



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-36/1-11-27

Дано:

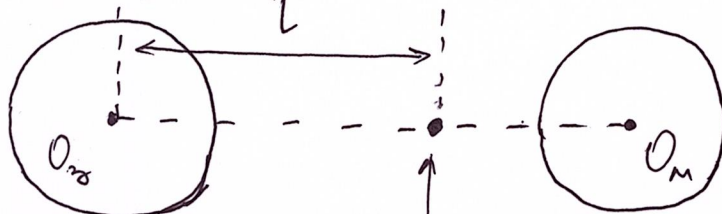
$$r = 54,6 \text{ млн. км}$$

$$M_3 = 60 \cdot 10^{23}$$

$$M_M = 6,4 \cdot 10^{23}$$

$L = ?$

Анализ и решение:



точка Лагранжа

L — расстояние между ~~Землей~~ Землёй и точкой Лагранжа

В точке Лагранжа $\vec{F}_3 + \vec{F}_M = 0$, то есть

$$|\vec{F}_3| = |\vec{F}_M|$$

$$F = G \cdot \frac{M}{r^2}, \text{ то есть } G \cdot \frac{M_3}{L^2} = G \cdot \frac{M_M}{(r-L)^2}$$

$$\frac{M_3}{L^2} = \frac{M_M}{(r-L)^2}$$

$$\frac{M_3}{M_M} = \frac{(r-L)^2}{L^2} = \left(\frac{r}{L} - 1\right)^2$$

$$\frac{r}{L} - 1 = \sqrt{\frac{M_M}{M_3}}$$

$$\frac{r}{L} = \sqrt{\frac{M_M}{M_3}} + 1 \Rightarrow L = \frac{r}{\sqrt{\frac{M_M}{M_3}} + 1} = \frac{54,6}{\sqrt{\frac{6,4 \cdot 10^{23}}{60 \cdot 10^{23}}} + 1} \approx \frac{54,6}{0,326598 + 1} = \frac{54,6}{1,326598} \approx 41,1579 \text{ млн. км.}$$

Ответ: $L = 41,1579 \text{ млн. км}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-36/1-11-27

52

Дано:

$$R = 3430 \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$g = ?$

Анализ и решение:

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}, \text{ но } F = m \cdot a = m \cdot g$$

$$\Rightarrow m \cdot g = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} \quad | : m$$

$$g = G \cdot \frac{M}{R^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6,4 \cdot 10^{23}}{343^2 \cdot 10^8} \approx 3,62842$$

Ответ: $g = 3,62842 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

55

Дано:

$$S = 54,6 \text{ млн. км}$$

$$V = 12 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$t = ?$

Анализ и решение:

$$S = 54,6 \text{ млн. км.} = 54,6 \cdot 10^6 \text{ км}$$

$$S = V \cdot t \Rightarrow t = \frac{S}{V} = \frac{54,6 \cdot 10^6}{12} = 4,55 \cdot 10^6 \text{ с}$$

Ответ: $t = 4,55 \cdot 10^6 \text{ с}$

54

Дано:

$$h = 3430 \text{ км}$$

$$R = 3430 \text{ км}$$

$\frac{A_1}{A_2} = ?$

Анализ и решение:

$$E_2 = \frac{G \cdot m \cdot M \cdot h}{(R+h)^2}$$

$$A_1 = E_2 - E_1 = E_2 = \frac{G \cdot m \cdot M \cdot h}{(R+h)^2}$$

$$E_3 = E_{п2} + E_k = E_2 + E_k \quad E_k = \frac{mv^2}{2}$$

$$g = \frac{v^2}{R+h} \quad \frac{v^2}{R+h} = \frac{GM}{(R+h)^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{(R+h)} \Rightarrow E_k = \frac{GmM}{(R+h) \cdot 2}$$

$$A_2 = E_3 - E_2 = E_k = \frac{GmM}{(R+h) \cdot 2}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{G \cdot h \cdot M \cdot h \cdot 2 \cdot (R+h)}{G \cdot h \cdot M \cdot (R+h)^2} = \frac{2h \cdot 2Rh + 2h^2}{R^2 + 2Rh + h^2} = \frac{2h}{R+h} = \frac{2 \cdot 3430}{3430 + 3430} = 1$$

Ответ: $\frac{A_1}{A_2} = 1$

2



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр А-36/1-11-27

БЗ

Дано:
 $S = 49 \text{ м}^2$
 $V = 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 10^4 \frac{\text{км}}{\text{с}}$
 $m_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$
 $\Delta F = ?$

Анализ и решение:
Возьмём за точку отсчёта сам корабль. Получается, что он стоит на месте, а микрометеоры летят в него со скоростью $V = 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, но после столкновения останавливаются, то есть конечная скорость $V_k = 0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Вывод

$S = 49 \text{ м}^2 \Rightarrow$ За каждый метр движения корабля ~~встреч~~ с ним сталкивается 49 микрометеоров.

$$\Rightarrow \Delta F = 49 \cdot F_{\text{метеора}} = 49 \cdot m_0 \cdot a$$

Найдём ускорение из формулы:

$$l = \frac{V^2 - V_k^2}{2a}, \text{ где } l = 1 \text{ м}; V_k = 0 \frac{\text{м}}{\text{с}}; V = 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{10^{10}}{2a} \Rightarrow a = \frac{10^8}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta F = 49 \cdot m_0 \cdot 49 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{10^8}{2} = 49 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

Ответ: $\Delta F = 49 \cdot 10^3 \text{ Н}$