



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-66-11-07

Дано:

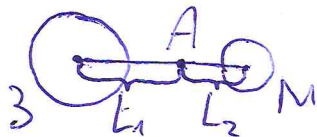
$$r = 54,6 \cdot 10^6 \text{ км}$$

$$M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$M_M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$L_1, L_2 - ?$

Решение:



А - точка Ларанжа.

Точка Ларанжа - точка на прямой, соединяющей центры Земли и Марса, в которой уравнивание Земли уравновешивается уравниванием Марса.

$$F_{M3} = G \frac{M_M m}{L_2^2} \quad (1)$$

$$F_{3M} = G \frac{M_3 m}{(R - L_2)^2} \quad (2)$$

$$(1) = (2)$$

$$G \frac{M_M m}{L_2^2} = G \frac{M_3 m}{(R - L_2)^2}$$

$$\frac{M_M}{L_2^2} = \frac{M_3}{(R - L_2)^2}$$

$$\frac{M_M}{M_3} = \frac{L_2^2}{(R - L_2)^2}$$

$$\sqrt{\frac{M_M}{M_3}} = \frac{L_2}{R - L_2}$$

$$\sqrt{\frac{6,4 \cdot 10^{23}}{6 \cdot 10^{24}}} = \frac{L_2}{54,6 \cdot 10^6 - L_2}$$

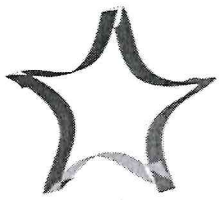
$$0,3266 \cdot 54,6 \cdot 10^6 - 0,3266 L_2 = L_2$$

$$17832360 = 1,3266 L_2$$

$$L_2 = 13442152,87 \text{ км} - \text{расстояние от Марса}$$

до точки Ларанжа $\Rightarrow L_1 = 41157847,13 \text{ км} - \text{расстояние от Земли до точки Ларанжа.}$

Ответ: $L_1 = 41157847,13 \text{ км}$ от Земли до точки; $L_2 = 13442152,87 \text{ км}$ от Марса до точки.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-66-11-07

~5

Дано:

$$V = 12 \text{ км/с}$$

$$S = 54,6 \text{ млн. км}$$

$t = ?$

Решение:

$$S = 54,6 \text{ млн. км} = 54,6 \cdot 10^6 \text{ км}$$

$$S = V \cdot t \Rightarrow t = \frac{S}{V} = \frac{54,6 \cdot 10^6}{12} = 4550000 \text{ секунд} \Rightarrow$$

$$t \approx 1263,89 \text{ ч} \approx 52 \text{ суток}$$

Ответ: $t \approx 1263,89 \text{ ч} \approx 52 \text{ суток}$ время полета от Земли до Марса ракеты, движущейся со скоростью $V = 12 \text{ км/с}$.

~3

Дано:

$$V = 10 \text{ км/с}$$

3 лм³ находится
1 микрометров

$$\rho_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ кг}$$

$$S_{\text{сеч}} = 49 \text{ м}^2$$

$F_{\text{тол}} = ?$

Решение:

Удар микрометров об обшивку корабля эластичный, $V = 10 \text{ км/с} = 10000 \text{ м/с}$

$$p_0 = \rho_0 V = 2 \cdot 10^5 \cdot 10^4 \text{ кг/с} = 2 \cdot 10^9 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} = 0,2 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

$$F = p_0 S V = 0,2 \cdot 49 \cdot 10^4 = 98000 \text{ Н} = 98 \text{ кН}$$

$$\text{Ответ: } F = 98 \text{ кН}$$

~2

Дано:

$$R_M = 3430 \text{ км}$$

$$M_M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$= 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$g = ?$

Решение:

$$F = mg \quad (1)$$

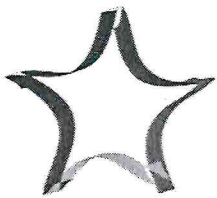
$$F = G \frac{M_M m}{R_M^2} \quad (2)$$

$$(1) = (2)$$

$$mg = G \frac{M_M m}{R_M^2}$$

$$g = G \frac{M_M}{R_M^2} \Rightarrow g = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{6,4 \cdot 10^{23}}{3430000^2} \approx 3,628 \text{ м/с}^2$$

Ответ: ускорение свободного падения на поверхности Марса равно примерно $3,628 \text{ м/с}^2$ ($g \approx 3,628 \text{ м/с}^2$)



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-66-11-04

Дано:

$$h = 3430 \text{ км}$$

$$R_M = 3430 \text{ км}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = ?$$

Решение: ~4

$$U = -G \frac{M_M}{R_M}; h = 3430 \text{ км} = 3430000 \text{ м}; R_M = 3430 \text{ км} = 3430000 \text{ м}$$

$$A_1 = \Delta U = U_{\text{на орбите}} - U_{\text{на поверхности}}$$

$$A_1 = -\left(G \frac{M_M}{R_M + h}\right) - \left(-G \frac{M_M}{R_M}\right) = G M_M \left(\frac{1}{R_M} - \frac{1}{R_M + h}\right)$$

$$E_k = -G \frac{M_M}{2R} \Rightarrow A_2 = E_k = -\frac{1}{2} \cdot \frac{G M_M}{R_M + h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{G M_M \left(\frac{1}{R_M} - \frac{1}{R_M + h}\right)}{-\frac{1}{2} \cdot \frac{G M_M}{R_M + h}} = 2 \left(\frac{1}{R_M} - \frac{1}{R_M + h}\right) (R_M + h)$$

Отношение берется по модулю.

$$\frac{A_1}{A_2} = 2 \cdot \left(\frac{1}{3430000} - \frac{1}{3430000 + 3430000}\right) (3430000 + 3430000)$$

$$= 2$$

Ответ: $\frac{A_1}{A_2} = 2$ - отношение работы на орбите (A_1)
к на запуск (A_2) спутника.