



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 72-9-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	1	13	—	0	10	15	0	51

Вариант 2

Б1 Ответ: (0,5; 0,75; 0,75) Решение:

Преобразував каждое из 3-х равенств, получили систему:

$$\begin{cases} (1) (x+y+z)(y+z-x)=2 \\ (2) (x+y+z)(x-y+z)=1 \\ (3) (x+y+z)(x+y-z)=1 \end{cases}$$

заметим, что ни одна из скобок не равна 0, т.к. их произведения $\neq 0$.

Тогда поделим (1) на (2), (1) на (3) и (2) на (3). Поделив и преобразував, получили:

$$\begin{cases} y+z-x=2x-2y+2z \\ y+z-x=2x+2y-2z \\ x+z-y=x+y-z \end{cases} \quad (4) \begin{cases} 3x-3y+z=0 \\ 3x-3z+y=0 \\ y=z \end{cases}$$

откуда $y=z$, подставив $y=z$ в (4): $3x-2y=0 \Rightarrow z=y=1,5x$.

Подставим в первое равенство изначальной системы:

$$x^2+2=(1,5x+1,5x)^2, \quad x^2+2=9x^2, \quad 8x^2=2, \quad 4x^2=1 \Rightarrow x=\pm\frac{1}{2}, \quad \text{Учитывая, что } x>0 \text{ (по условию), } x=0,5$$

Тогда $z=y=1,5x=0,5 \cdot 1,5=0,75$. Решение: (0,5; 0,75; 0,75).

Б3 Ответ: содержащих точку A на $C_{2024}^2=2047.276$ Решение:

Для начала скажем, что раз все точки лежат на одной окружности, то никакие 3 не лежат на одной прямой. Значит что любые кол-во точек ≥ 3 образуют вып. многоугольник. Рассмотрим кол-во многоуг. с точкой A. Для треугольника необходимо выбрать ещё 2 точки, для четырёхугольника - 3 точки, ... для 2025 уг. - ка - 2024 точки. Тогда общее кол-во:

$$= C_{2024}^2 + C_{2024}^3 + \dots + C_{2024}^{2024}$$

Рассмотрим кол-во многоуг. без точки A. Тогда треугольников - кол-во выбрать 3 точки из 2024 (A не берём), четырёхуг. - 4 т. из 2024, 2024-уг. - $\rightarrow$ 2024 т. из 2024. Тогда всего: $y = C_{2024}^3 + C_{2024}^4 + \dots + C_{2024}^{2024}$. Заметим, что $x-y = C_{2024}^2 > 0$, значит вып. многоуг. с точкой A больше. $C_{2024}^2 = \frac{2024!}{2022! \cdot 2} = \frac{2023 \cdot 2024}{2} = 2047.276, \Rightarrow$ на 2047.276 вып. многоуг.



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Шифр 72-9-05

52 Ответ: 44 или 88 Решение:

Пусть x - второй продавец за первую половину дня продаж.

Пусть y - первый продавец за вторую половину дня продаж.

	1-я пол.	2-я пол.
Продавец 1	$0,75x$	y
Продавец 2	x	$0,8y$

Нарисуем таблицу. Тогда составим ур-е по итогам дня и по объёму кол-ву пок-лей:

ке верно составлено.

$$(1) \begin{cases} 0,75x + y = 1,1(x + 0,8y) \end{cases}$$

$$(1): 0,75x + y = 1,1x + 0,88y, \Rightarrow \text{откуда } 12y = 35x. \text{ Т.к. } 12 \perp 35,$$

$$(2) \begin{cases} 1,75x + 1,8y \leq 250 \end{cases}$$

$$\text{значит } x:12 \text{ и } y:35. \text{ Так же } \Rightarrow y = \frac{35x}{12}. \text{ Подставим во (2):}$$

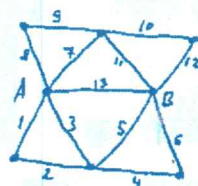
$$1,75x + \frac{18}{10} \cdot \frac{35}{12} x \leq 250, \quad 1,75x + 5,25x \leq 250, \quad 7x \leq 250, \quad x \leq 35,71 \dots$$

Учитывая, что $x:12$ и $x \in \mathbb{N}$, получаем $x=12$ или $x=24$. Тогда общее кол-во общ. 1-клас:

$$A = 0,75x + y \left\{ \left(y = \frac{35x}{12} \right) \right\} = 0,75x + \frac{35}{12}x = \frac{3}{4}x + \frac{35}{12}x = \frac{44x}{12}$$

57 Ответ: 3,2 Ом Решение: $R_1=R_2=\dots R_{13}=R_0=8 \text{ Ом}$

Обозначим стержни как на рисунке. Тогда заметим,



что 12; 8,9; 10,12; 4,6 подключены последовательно, значит

$R_{12} = 16 \text{ Ом}, R_{89} = R_{1012} = R_{46} = 16 \text{ Ом}$. Так же 12 и 3 подключены параллельно, значит

$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3}$, откуда $R_{123} = \frac{16}{3} \text{ Ом}$. Аналогично $R_{899} = R_{101112} = R_{456} = \frac{16}{3} \text{ Ом}$. Нарисуем

упрощённую схему:



Тогда R_{899} и R_{101112} подключены последовательно, $\Rightarrow$

$R_{899101112} = R_{899} + R_{101112} = \frac{32}{3} \text{ Ом}$. Аналогично $R_{123456} = \frac{32}{3} \text{ Ом}$. Тогда нарисуем

ещё более упрощённый чертёж Все 3 стержня подключены параллельно,

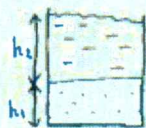
$$\Rightarrow \frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j} + \frac{1}{R_r}; \quad \frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{3}{32} + \frac{3}{32} + \frac{1}{8} = \frac{10}{32} \left(\frac{1}{\text{Ом}} \right) \Rightarrow R_{\text{общ}} = \left(\frac{10}{32} \right)^{-1} = 3,2 \text{ Ом}.$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 72-9-05

56 Ответ: 6752 и 10502 Решение:



Пусть h_1 и h_2 — изначальные высоты льда и воды соответственно.
По рисунку общая высота вначале 120 см, т.е. $h_1 + h_2 = 120$. Пусть h_3 — высота льда, когда он растаял. Тогда массы льда и массы растапливаемого льда равны, т.е. $m_{до} = m_{после}$, $S h_1 \rho_{\text{л}} = S h_3 \rho_{\text{в}}$, $h_3 = \frac{h_1 \rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}} = 0,9 h_1$.
В этот момент, когда весь лёд растаял, общая высота равна 115 см (по рисунку). Т.е. $h_3 + h_2 = 115$, т.е. $\begin{cases} 0,9 h_1 + h_2 = 115 \\ h_1 + h_2 = 120 \end{cases}$

1) $\begin{cases} -h_1 - h_2 = -120 \end{cases}$. Сложив рав-ва, получили $0,1 h_1 = 5 \Rightarrow h_1 = 50$ см

$h_2 = 120 - h_1$ (из (1)) = 70 см. Тогда $m_{\text{л}}$; $m_{\text{в}}$ — массы исходные льда и воды.

$$m_{\text{л}} = \rho_{\text{л}} S h_1 = 0,9 \cdot 15 \cdot 50 = 6752. \quad m_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} S h_2 = 1 \cdot 15 \cdot 70 = 10502.$$

Их и требовалось найти.