

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-24

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	4	-	-	5	15	6	57

Вариант 2

№1
Решение:

$$\begin{aligned}
 1) \quad & \begin{cases} x^2 + 2 = (y+z)^2 \\ y^2 + 1 = (x+z)^2 \\ z^2 + 1 = (x+y)^2 \end{cases} \quad (4) \\
 & x^2 + y^2 + z^2 + 4 = (x+y)^2 + (x+z)^2 + (y+z)^2 \\
 & 4 = ((x+y)^2 - z^2) + ((x+z)^2 - y^2) + ((y+z)^2 - x^2) \\
 & 4 = (x+y+z)(x+y-z) + (x+y+z)(x+z-y) + (x+y+z)(y+z-x) \\
 & 4 = (x+y+z)(x+y-z+x+z-y+y+z-x) \\
 & 4 = (x+y+z)^2 \\
 & \text{П.к. можно найти } x > 0, y > 0, z > 0, \text{ то} \\
 & \quad x + y + z = 2
 \end{aligned}$$

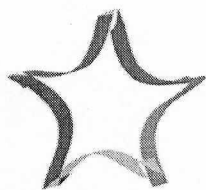
$$\begin{aligned}
 2) \quad & \begin{cases} (2-(y+z))^2 + 2 = (y+z)^2 \\ x = 2-(y+z) \end{cases} \quad (1) \\
 & (1) \quad 4 - 4(y+z) + (y+z)^2 + 2 = (y+z)^2 \\
 & \quad 6 - 4(y+z) = 0 \\
 & \quad y+z = 1,5 \\
 & \quad y = 1,5 - z
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \quad & x + 1,5 - z + z = 2 \\
 & \quad x + 1,5 = 2 \\
 & \quad \underline{x = 0,5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4) \quad & \begin{cases} z^2 + 1 = (0,5 + 1,5 - z)^2 \\ x = 0,5 \\ y = 1,5 - z \end{cases} \quad (2) \\
 & (2) \quad z^2 + 1 = (2 - z)^2 \\
 & \quad z^2 + 1 = 4 - 4z + z^2 \\
 & \quad 4 - 4z = 1 \\
 & \quad -4z = -3 \\
 & \quad \underline{z = 0,75}
 \end{aligned}$$

$$5) \quad y = 1,5 - z = 1,5 - 0,75 = \underline{0,75}$$

Ответ: (0,5; 0,75; 0,75)



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09 - 24

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№2

Решение:

Пусть x покупателей обслужили 2 кассир до обеда,
 y покупателей обслужили 2 кассир после обеда, тогда

	до обеда	после обеда	Всего за день
1 касс.	$0,75x$	$1,2y$	$1,1(x+y)$
2 касс.	x	y	$x+y$

$$1,1(x+y) + x + y < 250$$

$$2,1(x+y) < 250$$

1) Поскольку $x+y$ является натуральным числом (число покупателей не может быть дробным или отрицательным, или 0), то число меньше 250 должно быть кратно 2,1.

2) Всего 1 кассир обслужил $0,75x + 1,2y$ или $1,1(x+y)$

$$0,75x + 1,2y = 1,1(x+y)$$

$$0,75x + 1,2y = 1,1x + 1,1y$$

$$0,1y = 0,35x$$

$$y = 3,5x$$

$$2,1(x+y) < 250$$

$$2,1(x + 3,5x) < 250$$

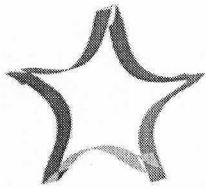
$$2,1 \cdot 4,5x < 250$$

поскольку x также $\in \mathbb{N}$, то $250 : 2,1$, $250 : 4,5$

$$(<250) : 7$$

$$(<250) : 9$$

а число (максимальное) кратно 7 и 9 одновременно — это 189 $\Rightarrow$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-24

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№2
(продолжение)

$$\Rightarrow 2,1(x+y) = 189$$

$$2,1 \cdot 4,5x = 189$$

$$x = \frac{189}{2,1 \cdot 4,5} = \frac{18900}{21 \cdot 45} = \frac{100}{5} = 20 \quad (\text{Проверка: } 20 \in \mathbb{N})$$

$$3) y = 3,5 - 20 = 70$$

$$4) \text{ Всего } 1 \text{ кассир обслужит } 1,1 \cdot (x+y) = 1,1 \cdot (20+70) = 1,1 \cdot 90 = 99 \text{ покупателей}$$

Ответ: 99 покупателей.

№3

Решение:

- 1) Рассмотрим количества многоугольников, которые можно построить на 2025 точках, при этом многоугольники, содержащие Т.А, можно строить на 2025 точках, а не содержащиеся — только на 2024 точка (2025-ая — Т.А)

2)	2025-угольник	2024-угольник	2023-угольник	2022-угольник	...
с А	1	2024	2023	2022	...
без А	0	1	2023	2022	...

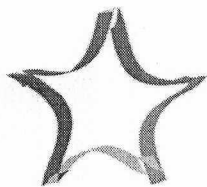
Заметим, что количества возможных многоугольников, начина с 2023-угольника, будут совпадать

нужно сравнить кол-ва 2025-угольников и 2024-угольников

с А	без А
2025	1

$\Rightarrow$ выпуклых многоугольников с вершинами в некоторых из 2025 точек, содержащих Т.А, больше на 2024 многоугольника.

Ответ: содержащих точку А; на 2024 многоугольника.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-24

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы					2	5			

Вариант 2

№6

Решение:

- 1) Исходный уровень воды был $h_b = 120$ см, значит изначальный объем воды был $V_b = 120 \text{ см} \cdot 15 \text{ см}^2 = 1800 \text{ см}^3$

$$\rho_b = \frac{m_b}{V_b}$$

$$m_b = \rho_b V_b = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 1800 \text{ см}^3 = 1800 \text{ г} \quad (\text{исходная масса воды})$$

- 2) Поскольку сосуд ~~зан~~ внесли в тёплое помещение, то лёд начал таять.

На графике уровень воды перестал изменяться на 20 минуте, значит, разница между уровнем воды на 20 минуте и исходным уровнем воды — это уровень растаявшего льда, и он будет равен $h_u = 5$ см

$$V_u = h_u \cdot S = 5 \text{ см} \cdot 15 \text{ см}^2 = 75 \text{ см}^3$$

$$\rho_u = \frac{m_u}{V_u}$$

$$m_u = \rho_u \cdot V_u = 0,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 75 \text{ см}^3 = 9 \cdot 7,5 \text{ г} = 67,5 \text{ г} \quad (\text{исходная масса льда})$$

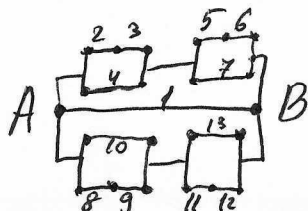
Ответ: $67,5 \text{ г}$; 1800 г .

№7

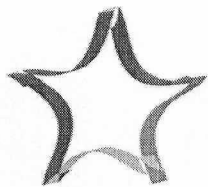
Решение:

- 1) Перерисуем схему для наглядности своего понимания

$$R_1 = R_2 = \dots = R_{13} = R_0 = 8 \text{ Ом}$$



$$2) R_{23} = 2 R_0 = 16 \text{ Ом}, \quad \frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8} \Rightarrow R_{23} = 8 \text{ Ом}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-24

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

N7

(продолжение)

$$R_{234} = \frac{16}{3} \text{ Ом}$$

4) (аналогично с R_{234})

$$R_{234} = R_{567} = R_{8910} = R_{111213} = \frac{16}{3} \text{ Ом}$$

$$5) R_{23...7} = R_{234} + R_{567} = \frac{16}{3} \cdot 2 \text{ Ом} = \frac{32}{3} \text{ Ом}$$

6) (аналогично с $R_{23...7}$)

$$R_{23...7} = R_{89...13} = \frac{32}{3} \text{ Ом}$$

$$7) \frac{1}{R_{123...13}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{23...7}} + \frac{1}{R_{89...13}} = \frac{1}{8} + \frac{\frac{32}{3}}{2} \frac{1}{\text{Ом}} =$$

$$= \frac{4}{32} + \frac{6}{32} \frac{1}{\text{Ом}} = \frac{10}{32} \frac{1}{\text{Ом}} = \frac{5}{16} \frac{1}{\text{Ом}}$$

$$R_{123...13} = \frac{16}{5} \text{ Ом} = 3,2 \text{ Ом}$$

Ответ: 3,2 Ом

N8

Решение:

1) По графику заметим; за 1 ед. по ОХ муз I опускается на 2 ед. по ОУ, а муз II поднимается на 1 ед. по ОУ

Представлю эти данные в таблицу:

ОХ	ОУ	I муз	II муз
x=1	5		
x=2	3		
x=3	1		
x=4	-1	-1	
x=5	...	0	
x=6	...	1	
x=7	...	2	

⇒ муз I и II пересекаются в точке с координатой $(4; -1)$ — это и есть точка отражения

Ответ: $(4; -1)$