

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-08

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	13	—		10	15	4	66

Вариант 1

Рассмотрим случаи $x=30, x=20, x=10$;

$x=30$, тогда $0,75x \notin \mathbb{Z} \rightarrow$ корень $x=30$ - исключается

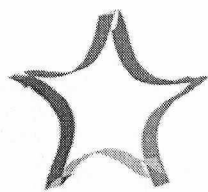
$x=20$, тогда $y=40$ $\left(\begin{array}{l} 0,75x \in \mathbb{Z} \\ 1,2y \in \mathbb{Z} \end{array} \right) \rightarrow x=20$ - подходит

$x=10$, тогда $0,75x \notin \mathbb{Z} \rightarrow$ корень $x=10$ - исключается.

При $x=20$, второй кассир обелушил :

$$x+y=20+40=90$$

Ответ : 90.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-08

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Представим условие задачи ^{N° 2} через x и y :

до обеда: 1 обслуж. = $x \cdot 0,75$
2 обслуж. = x

после обеда: 1 обслуж. = $y \cdot 1,2$
2 обслуж. = y

Если $1,2y$ - целое значение, то
 $42 \cdot x$ - оканчив. на "0"
 x - оканчив. на 5 и 0
($5 \cdot 2 = 10$) ($2 \cdot 0 = 0$)

Потому что $\frac{12 \cdot 7}{2 \cdot 10} x \in \mathbb{Z}$
 $\left[\frac{42}{10} x \in \mathbb{Z} \right]$

Если $0,75x$ - целое значение, то
 $75 \cdot x$ - оканчив. на "00"
 x - оканчив. на 0 и 2
($5 \cdot 0 = 0$) ($5 \cdot 2 = 10$)

Потому что $\frac{75}{100} x \in \mathbb{Z}$

⇓

x - оканч. на "0" и $x \leq 30$

Из условия: 1 кассир обслуж.
на 10% больше $\rightarrow$ запишем равенств:
 $1,2y + 0,75x = 1,1 \cdot (x+y)$
 $0,1y - 0,35x = 0$
 $0,1y = 0,35x$

$$10y = 35x$$

$$y = \frac{7}{2}x$$

$$\Rightarrow \frac{7}{2}x + \frac{75}{100}x + \frac{6 \cdot 7}{5 \cdot 2}x + x$$

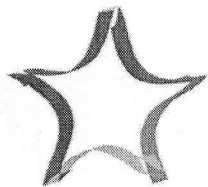
$$\frac{1}{250}$$

$$\frac{133}{20}x < 250$$

$x \leq 30$ - предельное значение

Продолжение решения не требуется

01 из 10



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-08

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№3

Кол-во многоугольников не включая т. А :

По этому принципу посчитаем кол-во различных многоугольн.
 C_{2023}^k (количество различных k-угольников) без т. А :
 $C_{2023}^3 + C_{2023}^4 + C_{2023}^5 + \dots + C_{2023}^{2023}$

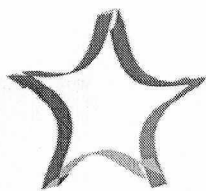
Кол-во многоугольников включая т. А :

Нам известно, что т. А входит в одну из вершин многоугольника, например треугольника, то необходимо выбрать 2 т. ($C_{2023-1}^2 = C_{2022}^2$ — неизвестные), так же для четырехугольника нужно выбрать 3 т. отличные от т. А ($C_{2023-1}^3 = C_{2022}^3$) и т.д. для любого k-угольника).
 $C_{2023}^2 + C_{2023}^3 + \dots + C_{2023}^{2023}$

Делаем вывод, что кол-во многоуг. без т. А < кол-во многоуг. с т. А

Их разность составляет $C_{2023}^2 = \frac{2023!}{2! \cdot 2021!} = \frac{2022 \cdot 2023}{2} = 1011 \cdot 2023 = 2\ 045\ 253$

Ответ: Больше содержащих т. А на 2 045 253.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-08

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы						10			

Вариант 1

N°6

Дано:

$$t_n = 0^\circ\text{C}$$

$$t_b = 0^\circ\text{C}$$

$$S = 15\text{ см}^2$$

$$\rho_b = 1\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$\rho_n = 0,9\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$m_n = ?$$

$$m_b = ?$$

Решение:

Найдем неизвестную высоту льда (h_n), зная что m_n - постоянная, то есть после таяния льда его масса стала равна массе полученной воды:

$$m_n = h_n \cdot \rho_n \cdot S = (h_n - 5) \cdot \rho_b \cdot S.$$

$$h_n \cdot \rho_n = (h_n - 5) \cdot \rho_b$$

$$0,9 h_n = h_n - 5$$

$$5 = 0,1 h_n$$

$$h_n = 50\text{ см}$$

За 20 минут высота
снизилась на 5 см
(120 - 115 = 5)

Из этого найдем высоту воды:

$$h_b = 120\text{ см} - 50\text{ см} = 70\text{ см}$$

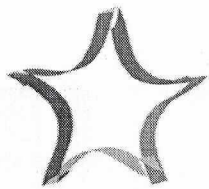
Тогда m_n и m_b :

$$m_n = h_n \cdot S \cdot \rho_n = 50\text{ см} \cdot 15\text{ см}^2 \cdot 0,9\frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 675\text{ г}$$

и

$$m_b = h_b \cdot S \cdot \rho_b = 70\text{ см} \cdot 15\text{ см}^2 \cdot 1\frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 1050\text{ г}$$

$$\text{Ответ: } m_n = 675\text{ г}; m_b = 1050\text{ г}.$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-08

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№ 1

$$\begin{cases} x^2 + 2 = (y+z)^2 \\ y^2 + 3 = (x+z)^2 \\ z^2 + 4 = (x+y)^2 \end{cases} ; \text{ сложим левые части уравнений потом правые:}$$
$$x^2 + y^2 + z^2 + 9 = 2xy + 2xz + 2yz + 2x^2 + 2y^2 + 2z^2$$

Заметим, что $x > 0$ $y > 0$ $z > 0$

Тогда $(y+x+z)^2 = 9 \Rightarrow y+x+z = 3$

Мы можем представить систему в виде разностей:

1) первого и второго ; 2) второго и третьего ; 3) первого и третьего

$$\begin{cases} (x-y)(x+y+z) = \frac{1}{2} \\ (y-z)(x+y+z) = \frac{1}{2} \\ (x-z)(x+y+z) = 1 \end{cases} ; \text{ После того как мы посчитаем систему}$$

получим равенство вида: $2y = x+z$

Подставим $(x+z)$ в полученное ранее уравнение $y+x+z = 3$

$$3y = 3$$

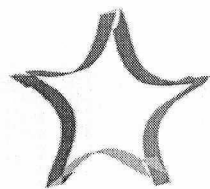
$$y = 1$$

⇓

Если мы подставим $y=1$ в исходные уравнения:

$$x = \frac{4}{6} \text{ и } z = \frac{5}{6}$$

Ответ: $x = \frac{4}{6}$; $y = 1$; $z = \frac{5}{6}$.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-08

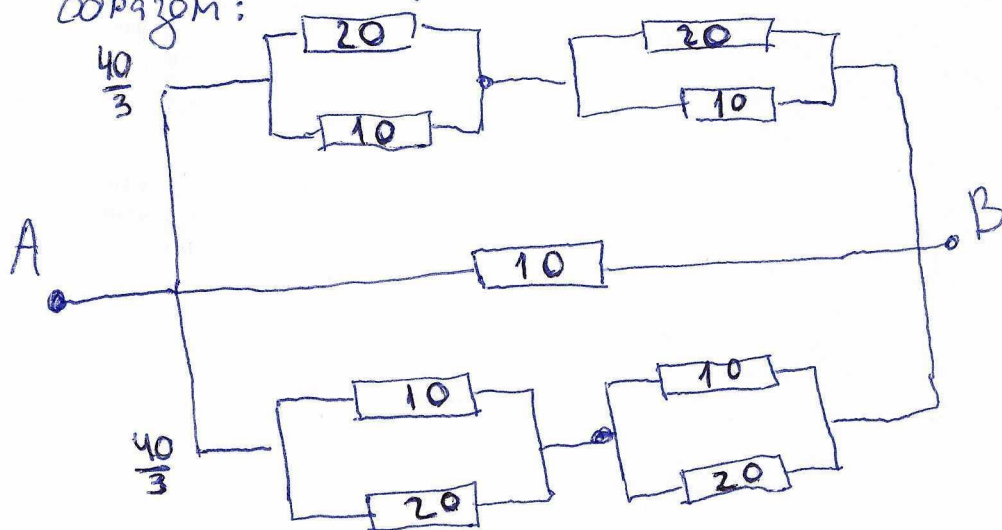
Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№ 4

Мы можем представить данную в условии схему так:

образом:

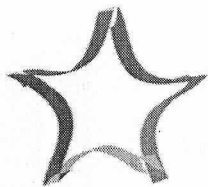


$$\frac{20 \cdot 10}{30} = \frac{20}{3}$$

$$\frac{\frac{40}{3} \cdot \frac{40}{3}}{\frac{80}{3}} = \frac{\frac{1600}{3}}{80} = \frac{20}{3} \text{ Ом}$$

$$\frac{\frac{20}{3} \cdot 10}{\frac{20}{3} + 10} = 4 \text{ Ом}$$

Ответ: 4 Ом.

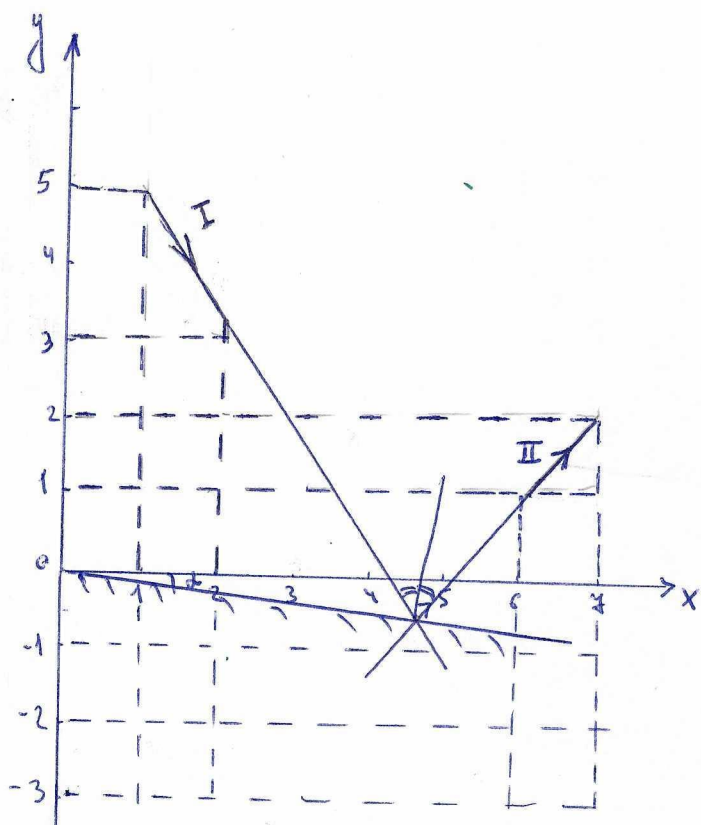


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-08

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1
№ 8



В плоском зеркале расстояние
от предмета до зеркала равно
расстоянию от зеркала до
изображения.

Угол падения = углу
отражения

$$\alpha = 4,5^\circ$$

$$60^\circ - \alpha = 45^\circ + \alpha$$

$$2\alpha = 15^\circ$$

$$\alpha = 7,5^\circ$$

Ответ: $7,5^\circ$; $(4,5; -0,5)$

Координаты $(4,5; -0,5)$ т. отражения