

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 39-07-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№1.

Пусть общее кол-во общественного транспорта - x
В начале года:

A (автобусы) - 60% - $0,6x$

T (трамваи) - 40% - $0,4x$

Весной:

A стало - 20% - $0,2x$

$0,6x = 0,2(x + m)$, m - кол-во новых трамваев.

$$0,6x = 0,2x + 0,2m$$

$$0,6x - 0,2x = 0,2m$$

$$0,4x = 0,2m$$

$$m = 2x$$

После весны стало:

$$x + 2x = 3x$$

Осенью:

A снова стало 60% - $0,6x$

a - кол-во новых автобусов

$$0,6(3x + a) = 0,6x + a$$

$$1,8x + 0,6a = 0,6x + a$$

$$1,8x - 0,6x = a - 0,6a$$

$$1,2x = 0,4a$$

$$a = 1,2x : 0,4$$

$$a = 3x$$

$3x + 3x = 6x$ - увеличилось кол-во общественного транспорта.

$\frac{6x}{x} = 6$ раз. Ответ: в 6 раз увеличилось кол-во единиц общественного транспорта за год в городе ^{Златоусте}.

№2.

Чтобы числа $2a-1$ и $3a-5$ делились на простое число p , необходимо $2a-1$ умножить на 3, а $3a-5$ на -2 :
 $3(2a-1) - 2(3a-5) = 6a-3-6a+10 = 7$ — простое число,
значит p может быть только 7.

Проверим:

Пусть, $a=11$, значит числа получатся такие:

$$2a-1 = 2 \cdot 11 - 1 = 22 - 1 = 21 \text{ (делится на 7).}$$

$$3a-5 = 3 \cdot 11 - 5 = 33 - 5 = 28 \text{ (делится на 7).}$$

Ответ: $p=7$.

№3.

Между гласными могут находиться 1; 2; 4 согласных.

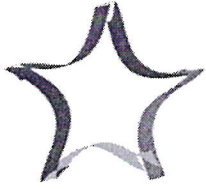
Сказано, что гласных букв должно быть выписано наибольшее кол-во.

Значит, сделаем так, чтобы между любыми 2 гласными была согласная, это увеличит кол-во гласных и на первое место поставим гласную. Пусть, Г — гласная; С — согласная.

Тогда, последовательность букв будет такая, Г С Г С Г С... Получается, что гласная занимает все нечётные позиции.

Поскольку, 2025 не делится на 2, то в остатке будет 1. Следовательно, гласных получится 1013
($2024 : 2 = 1012$; $1012 + 1 = 1013$).

Ответ: можно быть выписано 1013 гласных букв.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 39-07-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Дано:

$$\begin{aligned}L &= 2000 \text{ м} \\N &= 6 \text{ кругов} \\t_{\text{обз}} &= 1 \text{ час} = 60 \text{ мин} = 3600 \text{ сек.} \\v_0 &= 2,5 \text{ м/с} \\t_1 &= 15 \text{ мин} = 900 \text{ сек (размин)} \\t_2 &= 15 \text{ мин} = 900 \text{ сек (замин)} \\t_3 &= 10 \text{ мин} = 600 \text{ сек (разгон)}\end{aligned}$$

Найти: $v_{\text{max}} = ?$

реш.

Решение:

$$\begin{aligned}L \cdot N &= t_{\text{обз}} \cdot v_0 + t_{\text{размин зам}} (v_{\text{max}} - v_0), \\ \text{где } t_{\text{размин зам}} &= t_{\text{обз}} - (t_1 + t_2) - t_3 = \\ &= 3600 - (900 + 900) - 600 = 1200 \text{ сек.} \\ 2000 \cdot 6 &= 3600 \cdot 2,5 + 1200 (v_{\text{max}} - 2,5) \\ 12000 &= 9000 + 1200 (v_{\text{max}} - 2,5) \\ 3000 &= 1200 (v_{\text{max}} - 2,5) \\ 2,5 &= v_{\text{max}} - 2,5 \\ 2,5 + 2,5 &= v_{\text{max}} \\ v_{\text{max}} &= 5 \text{ м/с.}\end{aligned}$$

Ответ: максимальная скорость Реликса равна
 $v_{\text{max}} = 5 \text{ м/с.}$

Дано:

$$\begin{aligned}p_1 &= 2p_2 \\ p_3 &= p_2 - 0,5 \text{ т/м}^3 = p_2 - 500 \text{ кг/м}^3 \\ p &= 3000 \text{ кг/м}^3\end{aligned}$$

Найти: $p_3 = ?$

реш.

Решение:

$$\begin{aligned}p_1 + p_2 + p_3 &= 9000 \\ 2p_2 + p_2 + p_2 - 500 &= 9000 \\ 4p_2 &= 9500 \\ p_2 &= 9500 : 4 \\ p_2 &= 2375 \\ p_3 &= p_2 - 500 = 2375 - 500 = 1875 \text{ кг/м}^3\end{aligned}$$

Ответ: $p_3 = 1875 \text{ кг/м}^3.$

№7.

Дано: $a^2 + b^2 = c^2$ | Замечание: По теореме Пифагора $S = c$ (ипотенуза).
 Найти: $S = ?$ | $c = \sqrt{a^2 + b^2}$
 $c = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ см.}$

Ответ: $S = 5 \text{ см.}$, которое пробегал муравьишка.

Дано: $a = 0,6 \text{ см}$ | Замечание: №8.
 $h = 8 \text{ см.}$ | $r_{\text{ср.}} = \frac{5 \cdot \frac{5}{4}}{2} = \frac{25}{8} = 3,125 \text{ см.}$
 $H_{\text{ц}} = 10 \text{ см.}$ | $r_{\text{ц}} = r_{\text{ср.}} - a = 3,125 - 0,6 = 2,525$
 $\rho_{\text{м}} = 52 / \text{см}^3$ | Ответ: $\rho_{\text{ц}} = 2,525 \text{ г/см}^3$
 Найти: $\rho_{\text{ц}} = ?$

№4.

Оля разрезала Мишкин прямоугольник ~~8x8~~ на 9 разных по площади прямоугольников.

Оля может разрезать его на 9 разных ^{ых} прямоугольников. Например, $(1+2+3+4+5+6+7+8+9=45)$.

Проверим, какой наименьший площади прямоугольник ~~8x8~~ ~~влезет~~ в Мишкин прямоугольник ~~8x8~~, который взяла Миша _{8x8}.

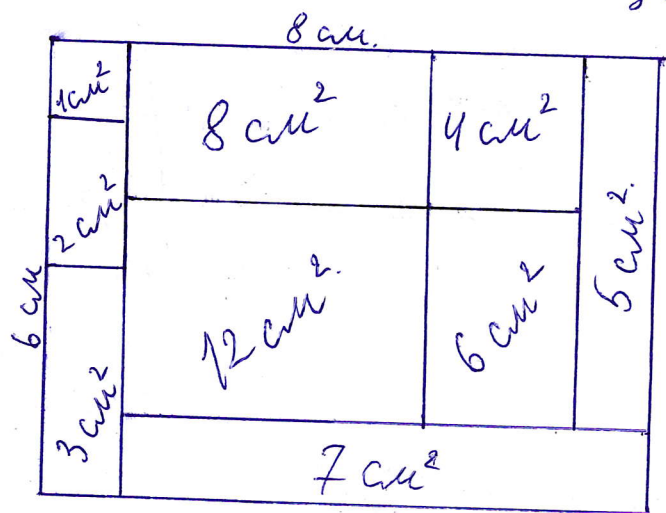
$45 \text{ см}^2 - 45 \times 1; 9 \times 5; 15 \times 3$ - не влезет

$46 \text{ см}^2 - 46 \times 1; 23 \times 2$ - не влезет.

$47 \text{ см}^2 - 47 \times 1$ - не влезет влезет

$48 \text{ см}^2 - 6 \times 8$ - влезет.

Вариант, как разрезать прямоугольник:



9 прямоугольников, которые вырезала Оля: $1 \times 2; 1 \times 2; 1 \times 3; 1 \times 5; 1 \times 7; 2 \times 2; 2 \times 3; 2 \times 4; 4 \times 3$.

Ответ: Мишкин прямоугольник может быть площадью 48 см^2 , 6×8 .