

Задача 2. ответ: 99

Gr1ug

B2

решение: обозначу обслуженных клиентов второго класса до и после обеда за x и y соответственно. Тогда обслуженные первым классом клиенты ~~до и после~~ до и после обеда равны. $x - 25\%x = x - 0,25x = 0,75x$ и $y + 20\%y = 1,2y$. При этом первый класс обслужил на 10% покупателей больше, чем 2. То есть

$$\frac{0,75x + 1,2y}{x + y} = 1 + 10\% = 1,1$$

$$0,75x + 1,2y = 1,1y + 1,1x$$

$$0,1y = 0,35x \quad x = \frac{2}{7}y$$

$y = \frac{7}{2}x \Rightarrow$ так x - целое число (нельзя обслужить дробное число клиентов), $y : 2$

Так $0,75x$ тоже целое число по той же причине. ~~так~~

$$0,75x = \frac{3}{4}x = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7}y = \frac{3}{14}y \Rightarrow \text{так это целое число, } y : 14$$

(звучит уже странно по доказательству, также -2 и -7 взаимнопростые)

$$\text{и } 1,2y \text{ по той же причине целое. } 1,2y = \frac{6}{5}y \Rightarrow y : 5.$$

$\{5, 2\} \neq$ взаимнопростые $\Rightarrow y : 2$ и $y : 5$ и $y : 7$ все равно, что $y : 70$

$$\text{Всего покупателей } y \text{ так } x + \frac{3}{4}x + y + \frac{5}{7}y = \frac{2}{7}y + \frac{3}{14}y + y + \frac{5}{7}y = \frac{20}{70}y + \frac{15}{70}y + \frac{70}{70}y + \frac{50}{70}y = \frac{155}{70}y.$$

При $y = 70$ кол-во посетителей = 189. Это меньше 250. При $y = 140$ кол-во посетителей = 378. Это уже больше 250 $\Rightarrow y < 140$. При $y = 0$ это

матем ≤ 28 

Стр 2 из 9

невозможность из уравнения кассирот обслуживали покупателей $\Rightarrow 0 < y < 140 \Rightarrow y = 70$.
~~первый~~ кассир обслуживал $0,45x + 1,2y = \frac{3}{14}y + \frac{6}{5}y =$
 $= \frac{15 + 84}{70}y = 99$. Ответ: 99. 125.

Задача 5. Ответ: 15. 7

Решение: $v_0 = 30 \text{ м/с}$, $\alpha = 60^\circ$. Можно разложить эту скорость на оси x и y , где x параллельна горизонтальной поверхности, а y перпендикулярна ей. Скорость разложим на оси x и y как v_x и v_y соответственно. Тогда ~~по формуле~~
 ~~$v_y = v_0 \cdot \sin \alpha$~~ (как противолежащий катет), $v_x =$
 $= v_0 \cdot \cos \alpha$ (как прилежащий катет) (в прямоугол Δ , где оси x и y перпендикулярны)

$$v_x = v_0 \cdot \cos 60 = 30 \text{ м/с} \cdot \frac{1}{2} = 15 \text{ м/с}$$

$$v_y = v_0 \cdot \sin 60 = 30 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3} \text{ м/с}$$

v_x не изменяется по ходу движения.

По закону сохранения энергии полная энергия системы равна ~~полной энергии~~. Рассмотрим полную энергию системы в момент подбрасывания мяча и удара о вертикальную стену.

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2} \quad \left| : m \right) - \frac{v^2}{2} \Big| : g$$

$$h = \frac{v_0^2 - v^2}{2 \cdot g} = \frac{900 - 400}{20} = 25 \text{ м}$$

На такой высоте шар столкнулся со стеной. При переходе в систему отсчета движущуюся со скоростью v_x в направлении x вектора v_x . Видим, что шарик движется равноускоренно по оси y . При этом столкновение произошло на высоте h . Напишем уравнение равноускоренного движения

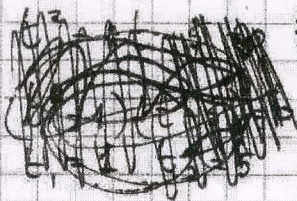
где это то тело.

$$h = 0 + v_y t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$-\frac{g}{2} \cdot t^2 + v_y t - h = 0$$

$$-5 \cdot t^2 + 3\sqrt{3}t - 25 = 0$$

$$-t^2 + \sqrt{3}t - 5 = 0$$



$$t^2 - 3\sqrt{3}t + 5 = 0$$

$$D = 27 - 20 = \sqrt{9}$$

$$t_1 = \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{9}}{2} > 0$$

$$t_2 = \frac{3\sqrt{3} - \sqrt{9}}{2} > 0$$

Это уравнение квадратичное $\Rightarrow$ имеет 2 корня (возможно, совпадающих). Найдем эти корни. Больший корень соответствует более долгому полету шарика $\Rightarrow$ т.е. g направлено против движения! скорость будет направлена вниз! Меньший корень наоборот.

Посмотрим, за сколько секунд мячик достигнет пола (от запуска шарика)

$$0 = 0 + v_y t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$-\frac{g}{2} t^2 + v_y t = 0$$

$$5t^2 - 3\sqrt{3}t = 0$$

$$t^2 - 3\sqrt{3}t = 0$$

$$t(t - 3\sqrt{3})$$

$t=0$
(собственно говоря, запуск)

$t_n = 3\sqrt{3}$
(достиг пола)

Так как удар абсолютно упругий v_x (в горизонтальном направлении) неподвижной относительно стены системы отсчета (покрайнее), v_x изменит направление

на противоположное (стенка перпендикулярна v_x) $\Rightarrow$ в первом случае мяч пролетит t_1 времени в одну сторону $t_n - t_1$ в обратную, а во втором t_2 в одну, $t_n - t_2$ в обратную.

$$1) S = |v_x t_1 - v_x (t_n - t_1)| = |v_x (t_1 - t_n + t_1)| = |v_x (2t_1 - t_n)| = |15 \cdot (3\sqrt{3} + \sqrt{9}) - 3\sqrt{3}| = 15 \cdot \sqrt{9}$$

$$2) S = |v_x t_2 - v_x (t_n - t_2)| = |v_x (t_2 - t_n + t_2)| = |v_x (2t_2 - t_n)| =$$

Стр 4 из 3

$$|15 \cdot \sqrt{7}| = 15\sqrt{7}$$

27-09-17

Расстояние одинаково. $15\sqrt{7}$

Ответ: $15\sqrt{7}$ 15

Задача 1.

$$\begin{aligned} x^2 + 2 &= (y+z)^2 & y+z &= \sqrt{x^2+2} \\ y^2 + 1 &= (x+z)^2 & x+z &= \sqrt{y^2+1} \\ z^2 + 1 &= (x+y)^2 & x+y &= \sqrt{z^2+1} \end{aligned}$$

$$x^2 + 2 + y^2 + 1 = (y+z)^2 + (x+z)^2$$

$$x^2 + y^2 + 3 = y^2 + 2yz + z^2 + x^2 + 2xz + z^2$$

$$3 = 2yz + 2xz + 2z^2$$

$$3 = 2z(y+x+z)$$

$$1,5 = z(\sqrt{z^2+1} + z)$$

$$1,5 = z^2 + z\sqrt{z^2+1}$$

$$1,5 - z^2 = z\sqrt{z^2+1} \quad \text{возведем в квадрат}$$

$$2,25 - 3z^2 + z^4 = z^4 + z^2$$

$$0 = 4z^2 - 2,25 \quad z = \pm \sqrt{\frac{2,25}{4}}$$

$$z = \frac{1,5}{2} = 0,75 \quad z \text{ не может быть } 0,75$$

~~$$\begin{aligned} 1 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} &= 1 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \\ 1 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} &= 1 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \\ 1 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} &= 1 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} \end{aligned}$$~~

$$y^2 + 1 + z^2 + 1 = x^2 + 2xz + z^2 + x^2 + 2xy + y^2$$

$$2 = 2xz + 2xy + 2x^2$$

$$1 = x(z+y+x) \quad 1 = x(\sqrt{x^2+2} + x) \quad 1 = x^2 + x\sqrt{x^2+2}$$

$$1 - x^2 = x\sqrt{x^2+2} \quad 1 - 2x^2 + x^4 = x^4 + 2x^2 \quad 4x^2 - 1 = 0$$

Средняя $\Delta h = h_1 - h_2$

Возьмем точки 0 и 20 см. поверхности

$h_0 = 120$; $h_{20} = 115$ (видно, что ровно посередине между 120 и 110)

$V_0 = 120 S$; $V_{20} = 115 S$

$V_0 = V_0$ (объем конуса воды) $+ h_1 \cdot S$

$V_{20} = V_0 + h_2 \cdot S = V_0 + h_1 \cdot S + \Delta h \cdot S$

$V_{20} - V_0 = \Delta h \cdot S$

$h_{20} - h_0 = \Delta h$

$\Delta h = -5 \text{ см} = -0,05 \text{ м}$ $\Delta h = -5 \text{ см}$

$h_1 (p_1 - p_0) = \Delta h \cdot p_0$

$h_1 (0,9 - 1) = -5 \cdot 1$

$h_1 = \frac{-5}{-0,1} = 50 \text{ см}$

$h_1 (p_1 - p_0) = \Delta h \cdot p_0$

$h_1 (0,9 - 1) = -5 \cdot 1$

$h_1 = \frac{-5}{-0,1} = 50 \text{ см}$

$h_1 S_{\text{пл}} = \text{объем льда} = 50 \text{ см} \cdot 15 \text{ см}^2 = 750 \text{ см}^3$

$h_1 S_{\text{пл}} = \text{масса льда} = 750 \text{ см}^3 \cdot 0,9 \text{ г/см}^3 = \frac{750 \cdot 9}{10}$

$= 675 \text{ г} = 0,675 \text{ кг}$

~~$V_0 = V_8 + h \cdot S$~~

$$V_0 = V_8 + h \cdot S$$

$$180 S = V_8 + 750 \text{ см}^3$$

$$1800 \text{ см}^3 = V_8 + 750 \text{ см}^3$$

$$1050 \text{ см}^3 = V_8$$

$$V_8 \cdot \rho_l = m_8 \text{ (масса налитой воды)} = 1050 \text{ см}^3 \cdot 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$= 1050 \text{ г} = 1,05 \text{ кг}$$

Ответ: 0,675 кг; 1,05 кг

10

3. Многоугольники у нас выпуклые $\Rightarrow$ для набора точек-вершин ~~можно~~ можно составить лишь 1 многоугольник (чтобы он был выпуклый)

$\Rightarrow$ кол-во многоугольников можно искать как кол-во вариантов наборов точек-вершин.

Рассмотрю ~~многоугольники~~ общий случай, где n - кол-во вершин многоугольника.

Для кол-ва наборов точек-вершин, содержащих A , нам нужно выбрать $n-1$ (уже есть 1 вершина A) точек из 2024 (те одна уже есть A). Это кол-во будет

$$= C_{2024}^{n-1} = \frac{2024!}{(n-1)!(2024-(n-1))!} = \frac{2024!}{(n-1)!(2025-n)!}$$

Для кол-ва наборов точек-вершин, не содержащих A , нам нужно выбрать n точек из 2024 (нельзя выбирать A). Это кол-во будет равно

$$C_{2024}^n = \frac{2024!}{n!(2024-n)!}$$

D.

Стр 8 из 9

Если разделить первое кол-во на второе, то выражение будет > 1 при кол-ве многоугольников содержащих A $>$ кол-ва многоугольников, не содержащих A , и < 1 если наоборот. Если вдруг выражение равно $= 1$, то и кол-во многоугольников равны. Делим.

$$\frac{\frac{2024!}{(n-1)!(2025-n)!}}{\frac{2024!}{n!(2024-n)!}} = \frac{n!(2024-n)!}{(n-1)!(2025-n)!} = \frac{(n-1)! \cdot n \cdot (2024-n)!}{(n-1)!(2024-n)!(2025-n)}$$

$$= \frac{n}{2025-n}$$

Видим, что при $n \geq 1013$ кол-во многоугольников, содержащих A будет больше, чем других, а при $n < 1013$ - наоборот.

Также видим, что в выражении

$$\frac{2024!}{n!(2024-n)!} \text{ и } \frac{2024!}{(n-1)!(2025-n)!}$$

если заменить n на $2025-n$, то выражение поменяется местами, то есть модуль разности этих чисел будет одинаковый, но разности будут с разными знаками

$\Rightarrow$ для пары чисел n и $2025-n$ ~~будет~~ ^{будет} ~~равно~~

если мы сравним ^{общее} кол-во многоугольников с A и без нее, то мы получим, что количества равны.

Развиваем числа от 0 до 2025 на пары и видим, что количество многоугольников с A без нее равно

ответ: равно



Задача 4.

17-09-17

Стр 9 из 9

$f(x)$ имеет 3 различных действительных корня, которые при этом не ~~могут быть~~ могут быть получены из $g(x)$.

$$g(x) = x^2 + 4x + 2024 = x^2 + 4x + 4 + 2020 = (x+2)^2 + 2020$$

Вершина находится на координате $x = -2$. $a > 0 \Rightarrow$ ветви идут вверх $\Rightarrow$ тут самый маленький y .

$$y_{\min} = 4 - 8 + 2024 = 2020$$

$f(g(x))$ не имеет корней $\Rightarrow$ все корни $f(x) < 2020$

$a > 0 \Rightarrow$ после последнего корня график пойдет вверх. $2020^3 > a \cdot 2020^2 + b \cdot 2020 + c$

$$2024^3 + a \cdot 2024^2 + b \cdot 2024 + c > 0$$

$$2024^3 > -a \cdot 2024^2 - b \cdot 2024 - c$$

$$2024^3 - 2020^3 > -a(2024 - 2020)(2024 + 2020) - b \cdot 4$$

$$2024^3 - 2020^3 > -a \cdot 16176 - 4b$$

$$(2024 - 2020)(2024^2 - 2024 \cdot 2020 + 2020^2)$$

25.