

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

М-Ю-07-005

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	10	12	3	13	10	5	15	0	68

Вариант I

Общ

Задача 1

Заменим, что т.к. число знаков фиксировано, то для получения макс. числа нужно, чтобы в макс. разрядах (первые цифры) были максимальными. В макс. цифре 9

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 ...

8 ц. 19 ц. 19 ц.

До 1,9" - 8 цифр, 90 2,3... "9" - 19 цифр

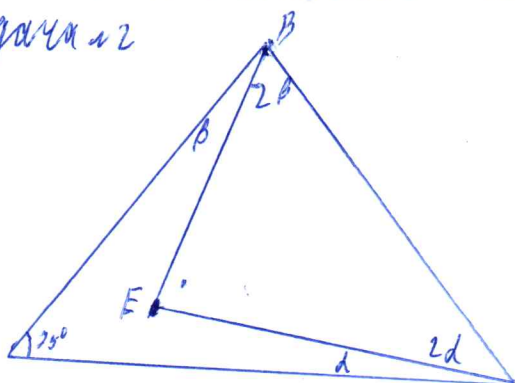
Поскольку макс. кол-во "9" это 4, т.к. если 5, то $8 + 19 \cdot 4 > 80$, а $8 + 19 \cdot 3 = 65$

Теперь т.к. мы можем убрать еще 15 ц. мы не сможем поставить 8, нужно 19 цифр $\Rightarrow$ можем получить 7, а дальше мы не можем убрать

цифры: 9999 7 48 49 50 51 ... 7980

Ответ: 9999 7 48 49 50 51 ... 7980

Задача 2



Дано: $\triangle ABC$ $\angle A = 75^\circ$ $E \in \triangle ABC$
 $\angle CAE = \alpha$ $\angle ABE = \beta$
 $\angle BCE = 2 \cdot \angle ACE$; $\angle CBE = 2 \cdot \angle ABE$
 Найти: $\angle BEC$

Решение

- Пусть $\angle ACE = \alpha \Rightarrow \angle BCE = 2 \cdot \alpha = 2\alpha$, Пусть $\angle ABE = \beta \Rightarrow \angle CBE = 2\beta$
- Зам, что $\angle B + \angle C = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ (т.к. сумма углов треугольника 180°)
- $3\alpha + 3\beta = 105^\circ \quad | :3$
- $\alpha + \beta = 35^\circ \quad | \cdot 2$
- $2\alpha + 2\beta = 70^\circ$

$$3. \angle BEC = 180^\circ - \angle BCE - \angle CBE = 180^\circ - 2\alpha - 2\beta = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ \text{ т.к. } \angle \text{при вершине } 180^\circ$$

Ответ: $\angle BEC = 110^\circ$

Задача 13

Прогрессия попарная

$$3, 13 \mid 20, 8, 14, 22 \mid 20, 8, \dots$$

$$3^2 = 9 \quad 9+4=13 \quad 13^2 = 169 \quad 16+4=20 \quad 20^2 = 400 \quad 4+4=8 \quad 8^2 = 64 \quad 10+4=14 \quad 14^2 = 196 \rightarrow$$

$$\rightarrow 18+4=22 \quad 22^2 = 484 \quad 16+4=20 \text{ и т.д.}$$

Образовались циклы 20, 8, 14, 22 после 2 чисел.

Полных циклов будет $\frac{2024-2}{4} = 505$ (ост. 1) еще 2 числа после цикла

это 20 и 8 - 2024 число

Ответ: 8

Задача 14

$$\frac{80!}{10^{80}} = \frac{80!}{5^{80} \cdot 2^{80}} \quad \text{степень вхождения двойки в } 80! \text{ это}$$

$$40+20+10+5+2+1 = 78$$

$$\frac{80!}{10^{80}} = \frac{80!}{5^{80} \cdot 2^{78}} = \frac{80!}{5^{2} \cdot 2^{2}} = \frac{80!}{4}$$

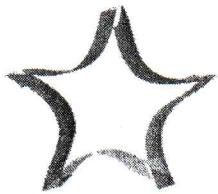
$$\frac{80!}{4} = \frac{80!}{2^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} 80:5=16 \text{ (:5)} \\ 80:25=3 \text{ (:25)} \\ 80:125=0 \text{ (:125)} \end{array} \right\} \text{степень вхождения 5 в } 80! \quad 16+3=19$$

Заметим, что мы нашли степени вхождения в $80!$ 2 и 5, и сокращать можно только на их т.к. $10^{80} = 5^{80} \cdot 2^{80}$

$$\frac{2^{78} \cdot 5^{19} \cdot X}{2^{80} \cdot 5^{80}} = \frac{X}{2^2 \cdot 5^{61}} = \frac{X}{4 \cdot 5^{61}}$$

Ответ: $4 \cdot 5^{61}$ - знаменатель



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр _____

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант I

Задача 15

$$V_{\text{кубы}} = 3_{\text{м}} \cdot 3_{\text{м}} \cdot 3_{\text{м}} = 27 \text{ м}^3 = 300_{\text{л}} \cdot 300_{\text{л}} \cdot 300_{\text{л}} = 27.000.000 \text{ л}^3 \quad \checkmark$$

$$V_{\text{цилиндра}} = 40_{\text{см}} \cdot 40_{\text{см}} \cdot 190_{\text{см}} = 2800 \cdot 190 = 532.000 \text{ см}^3 \quad \checkmark$$

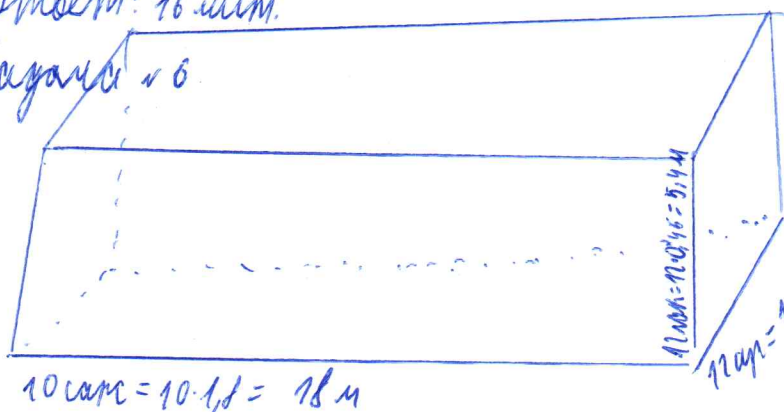
$$V_{\text{мол}} = 1650 \text{ л/сек} = 1650.000 \text{ см}^3/\text{сек} \quad \checkmark$$

$$t = (V_{\text{кубы}} - V_{\text{цилиндра}}) : V_{\text{мол}} = (27.000.000 - 532.000) : 1650.000 = 26.468.000 : 1650.000 =$$

$$= 16 \frac{68}{1650} \text{ мин} \approx 16 \text{ минут} \quad \checkmark$$

Ответ: 16 мин.

Задача 16



Сумма площадей стен + окна =

$$= 18 \cdot 5,4 \cdot 2 + 5,4 \cdot 8,4 \cdot 2 = 18 \cdot 10,8 + 8,4 \cdot 10,8 =$$

$$= 10,8 | 18 + 8,4 | = 10,8 \cdot 26,4 = 285,12 \text{ м}^2 \quad \checkmark$$

$$1 \text{ Окно} = 2 \cdot 3 \cdot (0,45)^2 = 6 \cdot 0,45 = 2,7 \text{ м}^2 \quad \pm$$

$$4 \cdot 2,7 = 10,8 \text{ м}^2$$

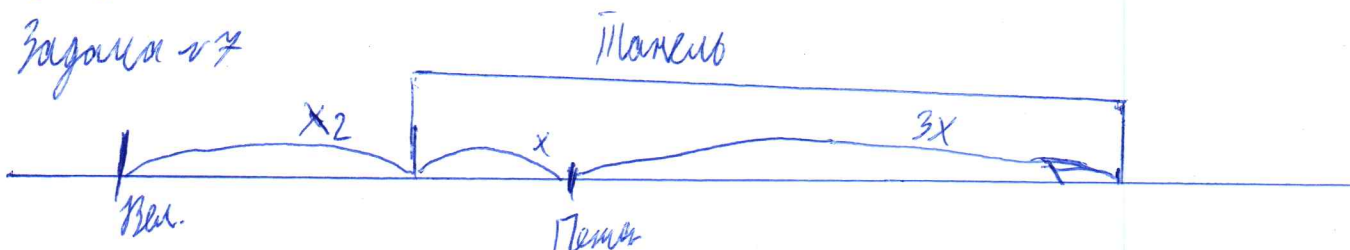
Сумма площадей стен $285,12 \text{ м}^2 - 10,8 \text{ м}^2 = 274,32 \text{ м}^2$

В доме 51 $11 \cdot 5 \text{ м}^2$ $5 \cdot 5 = 25 \text{ м}^2$ (ванная)

$$274,32 = \frac{274,32}{25} \cdot 4 \approx 4 \cdot 25 \approx 5 \text{ (ванн)}$$

Ответ: 5 ванн

Задача 17



t_1 - (если Петя идет назад) t_2 - (если Петя идет вперед)

$$\frac{x_2}{v_{\text{вс}}} = \frac{x}{v_{\text{пет}}} = t_1 \Rightarrow t_2 = t_1 \cdot 3 \text{ т.к. Петя шел в 3 раза быстрее}$$

$$\frac{x_2 + 4x}{v_{\text{вс}}} = \frac{3x}{v_{\text{пет}}} = t_2 \quad (\text{мы же знаем}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x_2}{v_{\text{вс}}} \cdot 3 = \frac{x_2 + 4x}{v_{\text{вс}}} \quad | \cdot v_{\text{вс}}$$

$$3 \cdot x_2 = x_2 + 4x \quad | - x_2$$

$$2 \cdot x_2 = 4x \quad | : 2$$

$$x_2 = 2x \quad \text{Получа заменим } x_2 \text{ в } \frac{x_2}{v_{\text{вс}}}$$

$$\frac{2x}{v_{\text{вс}}} = \frac{x}{v_{\text{пет}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x \cdot v_{\text{пет}} = x \cdot v_{\text{вс}} \quad | : x$$

$$2 \cdot v_{\text{пет}} = v_{\text{вс}} \Rightarrow \text{Петя быстрее в 2 раза}$$

Ответ: в 2 раза