



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр А-36/1-11-11

№1

Дано:

$$r = 54,6 \text{ млн. км}$$

$$M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$M_m = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

x - рас. от центра Земли
до точки равновесия - ?

Решение

Рас. до Марса $= r - x$

В т. Лагранжа выполняется
равенство гравитацион. сил:

$$\frac{GM_3 m}{x^2} = \frac{GM_m m}{(r-x)^2}, \quad m - \text{пробная}$$

масса $| : G m$

$$\frac{M_3}{x^2} = \frac{M_m}{(r-x)^2}$$

$$\sqrt{M_3} (r-x) = \sqrt{M_m} x$$

$$\sqrt{M_3} r = x (\sqrt{M_m} + \sqrt{M_3}) \rightarrow$$

$$x = \frac{\sqrt{M_3} r}{\sqrt{M_m} + \sqrt{M_3}}$$

$$\text{или } \frac{\sqrt{M_3}}{\sqrt{M_m} + \sqrt{M_3}} = \frac{\sqrt{6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}}{\sqrt{6 \cdot 10^{24} \text{ кг}} + \sqrt{6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}}} \approx 0,75 \rightarrow x \approx 0,75 r$$

т.к. $r = 54,6 \text{ млн. км} \rightarrow x \approx 0,75 \cdot 54,6 \text{ млн. км} \approx 41 \text{ млн. км}$
Ответ: 41 млн. км.

№2

Дано:

$$R = 3430 \text{ км}$$

$$M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$g = ?$

Решение

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$g = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}}{(3430 \cdot 10^3 \text{ м})^2} \approx 3,63 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Ответ: $3,63 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

1



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-36/1-11-11

№3

Дано:
 $v = 10 \text{ км/с}$
 $m_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$
 $S = 4 \text{ м}^2$

Решение

$$V = S \cdot v$$
$$v = 4 \text{ км/с} = 10000 \text{ м/с} = 4,9 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$
$$N = V \cdot (\text{плотн. микрометров}) = 4,9 \cdot 10^5 \cdot 1 = 4,9 \cdot 10^5$$
$$\Delta m = N \cdot m_0 = 4,9 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг} = 9,8 \cdot 10^{-5} \text{ кг} = 9,8 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$$
$$F_{\text{Дон}} = \Delta m \cdot v = 9,8 \frac{\text{кг}}{\text{с}} \cdot 10000 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 98000 \text{ Н}$$

Ответ: 98000 Н

№4

Дано:
 $h = 3430 \text{ км}$
 $R_m = 3430 \text{ км}$

Решение

у круговой орбиты будет радиус $R+h$

$$= 2R$$
$$A_1 = \Delta U = GM_m \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2R} \right) = GM_m$$
$$(2-я) \quad \frac{GM_m}{2R} = \frac{GM_m}{4R}$$
$$v_{\text{орб.}} = \sqrt{\frac{GM}{2R}}, \quad K = \frac{1}{2} m v_{\text{орб.}}^2 = \frac{1}{2} m \frac{GM}{2R} = \frac{GM_m}{4R}$$
$$\Rightarrow \frac{GM_m}{4R} \rightarrow A_2 = K = \frac{GM_m}{4R}$$
$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\frac{GM_m}{2R}}{\frac{GM_m}{4R}} = \frac{1}{2R} \cdot \frac{4R}{1} = 2$$

Ответ: 2

2



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр А-36/1-11-11

№5
Дано:

$$v = 12 \text{ км/с}$$

$$S = 54,6 \text{ млн. км}$$

$t = ?$

Решение:

при равномерном движении:

$$t = \frac{S}{v}$$

$$S = 54,6 \cdot 10^6 \text{ км}, \quad v = 12 \text{ км/с}$$

$$t = \frac{54,6 \cdot 10^6 \text{ км}}{12 \text{ км/с}} = 4,55 \cdot 10^6 \text{ с}$$

$$t \approx \frac{4,55 \cdot 10^6 \text{ с}}{3600 \text{ с/час}}$$

$$\approx \frac{1264 \text{ часов}}{24 \text{ часа/сут}} \approx 52,7 \text{ сут}$$

$$\approx 53 \text{ сут}$$

Ответ: 53 сут