



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	13	13	8	10	15	15	

Вариант 7

Задача 3

Сначала возьмём набор ^{1900г} $\{300\text{ г}; 700\text{ г}; 900\text{ г}\}$ и ^{1900г} $\{400\text{ г}; 500\text{ г}; 1000\text{ г}\}$

и вывесим. Если массы равны, то в фальшивая
пирожки среди $600\text{ г}; 800\text{ г}; 900\text{ г}$, если какая-то
перевесит, то фальшивая пирожка в более лёгком наборе,
т.к. массы должны быть полностью равны.

1) Массы равны:

Берём пирожки 600 г с одной стороны и $200\text{ г} + 400\text{ г}$
с другой. 400 г точно настоящие

1.1. Перевесила 600 г - пирожка 200 г фальшивая,
т.к. 400 г точно настоящие

1.2. Перевесила $200\text{ г} + 400\text{ г}$ - 600 г фальшивая

1.3. Баланс - фальшивая 800 г

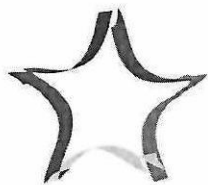
2) $300\text{ г}; 700\text{ г}; 900\text{ г}$ легче - берём

700 г и $300\text{ г} + 400\text{ г}$
^{точно настоящие}

1.1 $300\text{ г} + 400\text{ г} > 700\text{ г}$ - 700 г фальшивая

1.2. $300\text{ г} + 400\text{ г} < 700\text{ г}$ - 300 г фальшивая

1.3. $300\text{ г} + 400\text{ г} = 700\text{ г}$ - 900 г фальшивая



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

3) 4002; 5002; 10002 легче - берём 4002 и 6002;
10002; 5002 почти неслыханная

3.1. 6002 + 4002 > 10002 - 10002 фальшивая

3.2. 6002 + 4002 < 10002 - 4002 фальшивая

3.3. 6002 + 4002 = 10002 - 5002 фальшивая

Задача 1

Р-м начальная скорость в момент выезда
автомобиля:

$$20 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 2 \text{ ч} = 40 \text{ км} - \text{вылетела}$$

$$40 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 1 \text{ ч} = 40 \text{ км} - \text{мотоцикл}$$

Перейдём в с.о. автомобиля

$$V_{\text{мотоцикл}} = -40 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

$$V_{\text{мотоцикл}} = -20 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

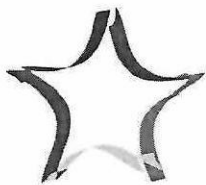
Посмотрим, как меняются ^{сумма} расстояний от времени

$$S_M = \left| 40 - 20 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot t \right| \quad \leftarrow \text{м.к. в момент выезда}$$

$$S_B = \left| 40 \text{ км} - 40 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot t \right|$$

$$S = |40 - 20t| + |40 - 40t|$$

Первый из графиков $t=1$ ч; второй $t=2$ ч
график - ломаная, т.к. ^{сумма} скорости изменения расстояний
составляет до момента излома (поменялся)

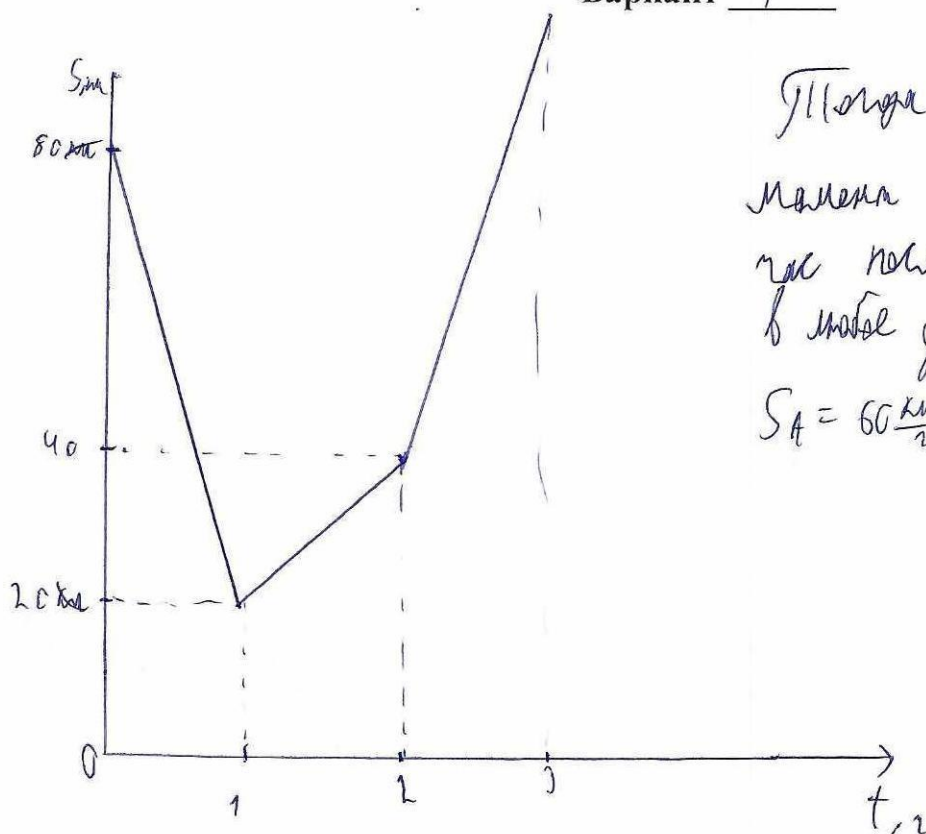


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-05

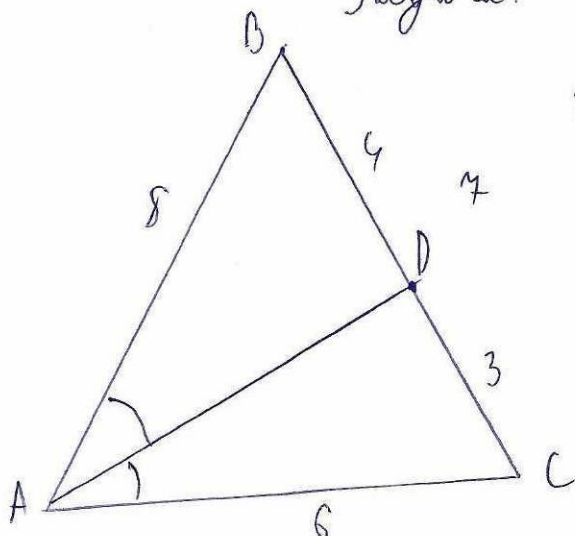
Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1



Тогда очевидно
маленькая поправка про
час после выезда, т.к.
в любое другое время $S_{\text{группы}} > 80 \text{ км}$
 $S_A = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 1 \text{ ч} = 60 \text{ км}$

Задача N2



1) Косинусы BD и DC

$$\frac{8}{BD} = \frac{6}{DC} \quad \text{по теореме}$$

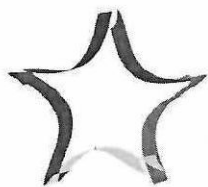
$$BD + DC = 7$$

$$BD = 4 \quad DC = 3$$

Запишем теорему косинусов для угла C

$$\begin{cases} 64 = 49 + 36 - 84 \cos C & (1) \\ AD^2 = 9 + 36 - 36 \cos C & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 64 = 49 + 36 - 84 \cos C & (1) \\ AD^2 = 9 + 36 - 36 \cos C & (2) \end{cases}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

$$\frac{7}{3} \cdot (2) - (1)$$

$$\frac{7}{3} AD^2 - 64 = 21 \frac{45 \cdot 7}{3} - 85 + 84 \cos C - \frac{36 \cdot 7}{3} \cos C$$

$$\frac{7}{3} AD^2 - 64 = 105 - 85 + 84 \cos C - 84 \cos C$$

$$\frac{7}{3} AD^2 = 84$$

$$AD^2 = 36$$

$$AD = 6$$

Очевидно, что точка E лежит вне ABC, м.к.

$$BD < AB \quad \text{и} \quad DC < AC$$

$$36 + 49 > 64 \Rightarrow \angle C \text{ острый} \Rightarrow E \text{ лежит на продолжении}$$

BC за C

$$DH = \frac{AD}{2} = 3$$

$\angle CDA = \angle DCA$, м.к. $\triangle ADC$ - равнобедр.

$$DH = DE \cdot \cos C$$

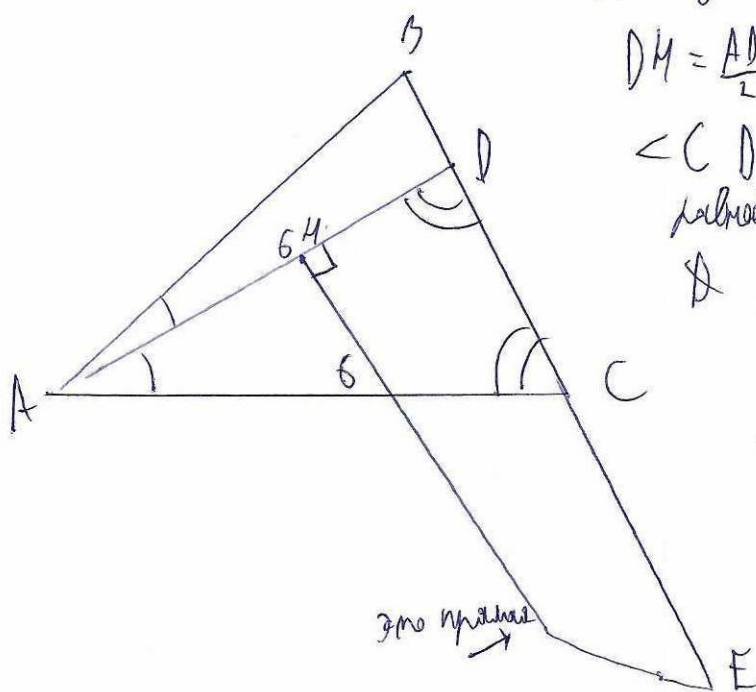
↑
гипотенуза

$$3 = \frac{DE}{2}$$

$$DE = 6 \Rightarrow CE = 12 - 3 = 9$$

$$BE = 9 + 12 = 21 \quad \frac{BE}{CE} = \frac{21}{9}$$

4





Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант _____

Задача 4

$$f(17) - e \in (4025; 5025)$$
$$\text{н.к. } e \in (-5000; -2000)$$

$$f(135) - e = f(17) - e$$

$$f(17) - e = a \cdot 17^4 + b \cdot 17^3 + c \cdot 17^2 + d \cdot 17 - e \quad - \text{целое число,}$$

кратно 17 ($f(17) = 2025$ - целое e - целое;
 $a; b; c; d$ - целые); кратно 17, н.к. правая часть

кратно 17

$$f(135) - e = a \cdot 135^4 + b \cdot 135^3 + c \cdot 135^2 + d \cdot 135 - e \quad - \text{аналогично}$$
$$\text{кратно } 135 \Rightarrow f(17) - e = f(135) - e = x \in (4025; 5025)$$

$$x \text{ кратно } 135 \Rightarrow x \text{ кратно } 135 \cdot 17 = 2295 \Rightarrow$$
$$x \text{ кратно } 17$$

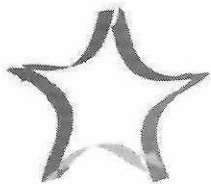
$$x = 4590 \quad (\text{н.к. } 3 \cdot 2295 > 5025) \Rightarrow$$

$$e = 2025 - 4590$$

$$4590 + e = 2025$$

$$e = (4590 - 2025) = -2565$$

$$f(0) = a \cdot 0 + b \cdot 0 + c \cdot 0 + d \cdot 0 + e = e = -2565$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы					7				

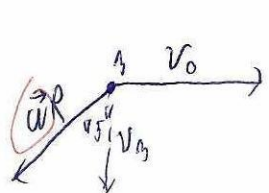
Вариант 1

Задача 5

Заметим, что т.к. поверхность горизонтальная, то скорость точки O горизонтальна, из направления $\vec{v}_B$ получим, что блок (диск) вращается по часовой, т.к.

$\vec{v}_B$ складывается из скорости центра и из вращения, но т.к. горизонтальная составляющая $v_B = 0$, то скорость O вправо

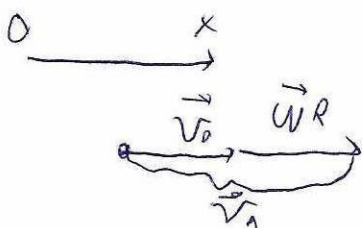
Итак



$$\vec{v}_B = \vec{\omega} R + \vec{v}_O = ?$$

$$\vec{v}_B = \vec{\omega} R + \vec{v}_O = ? \Rightarrow \text{проекция}$$

$$O_x: v_O = \omega R \cdot \sin 45^\circ$$

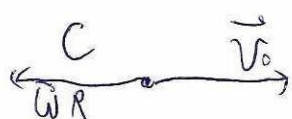


$$\vec{v}_A = \vec{v}_O + \vec{\omega} R$$

$$O_x: v_A = \omega R \cdot \sin 45^\circ + \omega R =$$

$$= \omega R + \frac{\sqrt{2}}{2} \omega R = v = 40 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$\omega R = \frac{40 \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}$$



$$O_x: v_C = v_O - \omega R = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \right) \omega R =$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{2}-2}{2}}{\frac{\sqrt{2}+2}{2}} \cdot 40 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = \frac{(\sqrt{2}-2)^2}{2-4} \cdot 40 =$$

$$= \frac{2 - 2\sqrt{2} + 4}{-2} \cdot 40 = \frac{6 - 2\sqrt{2}}{-2} \cdot 40 = -(6 - 2\sqrt{2}) \cdot 20$$

$$|v_C| = (6 - 2\sqrt{2}) 20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$



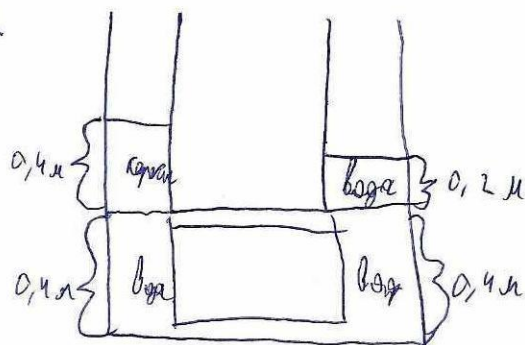
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

3

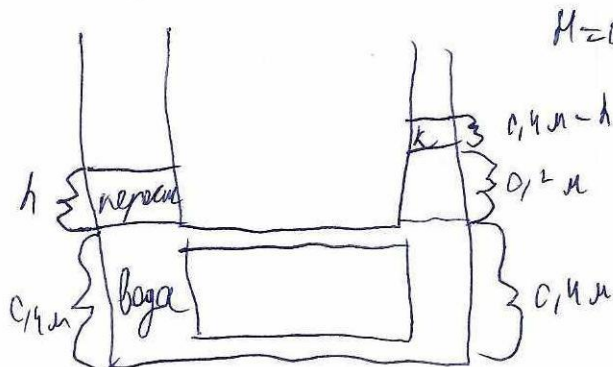


Величина перепада высот
не меняется, т.к. $S_1 = S_2$

$$p_1 = (\cancel{h_k + h_w}) \rho_k g h_k + \rho_w g h_w = 800 \cdot 10 \cdot 0,2 + 1000 \cdot 10 \cdot 0,2 = 4200 \text{ Па}$$

$$p_2 = h_{w2} \cdot \rho_w \cdot g = 0,6 \cdot 1000 \cdot 10 = 6000 \text{ Па} \Rightarrow$$

керосин будет перетекать - Р-м силе тяжести баланс



$H = 0,4 \text{ м}$

$$p_{12} = p_{22}$$

$$p_{12} = \rho_k g h + \rho_w g H_k$$

$$p_{12} = \rho_k g (H - h) + 1,5 H \rho_w g$$

$$\rho_k g h = \rho_k g (H - h) + 0,5 \rho_w g H$$

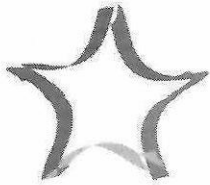
$$2 \rho_k g h = \rho_k g H + 0,5 \rho_w g H$$

$$h = \frac{\rho_k g H + 0,5 \rho_w g H}{2 \rho_k g} = \frac{H}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{\rho_w}{\rho_k} \cdot H = 10 + \frac{1}{4} \cdot \frac{10}{8} \cdot 40 =$$

$$= 10 + \frac{100}{8} = 32,5 \text{ см}$$

$$H_1 = 40 \text{ см} + 32,5 \text{ см} = 72,5 \text{ см}$$

$$H_2 = 72,5 \text{ см} + 60 \text{ см} = 67,5 \text{ см}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

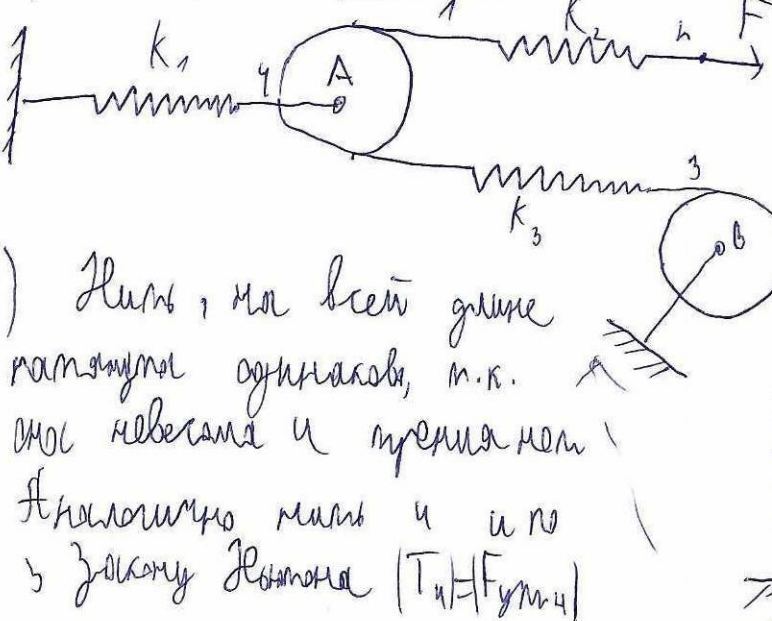
шифр 34-09-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

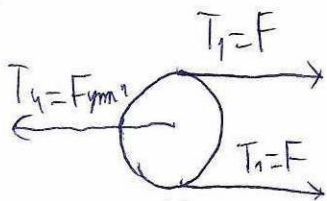
Задача 4

1) Система статическая



5) Пусть, на всей длине
пружины одинаковы, н.к.
мои веса и пружина не
Аналогично мить ч и по
в закону Гука $(T_4 = F_{упр.4})$

6) Р-м блок А

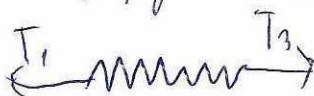


II 3. Закон Гука

$$2F - F_{упр.4} = 0$$

$$F_{упр.4} = 2F$$

7) Пружина 3



По 2 3. Закон Гука

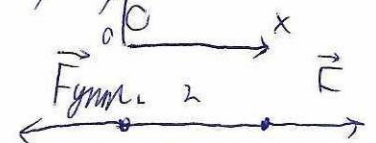
$$-T_1 + T_3 = 0$$

$$T_1 = T_3 = F = F_{упр.3}$$

3 Закон Гука

2) Различия мить
и блок

3) Р-м мить 2



II 3. Закон Гука из укл. 1
на 0x

$$0 = F - F_{упр.2}$$

$$F_{упр.2} = F$$

4) Р-м пружину k2



II 3. Закон Гука на 0x:

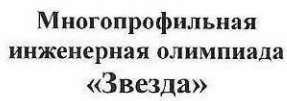
$$0 = -T_1 + T_2$$

$$T_2 = T_1$$

$$|T_2| = |F_{упр.2}| = |F| \text{ по}$$

3 3. Закон Гука =>
 $T_1 = F$

8) Аналогично
 $F_{упр.4} = F$



Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

9) Найти удлинение канатой пружины по формуле

$$|A_1| = \frac{2F}{k_1} = \frac{90 \text{ H}}{200 \frac{\text{H}}{\text{m}}} = \frac{1}{5} \text{ m} = 0,2 \text{ m} \quad \checkmark$$

$$R_{L2} = \frac{F}{I_{L2}} = \frac{20 \text{ M}}{400 \frac{\text{M}}{\text{m}}} = \frac{1}{20} \frac{\text{M}}{\text{m}} = 0,05 \text{ M} \quad \checkmark$$

$$\Delta l_3 = \frac{F}{k_3} = \frac{10^4}{400 \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 0,05 \text{ m}$$

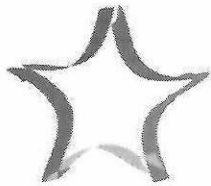
$$\Delta l_1 = \frac{F}{k_1} = \frac{20 \text{ M}}{700 \frac{\text{H}}{\text{m}}} = 0,2 \text{ m}$$

г) β -м перемещение точки F

$$\Delta X_F = \Delta I_2 + \Delta I_3 + \Delta I_4 + 2\Delta I_1 = (0,05 + 0,05 + 0,2 + 0,4) \text{ м} = 0,7 \text{ м} \quad \text{4}$$

↑
за ~~не~~ полный год)

$$17) k_{\text{eff}} = \frac{F}{\Delta x_{\text{eff}}} = \frac{20 \text{ N}}{0,1 \text{ m}} = \frac{200}{1} \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

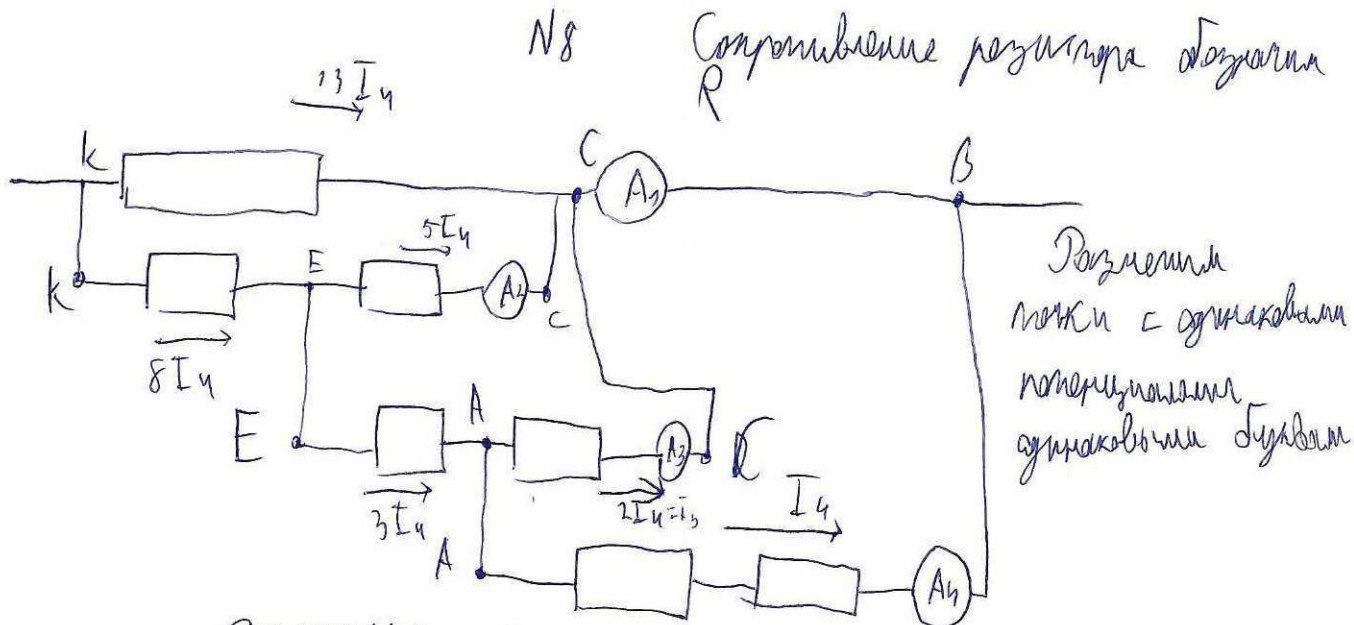


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1



Заметим, что можно рассмотреть ток I_4 .

Пусть через 4 амперметра ток I_4 (по A_1 и A_2)

Через третий ток I_3 (от A_3 и A_4)

Запишем II правило Кирхгофа для контура

$ABCD$; $\mathcal{E}_A = 0 \Rightarrow$ Амперметр - перемычка

$$2R \cdot I_4 - R \cdot I_3 = 0$$

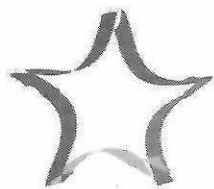
$$I_3 = 2I_4$$

Тогда по первому правилу Кирхгофа для точки A $I_{EA} = I_3 + I_4 = 3I_4$

II правило Кирхгофа для $E C D A$

$$I_{EC} \cdot R - 2I_4 \cdot R - 3I_4 \cdot R = 0$$

$$I_{EC} = 5I_4$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-05

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

По I правилу для
мкх E найдем

Вариант 1

$$I_{KE} = I_{EA} + I_{EC} = 8I_4$$

Затем II правило для KEC

$$I_{KC} \cdot R - 8I_4 \cdot R - 5I_4 \cdot R = 0$$

$$I_{KC} = \overset{13}{\cancel{19}} I_4$$

I правило для C

$$I_1 = 13I_4 + 5I_4 + 2I_4 = 20I_4 \quad \checkmark$$

$$I_4 = 2 \text{ мА} = \frac{1}{20} I_1 \quad \checkmark$$

$$I_3 = 4 \text{ мА} = \frac{1}{10} I_1 \quad \checkmark$$

$$I_2 = \frac{5}{20} I_1 = 10 \text{ мА} \quad \checkmark$$