



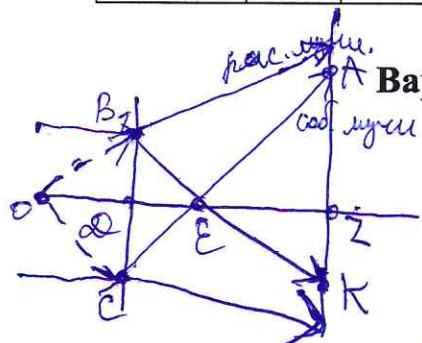
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

313

шифр 72/1-11-30

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

8) дано:
 $d_n = 5 \text{ см}$
 $d_1 = 6 \text{ см}$
 $d_2 = 12 \text{ см}$
 $DC = ?$



Вариант 2.

$$EF = AZ - DE = \frac{3}{4} - DE$$

$$OD = \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{OD}{OZ} = \frac{BC}{AK} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$AZ = OZ - OD = 5OD - OD = 4OD = 4 \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{DE}{EZ} = \frac{BC}{AK} \Rightarrow DE = \frac{EZ \cdot BC}{AK} = \frac{d_1}{d_2} \cdot EZ = \frac{4}{5}$$

$$DE = \frac{d_1}{d_2} \cdot EZ \Rightarrow EZ = DE \cdot \frac{d_2}{d_1}$$

$$DE = \frac{d_1}{d_2} \cdot (AZ - DE) = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} - DE \right) = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} - \frac{1}{2} DE = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} DE$$

$$DE^{12} + \frac{1}{2} DE = \frac{3}{8}$$

$$\frac{5}{2} DE = \frac{3}{8} \Rightarrow DC = \frac{3}{8} : \frac{5}{2} = \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 5} = \frac{3}{20} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$$

$$DC = \frac{20}{3} \text{ см}$$

ответ: $\left(\frac{20}{3} \text{ см} \right)$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 22/1-11-30

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

2/3

Вариант 2

1) $7\sqrt{2 - \log_2 x} - 3|2\log_3 x - 5| \leq 7|\log_3 x - 3|2\sqrt{2 - \log_3 x} - 5|$
 Пусть $\log_2 x = t, t \in \mathbb{R}$
 $7\sqrt{2-t} - 3|2t-5| \leq 7t - 3|2 - \sqrt{2-t} - 5|$ 0.89: $\begin{cases} 2 - \log_3 x \geq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 < \log_3 x \\ x > 0 \end{cases}$
 $2-t \geq 0 \Rightarrow t \leq 2 \Rightarrow x \leq 9 \Rightarrow |2t-5| = 5-2t$
 ① $2\sqrt{2-t} - 5 < 0 \Rightarrow \sqrt{2-t} < \frac{5}{2} \Rightarrow 2-t < \frac{25}{4} \Rightarrow t > -\frac{17}{4}$
 $7\sqrt{2-t} - 15 + 6t \leq 7t + 6\sqrt{2-t} - 15$
 $\sqrt{2-t} \leq t$

2) всего раскрасок $3^{6 \cdot 14} = 3^{84}$, из которых только 2^{43}
 $\Rightarrow$ вероятность $\frac{2^{43}}{3^{84}}$ Ответ: $\frac{2^{43}}{3^{84}}$

Док-во: машины белые и чёрные клетки 1-ого типа, а среди 2-ого типа, 1π и 2π должны быть 2-ого типа и наоборот $\Rightarrow$ 1-ый и 2-ой типы образуют шахматную раск. $\Rightarrow$ 1-ого типа $\frac{6 \cdot 14}{2} = 42$ шт., каждая шт. может быть чёрной или белой $\Rightarrow 2^{42}$. Вариантов раск., которые существуют $2 \Rightarrow$ всего 2^{43} для каждой шахматной

6) Дано:
 $R_1 = 20 \Omega$
 $R_2 = 10 \Omega$
 $R_3 = 40 \Omega$
 $R_4 = 30 \Omega$
 $U_0 = 420 \text{ В}$
 $C = 500 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$
 $q_c = ?$

Решение:
 м. к. конденсатор включается через t , но цепь имеет вид

 $R_0 = \frac{(R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{30 \cdot 70}{100} = 21 \Omega$

Далее методом контурных токов:
 $\begin{cases} U_A - U_B = I_1 R_1 + U_C + I_4 R_4 \\ U_A - U_B = I_3 R_3 + I_4 R_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_0 = I_1 + I_3 \\ I_0 = \frac{U_0}{R_0} - I_1 \\ U_C = \left(\frac{U_0}{R_0} - I_1 \right) R_3 - I_1 R_1 \\ U_C = \frac{U_0}{21} - 14 \cdot 20 = -40 \\ I_1 = \frac{U_0}{R_1 + R_2} = \frac{420}{30} = 14 \\ U_C = 40 \text{ В} \end{cases}$
 $I_1 R_1 + U_C + I_4 R_4 = I_3 R_3 + I_4 R_4$
 $U_C = I_3 R_3 - I_1 R_1$
 $500 = I_0 R_0$
 $U_0 = I_1 + I_2 R_0$
 $q = C \cdot U_C = 500 \cdot 10^{-6} \cdot 40 = 0,02 \text{ Кл}$
 Ответ: $q = 0,02 \text{ Кл}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 32/1-11-30

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

1/3

Вариант 2

3) $f(x) = ax^2 + (3a+2)x + b \geq 0, x \Rightarrow a > 0$ и $D \leq 0 \Rightarrow (3a+2)^2 - 4ab \leq 0 \Rightarrow 9a^2 - 4ab + 6a + 1 \leq 0 \Rightarrow 25a^2 + 6a + 1 \leq 16a^2 + 4ab$

$$25a^2 + 6a + 1 \leq 4a(4a + b)$$

$$\frac{25a^2 + 6a + 1}{4a} \leq 4a + b \text{ (равенство достигается при)}$$

$$b = \frac{25a^2 + 6a + 1}{4a} - 4a \Rightarrow \text{минимум } 4a + b \text{ совпадает с мин. } \frac{25a^2 + 6a + 1}{4a}$$

$$\text{при } a > 0 \left(\frac{25a^2 + 6a + 1}{4a} \right)' = 0 \Rightarrow \frac{25}{4} - \frac{1}{4a^2} = 0 \Rightarrow \frac{25}{4} = \frac{1}{4a^2} \Rightarrow a = \frac{1}{5}$$

$$4a + b = 4$$

Ответ: 4

$$a = 7, b = 8, c = 13$$

$$N = a + b + c - \gcd(a, b) - \gcd(b, c) - \gcd(a, c)$$

$$+ \gcd(a, b, c)$$

$$\gcd(7, 8) = 1$$

$$\gcd(7, 13) = 1$$

$$\gcd(8, 13) = 1$$

$$\gcd(7, 8, 13) = 1$$

$$\gcd = \text{наиб. общий делитель}$$

$$N = 7 + 8 + 13 - 1 - 1 - 1 + 1 = 26$$

$$\text{Ответ: } 26$$

5) $t_{\text{обл.}} = t_B + t_E$; t_B - время в М поле; t_E - время в ЭМ. поле

$$F_1 = qBV_0; F_1 = m\vec{a}, a = \frac{V_0^2}{R}; m \frac{V_0^2}{R} = qBV_0; mV_0 = qBR$$

$$F_{\text{эл}} = m\vec{a}$$

$$F_{\text{эл}} = qE \Rightarrow qE = m\vec{a}$$

$$h = V_0 t + \frac{at^2}{2}; V_0 = 0; h = \frac{at^2}{2}; qE = \frac{2mh}{t^2} = t_E = \sqrt{\frac{2mh}{qE}}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{\pi m}{qB} + \sqrt{\frac{2mh}{qE}} \right)$$

7) 1) $V = V_0; T = kV_0^2$ 2) $V = 3V_0; T = 9kV_0^2$ 3) $V = 3V_0; T = kV_0^2$

в про-се (2-3) работы нет, в (3-1) $P(V_1) = \frac{dW}{dt} = \frac{dRkV_0^2}{dt} \Rightarrow$

$$\Rightarrow |A| = \int_{V_0}^{3V_0} 3.64 V R k V_0^2 dV = 3.64 V R k V_0^2 \ln 3, \text{ от нач-ля получено } 8 R k V_0^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{3.64 \cdot \ln 3}{8} = 0.55\% \text{ Ответ: } 50\%$$