



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/2-11-58

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы		9	6	4	15	10	10	8	62

Вариант 1

Дано: $4^x + \sin^4 y + \ln^6 z = 16$

Доказать: $2^{x+1} + 3 \sin^2 y - 6 \ln^3 z \leq 28$.

Пусть $2^{x+1} = a$; $\sin^2 y = b$; $\ln^3 z = c$

КБШ: $2(a-0) + 3(b-0) - 6(c-0) \leq \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} \cdot \sqrt{(a-0)^2 + (b-0)^2 + (c-0)^2}$

$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{36 + 9 + 4} \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 7\sqrt{96} = 28 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2^{x+1} + 3 \sin^2 y - 6 \ln^3 z \leq 28$

$\cos(10^n) = \cos(10^\circ) = \cos 10^\circ$, где $n > 2$, $n \in \mathbb{Z}$

не доказано!

Тогда $a_1 \cos x + (a_2 + a_{2023} + a_{2024}) \cdot \sin x = \cos 10^\circ \cdot \cos x + \cos 10^\circ \cdot \sin x$

Пусть $F(x) = \cos 80^\circ \cos x - \cos 10^\circ \sin x$; $F(x) = \cos 80^\circ \sin x + \cos 10^\circ \cos x$

$\tan x = \frac{\cos 80^\circ}{\cos 10^\circ}$ - точка максимума $\Rightarrow x = \arctg \frac{\cos 80^\circ}{\cos 10^\circ}$

Ответ: $\arctg \frac{\cos 80^\circ}{\cos 10^\circ} \approx 10^\circ$

Ответ: -1

н5

Дано:

На тело действуют силы сопротивления $\vec{F}_c = -k\vec{v}$

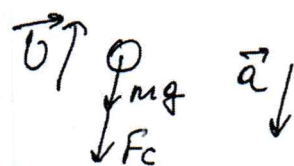
$g = 10 \frac{m}{c^2}$

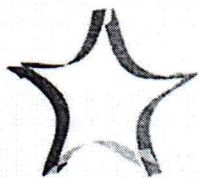
$v_H = ?$

$v_{Kx} = v_{Hx} + \int_{t_1}^{t_2} a_x dt$

$t_1 = 0$; $t_2 = 2c$ (по графику)

По 2 Закону Ньютона: $0x: m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_c$, Отметим, что $a = g$, когда тело остановилось.





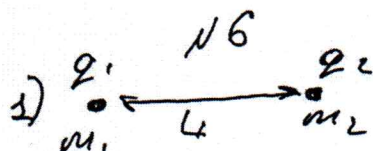
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/2-11-58

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

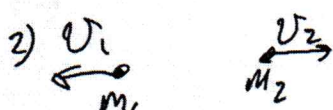
Вариант 1

Дано:
 $m_1; q_1;$
 $L; m_2; q_2$
 $V_1 = ?; V_2 = ?$



ЗСЭ: $W_1 = W_2$

$W_1 = \frac{kq_1 q_2}{L} \quad W_2 = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2}$

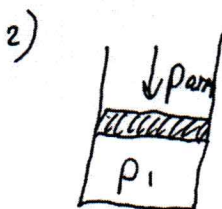
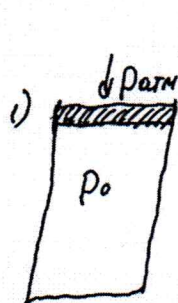


ЗСД: $m_1 V_1 = m_2 V_2$

$2 \frac{kq_1 q_2}{L} = m_1 V_1^2 + \frac{m_1^2}{m_2} V_1^2 \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2kq_1 q_2}{L(m_1 + \frac{m_1^2}{m_2})}}$

$V_2 = V_1 \cdot \frac{m_1}{m_2} = \frac{m_1}{m_2} \sqrt{\frac{2kq_1 q_2}{L(m_1 + \frac{m_1^2}{m_2})}}$

Дано:
 $S = 100 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$
 $T_0 = 373 \text{ К}$
 $h_0 = 0,3 \text{ м}$
 $h_1 = 0,1 \text{ м}$
 $p_1 = 2p_0$
 $m = ?$



$\mu_2 = 18 \cdot 10^{-3} \left(\frac{\text{кг}}{\text{мол}} \right)$

$p_1 = p_{\text{атм}}; p_0 = \frac{p_1}{2} = \frac{p_{\text{атм}}}{2}$

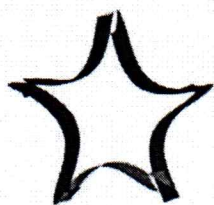
Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона: $p_0 V_0 = \nu R T_0$

$p_1 V_1 = \nu R T_1; p_1 h_1 S = \nu R T_1; p_0 h_0 S = \nu R T_0;$

$p_0 = \frac{\nu R T_0}{h_0 S} \quad p_1 = \frac{\nu R T_1}{h_1 S} \Rightarrow \frac{\nu R T_1}{h_1 S} = 2 \frac{\nu R T_0}{h_0 S} \Rightarrow \frac{T_1}{h_1} = \frac{2 T_0}{h_0}$

$T_1 = \frac{h_1}{2 h_0} T_0 \quad p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} R T_1 \quad m = \frac{\mu p_1 V_1}{R T_1} = \frac{S \cdot p_{\text{атм}} \cdot \mu \cdot h_0}{2 R T_0} =$
 $= \frac{100 \cdot 10^{-4} \cdot 10^5 \cdot 18 \cdot 10^{-3} \cdot 0,3}{2 \cdot 8,31 \cdot 373} \approx 0,87 \cdot 10^{-3} \text{ (кг)}$

Ответ: $0,87 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 61/2-11-58

Вариант 1

N 2

$$1) \begin{cases} \frac{\log_3 x \cdot \log_4 y}{\log_2(xy)} = \frac{1}{3} \\ \frac{\log_3 y \cdot \log_5 z}{\log_5(yz)} = \frac{3}{5} \\ \frac{\log_{27} z \cdot \log_2 x}{\log_{16}(xz)} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\log_3 x \cdot \log_2 y}{2 \log_2(xy)} = \frac{1}{3} \\ \frac{\log_3 y \cdot \log_5 z}{2 \log_5(yz)} = \frac{3}{5} \\ \frac{4 \log_3 z \cdot \log_2 x}{3 \log_2(zx)} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\log_2(xy)}{\log_3(x) \log_2 y} = \frac{3}{2} \\ \frac{\log_5(yz)}{\log_3 y \log_5 z} = \frac{5}{6} \\ \frac{\log_2(zx)}{\log_3 z + \log_2 x} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\log_2 y + 1}{\log_3 y} = \frac{5}{6} \\ \frac{\log_x z + 1}{\log_5 z} = \frac{4}{3} \\ \frac{\log_2 x + 1}{\log_3 x} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{1}{\log_3 y} + \frac{1}{\log_3 x} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{\log_3 z} + \frac{1}{\log_3 y} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 z} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

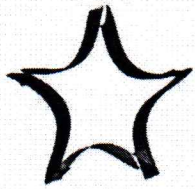
$$\frac{3}{2} - \frac{1}{\log_3 x} = \frac{5}{6} - \frac{1}{\log_3 z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1. \frac{1}{\log_3 x} - \frac{1}{\log_3 z} = \frac{4}{6} \Rightarrow \log_3 z = 3$$

$$\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 x} = \frac{4}{3} \Rightarrow \log_3 x = 3$$

$$3) \frac{\log_3 x \cdot \log_2 y}{\log_2 xy} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 3$$

Ответ: $x = 3$; $y = 9$; $z = 27$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 61/2-11-58

Вариант 1

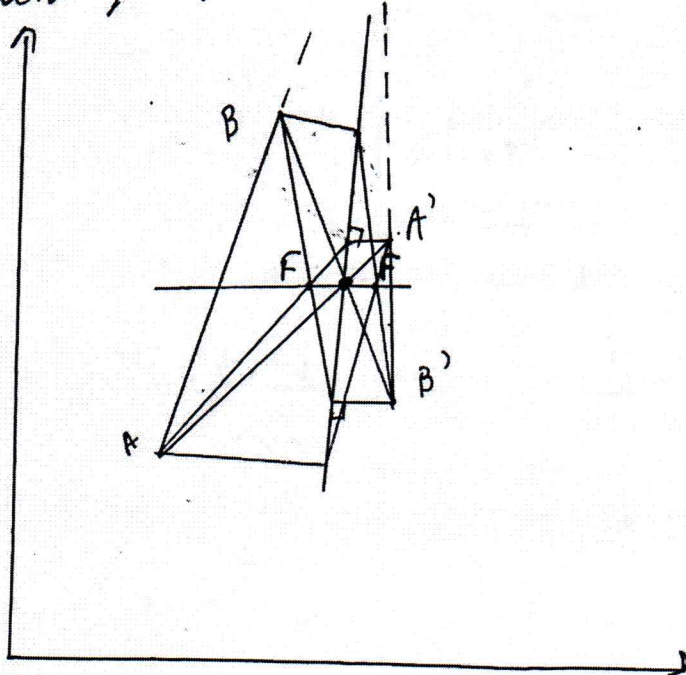
$$U_{KX} = 0; U_{HX} = -U_H; a_x = a; 0 = -U_H + \int_{t_1}^{t_2} a dt$$

$$U_H = \int_{t_1}^{t_2} a dt; S_{11} = \frac{a_2 + a_1}{2} t_2$$

$$a_1 = 20 \frac{M}{c^2}; a_2 = 10 \frac{M}{c^2}; U_H = \frac{a_2 + a_1}{2} \cdot t_2 = \frac{30}{2} \cdot 2 = 30 \left(\frac{M}{c} \right)$$

Ответ: $30 \frac{M}{c}$

- 1) Соединим B и B' ; A и A' . Их пересечение - оптич. центр линзы.
- 2) Продолжение лучей AB и $A'B'$ пересекутся на линзе.
Координаты оптического центра $(36; 36)$
- 3) Опустим перпендикуляры на линзу из всех точек и соединим с их парой. Точка пересечения - фокус линзы.
Координаты фокусов $(39; 39)$ и $(31; 34)$



Ответ: оптический центр $(36; 36)$; фокус $(39; 39)$ и $(31; 34)$