdot \frac{1}{6}$

$d = 4$



$S_{\triangle ABC} = 24 + 6 \cdot 4 = 24 + 24 = 48$

Ответ: $S_{\triangle ABC} = 48$

N3

$$\begin{cases} a + \frac{1}{b} = 4 \\ b + \frac{1}{c} = 1 \\ c + \frac{1}{d} = 4 \\ d + \frac{1}{a} = 1 \end{cases}$$

Найти: a, b, c, d

Решение

$a + \frac{1}{b} = 4$

$b + \frac{1}{c} = 1$

$c + \frac{1}{d} = 4$

$d + \frac{1}{a} = 1$

$= 4 - a$

$\frac{1}{c} = 1 - b$

$\frac{1}{d} = 4 - c$

$\frac{1}{a} = 1 - d$

$= \frac{1}{4-a}$

$c = \frac{1}{1-b}$

$d = \frac{1}{4-c}$

$\frac{1}{a} = \frac{1}{1-d}$

$\frac{1}{1-\frac{1}{4-a}} = 4 - \frac{1}{1-\frac{1}{c}} \left(1 - \frac{1}{c} \right)$

$\frac{1-\frac{1}{c}}{1-\frac{1}{4-a}} = 4 \left(1 - \frac{1}{c} \right) - 1 \left| \cdot \left(1 - \frac{1}{4-a} \right) \right|$

$\frac{1}{c} = \left(4 - \frac{4}{c} \right) \left(1 - \frac{1}{4-a} \right) - 1 + \frac{1}{4-a}$



$$1 - \frac{1}{c} = 4 - \frac{4}{4-c} - \frac{4}{c} + \frac{4}{c(4-c)} + \frac{1}{4-c} \cdot c$$

$$c - 1 = 4c - \frac{4c}{4-c} - 4 + \frac{4}{4-c} - 1 \cdot (4-c)$$

$$c(4-c) - 4 + c = 4c(4-c) - 4c - 4(4-c) + 4 - c(4-c) + c$$

$$4c - c^2 - 4 + c = 16c - 4c^2 - 4c - 16 - 4c + 4 - c(4-c) + c$$

$$4c - c^2 - 4 + c - 16c + 4c^2 + 4c + 16 + 4c - 4 = 0$$

$$-2c^2 + 8c - 8 = 0$$

$$-2(c^2 - 4c + 4) = 0$$

$$D = 0 \Rightarrow c = 2$$

Тогда

$$b = d = \frac{1}{2}; a = 2; \theta = \frac{1}{2}; \text{ Ответ: } a=2; c=2; \theta=\frac{1}{2}; d=\frac{1}{2}$$

Дано:

$$\eta = 0.5$$

$$m = 3 \text{ кг}$$

$$t_0 = 20^\circ \text{C}$$

$$\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$$

$$C = 150 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$$

$$\Delta T = ?$$

№

Решение

$$\eta = \frac{Q_{\text{н}} - Q_{\text{к}}}{Q_{\text{н}}} \cdot 100\%$$

$$\eta = \frac{Q_{\text{н}}}{Q_{\text{н}}} - \frac{Q_{\text{к}}}{Q_{\text{н}}}$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_{\text{к}}}{Q_{\text{н}}}; \frac{Q_{\text{к}}}{Q_{\text{н}}} = 1 - \eta$$

$$Q_{\text{к}} = \lambda m; Q_{\text{н}} = C m \Delta t;$$

$$C = c m;$$

$$\frac{C \Delta t}{\lambda m} = 1 - \eta; \Delta t = \frac{\lambda m}{(1 - \eta) C}$$

$$\Delta t = \frac{3.3 \cdot 10^5 \cdot 3}{0.5 \cdot 150 \cdot 10^3} = \frac{9.9 \cdot 10^2}{75} = \frac{990}{75} \approx 13.2^\circ \text{C}$$

$$\text{Ответ: } \Delta t = 13.2^\circ \text{C}$$

№2

Дано:

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$l = 2 \text{ м}$$

$$R = 0.1 \text{ м}$$

$$\angle AOB = 45^\circ = 2$$

$$T_A = ?$$

Решение

$$T_A \rightarrow A \rightarrow B$$

$$\frac{e}{2} - \frac{\pi R}{2} + R \sin 2$$

$$\frac{e}{2} - \frac{\pi R}{2} + R \sin 2$$

$$\frac{e}{2} - \frac{\pi R}{2} + R \sin 2$$

$$\frac{e}{2} - \frac{\pi R}{2} + R \sin 2$$

Воспользуемся методом виртуального переноса. Перенесем канат из т. В в т. А на малую величину δx .

Такой перенос будет эквивалентен, если мы изменим форму каната. Длины в к, ~~определим~~ перенесем отмерим отрезками каната. Перенесем все в верхнюю часть. *



* Работа такого переключения каната, будет равна работе σ_k :

$$\sigma_k = \sigma_{mg} \left(\frac{e}{2} - \frac{\pi R}{2} + 2 \sin \alpha \right) \quad 63-10-21$$

Так как канат однородный, то

$$\frac{\sigma_{mg}}{\sigma_k} = \frac{mg}{e} \Rightarrow$$

$$T_A = \frac{mg}{e} \left(\frac{e}{2} - \frac{\pi R}{2} + 2 \sin \alpha \right) \quad \checkmark$$

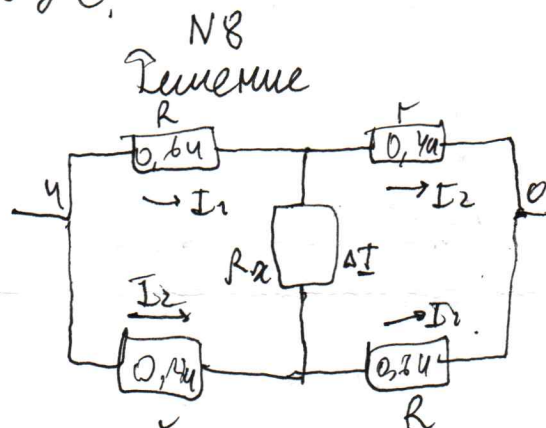
$$T_A = \frac{1 \cdot 10}{2} \left(\frac{2}{2} - \frac{3,14 \cdot 0,1}{2} + 0,1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) =$$

$$= 5 (1 - 0,157 + 0,1 \cdot 0,707) = 5 \cdot (1 - 0,157 + 0,0707) =$$

$$= 5 \cdot 0,9137 = 4,5685 \text{ кН} \approx 4,6 \text{ кН}$$

Ответ: $T_A \approx 4,6 \text{ кН}$.

Дано:
 $R = 16 \text{ Ом}$
 $r = 4 \text{ Ом}$
 $R_x = ?$
 $R_{10} = ?$



$$1) P_0 = \frac{U}{I_1 + I_2}$$

$$U - (\varphi - U) = \Delta I R_{10}$$

$$I_1 = \frac{U - \varphi}{R_{10}}$$

$$I_2 = -\frac{\varphi}{2}$$

$$\Delta I = I_1 - I_2$$

$$2) R_x = \frac{2\varphi - U}{I_1 - I_2}$$

$$U - \varphi = 4,5 I_1$$

$$\begin{cases} U = R_{10} (I_1 + I_2) \\ 2\varphi - U = R_x (I_1 - I_2) \end{cases}$$

$$\varphi = 2 I_2$$

$$2\varphi = 2 R_{10} I_1$$

$$\frac{\varphi}{2} I_2 = 2 I_1 R_{10}$$

$$R_{10} = 2 \frac{\varphi}{I_1}$$

$$3) U = \frac{2 I_2}{I_1} (I_1 + I_2)$$

$$U = 2 I_2 + \frac{2 I_2^2}{I_1}$$

$$4 I_1 = 2 I_2 I_1 + 2 I_2^2$$

$$\frac{4(U - \varphi)}{4,5} = \frac{\varphi(4 - \varphi)}{4,5}$$

$$4,5 \frac{2\varphi^2}{2} = 4,5 \varphi^2 - 4,5 \varphi^2 + 9\varphi^2$$

$$4\varphi^2 - 4\varphi = 4\varphi^2 - 4\varphi^2 + 9\varphi^2$$

$$4\varphi^2 = 8\varphi + 5\varphi^2$$

$$5\left(\frac{\varphi^2}{4}\right) + 8\left(\frac{\varphi}{4}\right) - \varphi = 0$$

$$\left[-\frac{\varphi}{4} - \frac{2}{5}\right] \Rightarrow \varphi = 0,4 \text{ В}$$

4)

$$\begin{cases} I_1 \cdot 4,5 = 96 \text{ В} \\ I_2 \cdot 2 = 0,4 \text{ В} \end{cases} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{6 \cdot 2}{4 \cdot 4,5} = \frac{2}{3}$$

Тогда

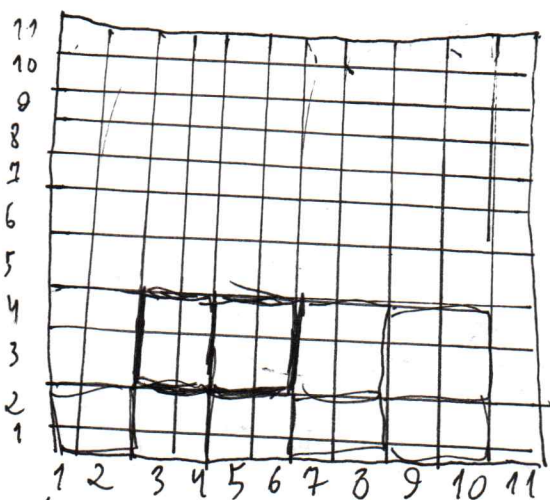
$$\Delta I = I_1 - I_2 = \frac{2}{3} I_2 - I_2 = -\frac{1}{3} I_2$$

$$\Delta I = -\frac{1}{3}; \Delta I = -\frac{1}{3} \cdot 96 \text{ В} = -\frac{1}{15} \text{ В}$$

$$-0,2 \text{ В} = \Delta I R_{10}; R_{10} = 0,2 \cdot 15 = 3 \text{ Ом}$$

N4

Сделаем схематичный рисунок сетки 11x11



Ка сетке изобразим 2 квадрата, так, что у них нету общей клет. Изобразим их жирной линией. Получаем два соседних квадрата, у которых есть общая сторона.

Давайте рассмотрим 10×10 ; получим 100 - четырехугольников из 4 квадратов. Тогда у нас, тогда, что

в 25×25 будет 264 квадрата

4
допуска
наб?

Дано:

$$S = 20 \text{ м}$$

$$H = 3 \text{ м}$$

$$v_0 = 20 \text{ м/с}$$

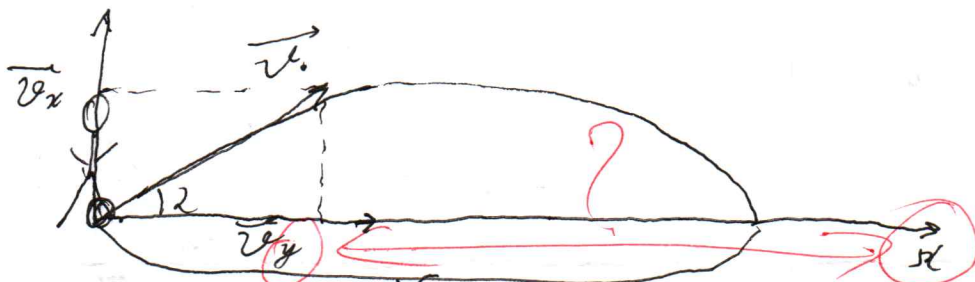
$$h = 2,15 \text{ м}$$

$$d = 0,35 \text{ м}$$

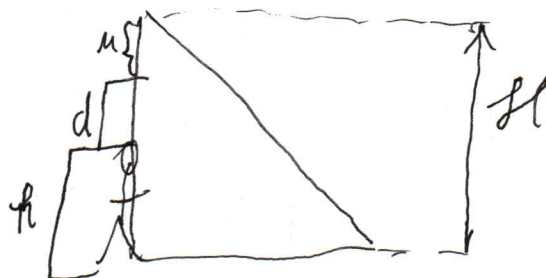
$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

2-1.

Решение



Тогда ворота с Ткачом;



$$M = H - h - d; M = 3 - 2,15 - 0,35 = 0,5 \text{ м}$$

$$\sin \alpha = \frac{v_x}{v_0}; \cos \alpha = \frac{v_{0y}}{v_0}; \Rightarrow$$

$$v_x = v_0 \sin \alpha; v_{0y} = v_0 \cos \alpha$$

$$H = S = v_0 \sin \alpha \cdot t; t = \frac{S}{v_0 \sin \alpha}$$

$$y = v_0 \cos \alpha \cdot t - \frac{g t^2}{2}; y = S \tan \alpha - \frac{g S^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$2,5 < \frac{S^2 g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} < 3$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\tan^2 \alpha} = \frac{1}{g^2 \alpha^2} - \frac{\cos^2 \alpha}{g^2 \alpha^2}; \cos^2 \alpha \left[1 + \frac{1}{g^2 \alpha^2} \right] = \frac{1}{g^2 \alpha^2}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \frac{1}{g^2 \alpha^2}}; *$$

$$* \operatorname{tg}^2 2 + 1 = \frac{1}{\cos^2 2} \quad 63-10-21$$

$$2,5 < \operatorname{tg} 2 - \frac{g s^2}{2v_0^2} - \frac{g s^2 \operatorname{tg}^2 2}{2v_0^2} = 3$$

Введем замену: $\operatorname{tg}^2 2 = k$

$$\begin{cases} -\frac{g s^2}{2v_0^2} k^2 + s k - \left(\frac{g s^2}{2v_0^2} - 2,5 \right) > 0 \\ -\frac{g s^2}{2v_0^2} k^2 + s k - \left(\frac{g s^2}{2v_0^2} + 3 \right) < 0 \end{cases}$$

Обозначим $\frac{g s^2}{2v_0^2} = \eta$

$$\begin{cases} -\eta k^2 + s k - (\eta + 2,5) > 0 \quad (1) \\ -\eta k^2 + s k - (\eta + 3) < 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$\Delta = \frac{s^2}{4} - \eta^2 - 2,5\eta, \quad \eta_{2,1} = \frac{s}{2} \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4}}$$

$$\eta_{2(2)} k \in (-\infty; \frac{s}{2} - \sqrt{\frac{\Delta}{4}}) \cup (\frac{s}{2} + \sqrt{\frac{\Delta}{4}}; +\infty)$$

$$\eta_{2(1)} k \in (\frac{s}{2} - \sqrt{\frac{\Delta}{4}}; \frac{s}{2} + \sqrt{\frac{\Delta}{4}})$$

$$\text{Тогда } k \in (\frac{s}{2} - \sqrt{\frac{\Delta}{4}}; \frac{s}{2} - \sqrt{\frac{\Delta}{4}}) \cup (\frac{s}{2} + \sqrt{\frac{\Delta}{4}}; \frac{s}{2} + \sqrt{\frac{\Delta}{4}})$$

$$\arctg \left(\frac{s}{2} - \sqrt{\frac{\Delta}{4}} \right) > 2 > \arctg \left(\frac{s}{2} + \sqrt{\frac{\Delta}{4}} \right)$$

$$\eta = \frac{10.400}{2.400} = 5, \quad \arctg \left(\frac{10 - \sqrt{100 - 25 - 125}}{5} \right) > 2 >$$

$$> \arctg \left(10 - \frac{\sqrt{100 - 5 - 10,5}}{5} \right)$$

$$24,3^\circ > 2 > 22,73^\circ$$

$$24,26^\circ > 2 > 24,4^\circ$$