



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 52-07-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	13	13	10	10	15	15	100

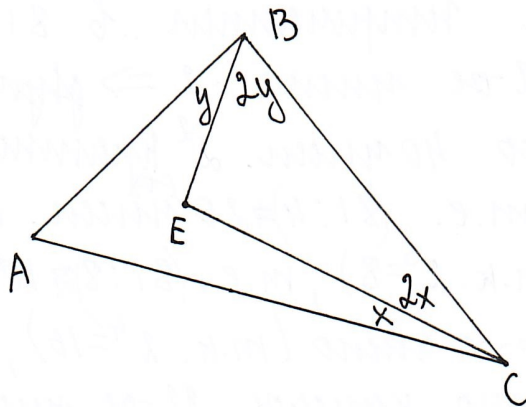
Вариант 2

✓ 2

Дано:

- $\triangle ABC$
 $\angle A = 60^\circ$
 $\angle BCE = 2\angle ACE$
 $\angle CBE = 2\angle ABE$

Найти:
 $\angle BEC$



Решение:

- Пусть $\angle BCE = 2x$, тогда т.к. $\angle BCE = 2\angle ACE$ (по усл.)
 $\angle ACE = \frac{2x}{2} = x$
- Пусть $\angle CBE = 2y$, тогда т.к. $\angle CBE = 2\angle ABE$, то
 $\angle ABE = \frac{2y}{2} = y$
- ~~$\angle A + 2\angle B + 2\angle C$~~ $\angle BAC + \angle ACB + \angle ABC = 180^\circ$ (по теореме о сум-
 ме углов треугол.). Тогда т.к. $\angle ABC = \angle ABE + \angle EBC = y + 2y =$
 $= 3y$, а $\angle ACB = \angle ACE + \angle ECB = x + 2x = 3x$, можем записать
 $\angle BAC + \angle ACB + \angle ABC = 180^\circ = 60^\circ + 3x + 3y$. Составим урав-
 нение, получим $3x + 3y + 60^\circ = 180^\circ$; $3x + 3y = 120^\circ$;
 $3(x + y) = 120^\circ$; $x + y = 40^\circ$. Найдем $2x + 2y = 2(x + y) = 2 \cdot 40^\circ =$
 $= 80^\circ$.
- Из 1п. мы знаем, что $\angle ECB = 2x$, а ^{из} 2п. мы зна-
 ем, что $\angle EBC = 2y$, тогда $\angle ECB + \angle EBC = 2x + 2y$. Из
 3п. получим $\angle ECB + \angle EBC = 2x + 2y = 80^\circ$.

1 из 5

5. $\angle BCE + \angle CEB + \angle ECB = 180^\circ$ (по теореме о сумме углов треугольника). Из ч. знаем, что $\angle ECB + \angle BCE = 80^\circ \Rightarrow \angle BEC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$. Ч.Т.Н.

(12)

✓ 4.

Заметим, что $10^{81} = (2 \cdot 5)^{81} = 2^{81} \cdot 5^{81}$. Намата сократи-
 тельно $\frac{81!}{10^{81}}$ на максимальную возмещенную сте-
 пень 2. Для этого помним, сколько раз в ка-
 кой-то степен 2 встречается в $81!$. Из про-
 извольного, кинего 2-ое число $: 2 \Rightarrow$ ~~получим в какой-~~
~~то степен~~ кратно 40 чисел. 2^2 кратно кинего
 4 число (т.к. $2^2 = 4$), т.е. $(81:4) \approx 20$ чисел. 2^3 кратно
 кинего 8-ое число (т.к. $2^3 = 8$), т.е. $(81:8) \approx 10$ чисел.
 2^4 кратно кинего 16-ое число (т.к. $2^4 = 16$), т.е. $(81:16) \approx$
 ≈ 5 чисел. 2^5 кратно кинего 32-ое число (т.к. $2^5 = 32$),
 т.е. $(81:32) \approx 2$ чисел. 2^6 кратно кинего 64-ое чис-
 ло, т.е. 1 число. ~~(в общем виде $a:b=c(r)$, r - остаток)~~

Остатки мы не будем учитывать, т.к. все
 числа в остатке не кратны нашей числу,
 на которое делим (2^x). Если сначала помним
 все числа, $: 2^1$ (все 40), то у нас останутся числа,
 $: 2^2; 2^3; 2^4; 2^5; 2^6$, но т.к. 2^1 мы уже помним, то
 для подсчета, сколько 2 содержится в $81!$ нужно
 к 40 прибавить не удвоенное число чисел, $: 2^2$, а про-
 сто число. Получится $40 + 20$. Итого. Тогда же
 добавим все остальные степен: $40 + 20 + 10 + 5 + 2 + 1 =$
 $= 78$. Итак 2 в $81!$ содержится 2^{78} раз. Т.е.

$81! : 2^{78}$, получится 2 78 -тая степен.

Теперь помним ~~какой~~ ^{в какой} max. ~~какой~~ степен

5 входит в $81!$ тем же способом, что и 2.
 (мы не считали 2 в степен > 6 , т.к. это мини-
 мум башное число ($\min 2^7 = 128$)).



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 52-07-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

(14). ^{число} 5^1 ^{кратно} каждое 5 число, т.е. $(81:5)/6$
чисел. 5^2 ^{кратно} каждое 25 число, т.е. $(81:25)$
3 числа. Число 5^3 и больше считаем не рассма-
триваем, т.к. $5^{x>2} > 81$. Значит в числе 81!
5 содержится $16+3=19$ раз. Т.е. также считать
внесения 5 в 81! это 19.

Итак число 81! сократиться не более чем на 2^{78} .
 $\cdot 5^{19}$ (Заметим, что 2 и 5 взаимнопросты $\Rightarrow$ при
сокращении 81! на 2^{78} ~~и~~ так. считать 5 не изме-
нится. Также $10=2 \cdot 5$, но этому мы не рассмат-
риваем другие числа, кроме 2 и 5). Сократим:

$\frac{81!}{2^{81} \cdot 5^{81}}$ ~~и~~ получим, что в значен. останется
 $2^{81}:2^{78}=2^3$ и $5^{81}:5^{19}=5^{62}$. Т.е. после так сок-
ращения останется 2^3 и 5^{62} .

№ 5

Дано: $a=2\text{ м}$
 $b=45\text{ см}$
 $c=80\text{ см}$
 $h=180\text{ см}$
 $V=1050\text{ м}^3/\text{мин}$
 $t=?$

СИ:
 2 м
 $0,45\text{ м}$
 $0,8\text{ м}$
 $1,8\text{ м}$
 $1,05\text{ м}^3/\text{мин}$

b, c, h - параметры цилиндра; a - сторона
куба.

Решение:

1. Найдём объём всего куба:

$$V_k = a^3 = 8\text{ м}^3 \quad \checkmark$$

2. Найдём объём цилиндра:

$$V_{\text{цил}} = bch = 0,45 \cdot 0,8 \cdot 1,8 = 0,648\text{ м}^3 \quad \checkmark$$

3. Найдём, какой объём занимает
вода, если цилиндр стоит внутри
куба:

$$V_k - V_{\text{цил}} = 8\text{ м}^3 - 0,648\text{ м}^3 = 7,352\text{ м}^3 \quad \checkmark$$

4. Заметим, что что время заполнения куба (t) равно
 $t = \frac{V_k - V_{\text{цил}}}{V}$. Получим: $t = \frac{V_k - V_{\text{цил}}}{V} = \frac{7,352\text{ м}^3}{1,05\text{ м}^3/\text{мин}} \approx 7\text{ мин}$
106 2. 11. 11 К

(№ 5)

Ответ: 7 минут

№ 6.

Дано:

$$a = 10 \text{ саж}$$

$$b = 15 \text{ ар}$$

$$c = 10 \text{ лок}$$

$$l = 3 \text{ лок}$$

$$h = 4 \text{ лок}$$

$$N = 51 \text{ л}$$

$k = ?$

перим: ~~окна~~ окна:



1. Переведем в СИ:

$$a = 10 \text{ саж} = 18 \text{ м} \checkmark$$

$$b = 15 \text{ ар} = 10,5 \text{ м} \checkmark$$

$$c = 10 \text{ лок} = 10 \cdot 50 \text{ см} = 5 \text{ м} \checkmark$$

$$l = 3 \text{ лок} = 3 \cdot 50 \text{ см} = 1,5 \text{ м} \checkmark$$

$$h = 4 \text{ лок} = 4 \cdot 50 \text{ см} = 2 \text{ м} \checkmark$$

$$N = 51 \text{ л.}, \Rightarrow \text{покрасим } 51 \cdot 5 \text{ м}^2 = 255 \text{ м}^2. \checkmark$$

2. Посчитаем площадь покрашенной части периметра, учитывая, что красить можно стены:

$$S_c = ac + cb + ac + cb = 2ac + 2cb \checkmark$$

$$S_c = 2 \cdot 18 \text{ м} \cdot 5 \text{ м} + 2 \cdot 5 \text{ м} \cdot 10,5 \text{ м} = 180 \text{ м}^2 + 105 \text{ м}^2 = 285 \text{ м}^2 \checkmark$$

3. Мы знаем, что покрасим $S_n = 255 \text{ м}^2$, причем площадь покрашенной и площадь стен не совпадают $\Rightarrow$ она разнится, т.к. окна не красим $\Rightarrow$ площадь окон $S_c - S_n = 285 \text{ м}^2 - 255 \text{ м}^2 = 30 \text{ м}^2. \checkmark$

4. Посчитаем S_o - площадь 1 окна:

$$S_o = l \cdot h = 1,5 \text{ м} \cdot 2 \text{ м} = 3 \text{ м}^2$$

$$5. k = \frac{S_c - S_n}{S_o} = \frac{30 \text{ м}^2}{3 \text{ м}^2} = 10.$$

Ответ: было 10 окон.

106



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 52.07.01

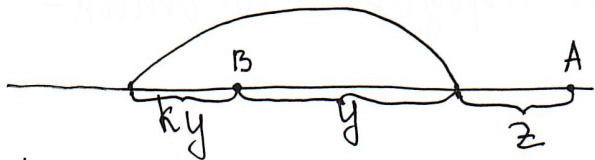
Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

N 7

Зарисуем ситуацию:

$$V_B = a$$
$$V_A = 4a$$



ky - расстояние, которое останется пройти Боту до конца туннеля. ; V_B и V_A - скорости Бота и авто.
 y - расстояние, которое Бот уже прошел по туннелю.
 z - расстояние от автоподъезда до начала туннеля.

Запишем первое уравнение:

$$S = vt ; t = \frac{S}{v}$$

$$1. \frac{y}{V_B} = \frac{z}{V_A} \Rightarrow \frac{y}{a} = \frac{z}{4a} , \text{ т.е. } 4ay = az ; z = 4y$$

Запишем второе уравнение:

$$1. \frac{ky}{V_B} = \frac{z+y+ky}{V_A} ; \frac{ky}{a} = \frac{4y+y+ky}{4a} ; 4aky = a(5y+ky)$$

$$4aky = a y (5+k)$$

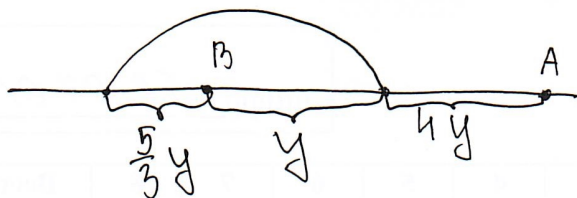
$$4k = k+5$$

$$3k = 5$$

$$k = \frac{5}{3}$$

Теперь мы можем нарисовать графическую картинку:

3 из 5



Тогда вся длина моста: $\frac{5}{3}y + y = y(\frac{5}{3} + 1) = \frac{8}{3}y$

А вода прошла $y \Rightarrow$ он прошел $y : \frac{8}{3}y = \frac{3}{8}$ от всей длины.

Ответ: $\frac{3}{8}$.

156

N8

Расчетным составом трубы "по стандарту":

алюминий: $V_A; \rho_A; m_A = V_A \cdot \rho_A$

титан: $V_T; \rho_T; m_T = V_T \cdot \rho_T$

По условию $m_A = 0,25(m_A + m_T); m_A = 0,25m_A + 0,25m_T;$

$0,75m_A = 0,25m_T; 3m_A = m_T$

1. м.к. $m_A = V_A \cdot \rho_A = V_A \cdot 2,7 \text{ г/см}^3$, то $3m_A = 8,1 \text{ г/см}^3 \cdot V_A$

2. м.к. $m_T = V_T \cdot \rho_T = V_T \cdot 4,5 \text{ г/см}^3$, то м.к. $3m_A = m_T$, то

$$8,1 V_A \cdot \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 4,5 V_T \cdot \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$8,1 V_A = 4,5 V_T \quad | : 8,1$$

$$V_A = \frac{4,5 \cdot 10}{10 \cdot 81} V_T$$

$$V_A = \frac{5}{9} V_T$$

Тогда м.к. $\rho_{\text{сер}} = \frac{m_{\text{общ}}}{V_{\text{общ}}}$, то найдем ρ трубы, изготовленной по стандарту:

$$\rho_{\text{сер}} = \frac{m_A + m_T}{V_A + V_T} = \frac{4m_A}{\frac{14}{9}V_T} = \frac{4m_A}{\frac{14}{9}V_A} = \frac{4 \cdot V_A \cdot \rho_A \cdot 5}{14 V_A} = \frac{20 \cdot 2,7}{\text{см}^3 \cdot 14} =$$

$$= \frac{54 \text{ г}}{14 \text{ см}^3} = \frac{27}{7} \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 3 \frac{6}{7} \text{ г/см}^3$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 52.04.01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

(N8) Теперь рассмотрим трубу, изготовленную
то же время, тоже:

свойств: $V_A; \rho_A; m_A$

материала: $V_T; \rho_T; m_T$

По условию $V_A = 0,25(V_T + V_A); V_A = 0,25 V_T + 0,25 V_A;$
 $0,75 V_A = 0,25 V_T; 3 V_A = V_T$

$$1. m_A = V_A \cdot \rho_A = 2,7 V_A \cdot \frac{\rho}{\text{см}^3}$$

$$2. m_T = V_T \cdot \rho_T = 3 V_A \cdot 4,5 \frac{\rho}{\text{см}^3} = 13,5 V_A \cdot \frac{\rho}{\text{см}^3}$$

Пл.к. $\rho_{\text{ср}} = \frac{m_{\text{всех}}}{V_{\text{всех}}}$, то ρ трубы со свинцом:

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{(2,7 V_A + 13,5 V_A) \rho}{4 V_A \text{ см}^3} = \frac{16,2 V_A \cdot \rho}{4 V_A \text{ см}^3} = 4,05 \rho / \text{см}^3$$

Теперь нам известна плотность трубы со свинцом
и по стандарту:

$$\rho_{\text{свинцов}} = 4,05 \rho / \text{см}^3 \quad \text{Найдем: } \rho_{\text{св}} : \rho_{\text{н}} = \frac{8 \cdot 7}{20 \cdot 22} \cdot \frac{\cancel{\rho} \cdot \text{см}^3}{\cancel{\rho} \cdot \text{см}^3} =$$

$$\rho_{\text{прост.}} = 3 \frac{6}{7} \rho / \text{см}^3 = \frac{21}{20} = 1,05.$$

Ответ: в 1,05 раза.

N 3

Найдем произведения пометок:

4; 11; 4+4; 10+4; 16+4; 4+4

121; 4+4=8

64; 10+4=14

196; 16+4=20

400; 4+4=8

4 из

(13) у нас получится:

4; 11; 8; 14; 20; 8.

Далее можно и ~~так~~ продолжить, т.к. в последовательности есть 2 одинаковых числа: 8 и 8.

Заметим, что как бы мы теперь не продолжили последовательность будем получать:

8; 14; 20; 8; 14; 20; 8; 14; 20 и т.д. т.к. через 2 числа после 8 снова встречается 8

(или тогда $8 \cdot 8 = 64$; $10 + 4 = 14$; $14 \cdot 14 = 196$; $16 + 4 = 20$; $20 \cdot 20 = 400$; $4 + 4 = 8$). До этого, 2024-ое число

после двух первых чисел ещё 2022 числа, которые повторяются циклы из 3 чисел: 8; 14; 20. 2022

делится на 3 без остатка ($2022 : 3 = 674$), т.е. циклы 8; 14; 20; повторится 674 раза и т.к.

~~нужно найти 2024 число, цикл повторится на~~
20 если число: $3(1) - 8$, $3(2) - 14$, $3(0) - 20$,
то ост. на 20.

№1

~~Заметим, что если n будет натуральным~~
~~на 9, то оно будет 0~~

Заметим, что чем больше 9 в начале числа, тем больше число. / Например, если число начинается на 9, то больше числа, начинающегося на 99999x, где $x < 9$, x-цифра). Намекаемое max. число состоит из девяток максимум на 4 цифры, т.к. после зачеркивания первых 8 цифр (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) цифра будет встречаться каждые 19 цифр, не считая первую 9 $\Rightarrow 19 \cdot 5 > 81$.

54 из 55



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 52-07-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

(11). $\Rightarrow$ нужно зачеркнуть не 69 цифр в начале, кроме 9 (т.е. зачеркнуть нужно $69 - 1 = 68$ цифр). Далее 9 уже не встречается $\Rightarrow$ если мы оставим после четвертых цифр 9 поставим 8, то число будет больше, чем если поставим другую цифру. Но у нас ещё ~~так~~. $81 - 68 = 13$ зачеркиваний $\Rightarrow$ до числа 48 не хватит $\Rightarrow$ если теперь мы сможем удалить число 99997 , то оно будет больше оставшихся. Т.к. до 7 ещё 15 цифр, их придётся зачеркнуть. У нас останется 1 зачеркивание. Если мы зачеркнем что-то кроме 4, следующей за 7, то число будет вида $999974 \dots$, а если саму 4, то вида $999978 \dots$. Второе число больше $\Rightarrow$ зачеркнем 4. Останется число

9999 7 8 4 9 5 0 5 1 5 2 5 3 5 4 5 5 5 6 5 7 5 8 5 9 6 0 6 1 6 2 6 3 6 4 $\dots$ 81

(после 999978 числа идут в порядке, как и мы считали, без изменений).

(12)

65 из 65